

Introducción:

El objetivo de esta práctica es analizar los datos obtenidos en la misma y calcular los errores que se han cometido en la medida de las magnitudes.

Objetivos:

Trata la comprensión y correcto manejo de algunos de los aparatos de medida basados en el nonius y el tornillo micrométrico, como son el calibre y el pálmer.

Material:

- Calibre.
- Pálmer.
- Nonius recto.
- Cuerpo problema (cilindro).

Explicación:

Procedemos a explicar los componentes de la parte práctica:

El **nonius recto** es un aparato formado por dos escalas, una fija y otra deslizable. Ambas están graduadas de forma que n divisiones de la regla móvil abarcan un número distinto en la escala fija.

Si D es el tamaño de las divisiones de la escala fija, la precisión del aparato está dada por el cociente:

$$Precisi\ n = \frac{D}{n}$$

de modo que el aparato permite apreciar n -ésimas partes de la unidad D . Por ejemplo, si $D=1\text{mm}$. Y $n=10$ divisiones en la escala móvil, la precisión del aparato será 0.1mm . Un ejemplo del nonius es el calibre:

– **Calibre o pie de Rey** se construye generalmente en acero. Gracias a su diseño nos permite medir espesores (por su parte interna), dimensiones internas (por su parte externa) y profundidades (mediante su largo). Cuando el calibre está cerrado deben coincidir exactamente los ceros de ambas escalas. Si esto no ocurriese hay que tenerlo en cuenta al realizar las medidas necesarias, restando o sumando el valor observado para obtener la medida exacta. Esto se llama error de cero del aparato.

Para medir una longitud se debe conocer su apreciación dada por la fórmula anterior. Se coloca el objeto en la posición, y se anota el número de divisiones hasta el cero de la escala móvil, y se busca la división de dicha escala que coincide con una división de la fija.

El **tornillo micrométrico** es un tornillo de paso de rosca rigurosamente constante h , que avanza en una tuerca apropiada. Si se le da una vuelta completa al tornillo éste avanza una distancia igual a un paso de rosca, con respecto a la tuerca. Una escala solidaria con la tuerca permite apreciar el número de vueltas completas que da el tornillo, y las fracciones de vuelta se pueden leer en limbo graduado solidario a su cabeza.

Si éste está dividido en n partes se puede apreciar una n -ésima parte de h , por lo que la apreciación del tornillo viene dada por:

$$Precisi\ n = \frac{h}{n}$$

de modo que un instrumento de paso de rosca $h=0.5\text{mm}$. y $n=50$ divisiones en el limbo tendrá una precisión 0.01mm . Un ejemplo de un tornillo micrométrico es el p lmer:



– P lmer. En este aparato el tornillo micro- métrico avanza por una tuerca situada en el extremo de una U como se muestra en la fotografía.

Se construyen colecciones de ellos cada uno de los cuales cubre un rango de 25 mm. La tuerca dispone de una escala para apreciar el número de vueltas que da el tornillo y éste tiene un tambor graduado que permite apreciar las fracciones de vuelta. Al igual que el calibre, este aparato puede presentar un error de cero que debe ser corregido antes de iniciar las medidas.

Para medir se coloca el objeto entre el tope y el extremo del tornillo y girando la cabeza de éste se presiona suavemente sobre el objeto. Para no forzar el tornillo, la mayoría de estos aparatos llevan una cabeza que gira por fricción suave con lo que se consigue ejercer siempre la misma presión en todas las lecturas. Hay que utilizar ésta para realizar la medida. Se anota el número de vueltas completas y se anota el número de fracción del limbo que coincide con la horizontal en el eje.

Teoría:

La práctica consiste en medir el diámetro de un cilindro pequeño con el calibre, y medir su diámetro con el p lmer. Una vez obtenidas todas las medidas, calculamos los errores, utilizando las fórmulas de desviación t pica estándar y error cuadrático medio. A partir de aquí calculamos el volumen más probable del cilindro.

