

Coeficiente Binomial

Si n es un entero positivo y multiplicamos $(x+y)^n$ término por término. Cada uno de ellos será el producto de las x y las y , donde una x o una y provenga de cada uno de los factores $x+y$.

Por ejemplo: la expansión $(x+y)^3 = (x+y)(x+y)(x+y) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

Produce términos de la forma: x^3 , $3x^2y$, $3xy^2$ y y^3

Sus coeficientes son: 1, 3, 3, y 1.

Y el coeficiente de xy^2 , por ejemplo, es, el número de formas en que podemos escoger los dos factores que proporcionan las y .

De la misma manera, el coeficiente x^2y es, el número de formas en que podemos elegir el factor que proporciona las y , y los coeficientes de x^3 y y^3 son:

En forma más general, si n es un entero positivo y multiplicamos $(x+y)^n$ término por término, el coeficiente de $x^{n-r}y^r$ es, el número de formas en la que podemos elegir los r factores que proporcionan las y . Según esto, nos referimos a como un **coeficiente binomial**.

Ahora podemos enunciar los siguientes teoremas:

- **Teorema 1:** para cualquier entero positivo n .

El cálculo de coeficiente binomial a menudo puede simplificarse mediante el uso de

Los tres teoremas que siguen.

.

- **Teorema 2:** Para dos enteros negativos cualesquiera n y r se verifican la igualdad .

Podríamos argumentar que cuando seleccionamos un subconjunto de r objetos de un conjunto de n objetos distintos dejamos un subconjunto de $n-r$ objetos y, por consiguiente, hay tantas maneras de seleccionar r objetos como dejar (o seleccionar) $n-r$ objetos. Para demostrar el teorema en forma algebraica, escribimos:

Ejemplo:

Determine .

Solución: Para obtener utilizamos el hecho de que , buscamos y de la misma manera .

- **Teorema 3:** Para cualquier entero positivo n y para $r = 1, 2, \dots, n-1$, verifica .
- **Teorema 4:** .