Resultados:

– Diámetro de la Cilindro –

n	Dim	Di	Di-�D-->[AutD-�D]	(Di-�D)2
1	20.02	20.01	0.02	0.0004
2	20.05	20.04	0.05	0.0025
3	20	19.99	0	0
4	20.02	20.01	0.02	0.0004
5	19.99	19.98	-0.01	0.0001
6	19.96	19.95	-0.04	0.0016
7	20.01	20	0.01	0.0001
8	20.01	20	0.01	0.0001
9	20.03	20.02	0.03	0.0009

10	20.01	20	0.01	0.01	0.0001
11	20.02	20.01	0.02	0.02	0.0004
12	19.95	19.94	-0.05	0.05	0.0025
13	20.05	20.04	0.05	0.05	0.0025
14	20	19.99	0	0	0
15	20.03	20.02	0.03	0.03	0.0009
16	20.02	20.01	0.02	0.02	0.0004
17	19.99	19.98	-0.01	0.01	0.0001
18	19.96	19.95	-0.04	0.04	0.0016
19	19.96	19.95	-0.04	0.04	0.0016
20	19.99	19.98	-0.01	0.01	0.0001
	400.07	399.87	0.07	0.47	0.00163

• – Altura del Cilindro –

n	Lim	Li	Li-øL	Li-øL	(Li-øL) ²
1	19		0.03	0.03	0.0009
2	19.2		0.23	0.23	0.0529
3	18.8		-0.17	0.17	0.0289
4	19.2		0.23	0.23	0.0529
5	19.2		0.23	0.23	0.0529
6	19.15		0.18	0.18	0.0324
7	19.1		0.13	0.13	0.0169
8	19.3		0.33	0.33	0.1089
9	18.8		-0.17	0.17	0.0289
10	18.75		-0.22	0.22	0.0484
11	19.1		0.13	0.13	0.0169
12	19.1		0.13	0.13	0.0169
13	18.85		-0.12	0.12	0.0144
14	18.6		-0.37	0.37	0.1369
15	18.7		-0.27	0.27	0.0729
16	19.1		0.13	0.13	0.0169
17	18.55		-0.42	0.42	0.1764
18	18.9		-0.07	0.07	0.0049
19	19.15		0.18	0.18	0.0324
20	18.8		-0.17	0.17	0.0289
	379.35		-0.05	3.91	0.9415

I) Diámetro del cilindro:

• Media muestral:

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n} = \frac{399.87}{20} = 19.99$$

- Desviación típica muestral:

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D - \bar{D})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.0163}{19}} = 0.029$$

II) Altura del cilindro:

- Media muestral:

$$S_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.9415}{19}} = 0.22$$

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} = \frac{379.65}{20} = 18.97$$

Desviación típica muestral:

III) Comentarios:

El apartado de medida del tornillo micrométrico sufre un error de diámetro de -0.01 mm.

IV) Obtención de las tablas de frecuencias de cada variable:

a) Ordenación de los valores de cada muestra.

D19.94, 19.95, 19.95, 19.95, 19.98, 19.98, 19.98, 19.99, 19.99, 20, 20, 20, 20.01, 20.01, 20.01, 20.01, 20.02, 20.02, 20.04, 20.04

L18.55, 18.6, 18.7, 18.75, 18.80, 18.80, 18.80, 18.85, 18.9, 19, 19.1, 19.1, 19.1, 19.1, 19.15, 19.15, 19.20, 19.20, 19.20, 19.3

b) Definición de los rangos.

$$RD = 20.04 - 19.94 = 0.1$$

$$RL = 19.3 - 18.55 = 0.75$$

$$\frac{R_D}{Z=5} = \frac{0.1}{5} = 0.02$$

$$\frac{R_L}{Z=5} = \frac{0.75}{5} = 0.15$$

c) Elección de las amplitudes de los intervalos.

d) Construcción de las tablas de frecuencias.

- – Diámetro del cilindro –

•

Intervalo de clase

Marca de clase

Frecuencia absoluta

19.94–19.96

19.95

4

19.96–19.98

19.97

3

19.98–20

19.99

5

20–20.02

20.01

6

20.02–20.04

20.03

2

20

- – Altura del cilindro –
-

Intervalo de clase

Marca de clase

Frecuencia absoluta

18.55–18.70

18.62

2

18.70–18.85

18.77

5

18.85–19

18.92

2

19–19.15

19.07

6

19.15–19.30

19.22

5

20

VI) Construcción de los histogramas y de los polígonos de frecuencias correspondientes a cada variable.

Estimación de los valores del diámetro y de la altura.

1.– El error probable de la variable D (elegida $\alpha=0.05$) es:

$$(\delta_p)_D = t_\alpha(f) \frac{S_D}{\sqrt{n}} = 2.0859 \frac{0.029}{\sqrt{20}} = 1.35266 \cdot 10^{-2}$$

El intervalo de confianza para dicha variable es:

$$\bar{D} - t_\alpha(f) \frac{S_D}{\sqrt{n}}, \bar{D} + t_\alpha(f) \frac{S_D}{\sqrt{n}} = [19.99 - 1.35266 \cdot 10^{-2}, 19.99 + 1.35266 \cdot 10^{-2}] = [19.9764, 20.0035] \text{ mm.}$$

Lo cual expresa que existe una probabilidad del 95% de que el mejor valor de la variable D esté contenido en el intervalo indicado.

2.– El error probable de la variable L (elegida $\alpha=0.05$) es:

$$(\delta_p)_L = t_\alpha(f) \frac{S_L}{\sqrt{n}} = 2.08596 \frac{0.22}{\sqrt{20}} = 0.102615$$

$$\bar{L} - t_\alpha(f) \frac{S_L}{\sqrt{n}}, \bar{L} + t_\alpha(f) \frac{S_L}{\sqrt{n}} = [18.97 - 0.102615, 18.97 + 0.102615] = [18.8673, 19.0726] \text{ mm.}$$

El intervalo de confianza para dicha variable es:

que igualmente expresa que el mejor valor de la variable L está contenido en ese intervalo, con una probabilidad del 95%.

Cálculo del volumen medio.

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \bar{L} = \frac{\pi}{4} (19.99)^2 18.97 = 5953.6431 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Por ser la función continua, podemos afirmar que el valor medio (mejor valor) del volumen podrá ser expresado por:

Propagación de los errores.

El error probable en el volumen será:

$$\begin{aligned} (\delta_p)_V &= \sqrt{\left(\frac{V}{D} \right)_{D=\bar{D}, L=\bar{L}}^2 (\delta_p)_D^2 + \left(\frac{V}{L} \right)_{D=\bar{D}, L=\bar{L}}^2 (\delta_p)_L^2} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \bar{L} \bar{D}^2 (\delta_p)_D^2 + \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 (\delta_p)_L^2} = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2} 18.97 19.99^2 (1.35266 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{\pi}{4} (19.99)^2 (0.102615)^2} = 8.259815 \end{aligned}$$

$$\frac{V}{D} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \bar{L} = \frac{\pi}{2} \bar{L} \bar{D}$$

$$\frac{V}{L} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \bar{L} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2$$

$$\begin{aligned} (\delta_i)_V &= \left| \frac{V}{D} \right|_{D=\bar{D}, L=\bar{L}} (\delta_i)_D + \left| \frac{V}{L} \right|_{D=\bar{D}, L=\bar{L}} (\delta_i)_L = \left| \frac{\pi}{2} \bar{L} \bar{D} \right| (\delta_i)_D + \left| \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \right| (\delta_i)_L = \\ &= \left| \frac{\pi}{2} 18.97 19.99 \right| 0.05 + \left| \frac{\pi}{4} (19.99)^2 \right| 0.05 = 45.475366 \end{aligned}$$

El error de imprecisión (o de escala del aparato) en el volumen será:

Luego el error total del volumen será:

$$(\delta_t)_V = (\delta_{ip})_V + (\delta_i)_V = 8.259815 + 45.475366 = 53.735181$$

Expresión del resultado.

$$\bar{V} \quad (\delta_t)_V = [5953.6431 \quad 53.735181]$$

El resultado en forma explícita se escribirá:

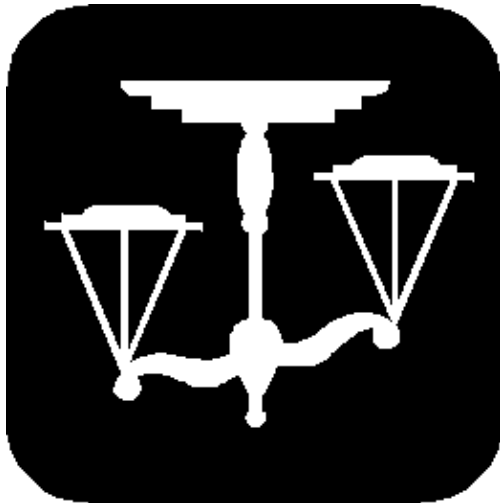
$$\frac{(\delta_t)_V}{\bar{V}} 100 = \frac{53.735181}{5953.6431} 100 = 0.90259$$

El error relativo será:

Conclusiones:

Según los datos obtenidos en la realización de la práctica y en el posterior cálculo de resultados podemos observar que no se han cometido errores apreciables en la ejecución de la misma, ya que, todos los errores cometidos están dentro del intervalo.

Primera Práctica de Física



Aparatos de Medidas. Cálculo de Errores.

1º A. O.O. P.P.

$$\bar{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n} = \frac{399.87}{20} = 19.99$$

$$S_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.0163}{19}} = 0.029$$

$$(\delta_p)_D = t_{\alpha}(f) \frac{S_D}{\sqrt{n}} = 20859 \frac{0.029}{\sqrt{20}} = 1.35266 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{R_D}{Z=5} = \frac{0.1}{5} = 0.02$$

$$\frac{R_L}{Z=5} = \frac{0.75}{5} = 0.15$$

$$Precisi\ n = \frac{D}{n}$$

$$Precision = \frac{h}{n}$$

$$\bar{L} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{n} = \frac{379.65}{20} = 18.97$$

$$S_L = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.9415}{19}} = 0.22$$

$$\bar{D} - t_{\alpha}(f) \frac{S_D}{\sqrt{n}}, \bar{D} + t_{\alpha}(f) \frac{S_D}{\sqrt{n}} = [19.99 - 1.35266 \cdot 10^{-2}, 19.99 + 1.35266 \cdot 10^{-2}] = [19.9764, 20.0035] mm.$$

$$\bar{L} - t_{\alpha}(f) \frac{S_L}{\sqrt{n}}, \bar{L} + t_{\alpha}(f) \frac{S_L}{\sqrt{n}} = [18.97 - 0.102615, 18.97 + 0.102615] = [18.8673, 19.0726] mm.$$

$$(\delta_p)_L = t_{\alpha}(f) \frac{S_L}{\sqrt{n}} = 2.08596 \cdot \frac{0.22}{\sqrt{20}} = 0.102615$$

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \bar{L} = \frac{\pi}{4} (19.99)^2 \cdot 18.97 = 5953.6431 (mm^3)$$

$$\begin{aligned} (\delta_p)_V &= \sqrt{\frac{V}{D} \Big|_{\substack{D=\bar{D} \\ L=\bar{L}}} (\delta_p)_D^2 + \frac{V}{L} \Big|_{\substack{D=\bar{D} \\ L=\bar{L}}} (\delta_p)_L^2} = \sqrt{\frac{\pi}{2} \bar{L} \bar{D}^2 (\delta_p)_D^2 + \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 (\delta_p)_L^2} = \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot 18.97 \cdot (19.99)^2 (1.35266 \cdot 10^{-2})^2 + \frac{\pi}{4} (19.99)^2 (0.102615)^2} = 8.259815 \end{aligned}$$

$$\frac{V}{D} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \bar{L} = \frac{\pi}{2} \bar{L} \bar{D}$$

$$\frac{V}{L} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \bar{L} = \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2$$

$$\begin{aligned} (\delta_i)_V &= \left| \frac{V}{D} \Big|_{\substack{D=\bar{D} \\ L=\bar{L}}} (\delta_i)_D \right| + \left| \frac{V}{L} \Big|_{\substack{D=\bar{D} \\ L=\bar{L}}} (\delta_i)_L \right| = \left| \frac{\pi}{2} \bar{L} \bar{D} \right| (\delta_i)_D + \left| \frac{\pi}{4} (\bar{D})^2 \right| (\delta_i)_L = \\ &= \left| \frac{\pi}{2} \cdot 18.97 \cdot (19.99) \right| \cdot 0.05 + \left| \frac{\pi}{4} (19.99)^2 \right| \cdot 0.05 = 45.475366 \end{aligned}$$

$$(\delta_r)_V = (\delta_{ip})_V + (\delta_i)_V = 8.259815 + 45.475366 = 53.735181$$

$$\bar{V} \quad (\delta_r)_V = [5953.6431 \quad 53.735181]$$

$$\frac{(\delta_e)_V}{\bar{V}} 100 = \frac{53.735181}{5953.6431} 0.90259$$

