

DETERMINACIÓN DE LA CARGA DEL ELECTRON:

EXPERIENCIA DE LA GOTA DE ACEITE DE MILLIKAN

Tratamiento teórico

Según la ley de Stokes, si un cuerpo se mueve con velocidades bajas en un fluido, experimenta una fuerza de frenado proporcional a dicha velocidad. En el caso de que el cuerpo se trate de una esfera, esta fuerza adopta la siguiente forma:

donde η es la viscosidad del fluido, y r el radio de la esfera.

Si esta esfera experimenta una caída libre, tenderá a alcanzar una velocidad límite V_L , más o menos constante, que determinamos mediante el principio de Arquímedes de esta manera:

$$\left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3 (\rho - \rho') g = 6\pi \eta r V_L$$

siendo ρ la densidad del material de la esfera, y ρ' la del fluido.

Cuando esta esfera es muy pequeña, la viscosidad no es constante, y adopta la siguiente forma:

$$\eta = \eta_0 \frac{r}{k + r}$$

donde k es una constante característica del medio y η_0 es la viscosidad para esferas de gran tamaño ($r \gg k$). Aplicando esta fórmula a la anterior se obtiene:

Si esta esfera tiene carga q y se ve sometida a un campo eléctrico uniforme producido por un par de placas planoparalelas separadas por una distancia d y conectadas a una diferencia de potencial V , sufrirá una fuerza eléctrica:

que es perpendicular a las placas. Si es vertical y hacia arriba, la esfera permanecerá en equilibrio cuando se iguale al peso aparente.

es decir, cuando:

Esto lo utilizaremos en la experiencia de la gota de aceite de Millikan para determinar la unidad elemental de carga e .

Método de trabajo

Disponemos para realizar esta práctica de un montaje compuesto por una lámpara de iluminación y una fuente de alimentación conectada a unas placas paralelas, cuyo interior puede ser visualizado gracias a un microscopio. Estas placas están cubiertas por una placa de plástico con un orificio, y debajo otra placa metálica también con un pequeño orificio. Las placas deben situarse horizontalmente para asegurarse de que el campo eléctrico sea vertical (paralelo al peso).

El experimento consiste en pulverizar enérgicamente aceite sobre este orificio, de manera que penetren en el interior de las placas pequeñas gotas de aceite. Estas gotas deben estar electrizadas, lo que podemos conseguir

de dos maneras: o frotando con un trapo de lana la tapa de plástico para conseguir electricidad estática, o pulverizando enérgicamente, para conseguir que alguna de las gotas roce con las paredes del orificio de salida, para que se carguen por la fricción. Una vez pulverizado y comprobado que en el interior de las placas hay gotas, debemos conectar el potencial al máximo y seguidamente encenderlo y apagarlo para ver si alguna de las gotas está cargada. Las que oscilen verticalmente son las que están cargadas. En caso de conseguir varias, la más útil es aquella pequeña, ya que tiene pocos electrones. A continuación, una vez que únicamente tenemos en el microscopio nuestra gota cargada, buscamos un potencial en la que la fuerza eléctrica compense la fuerza gravitatoria, y por tanto la gota esté en equilibrio. Aumentamos el potencial hasta que la gota se desplace a la parte superior (inferior vista a través del microscopio), anulamos el campo y la dejamos caer para ver la velocidad límite de caída. En estas experiencias, hemos conseguido los siguientes resultados:

Potencial (V)	Tiempo (s) $\pm 0.1s$	Velocidad ($\cdot 10^{-5} \text{ ms}^{-1}$)	Radio ($\cdot 10^{-7} \text{ m}$)	Carga ($\cdot 10^{-19} \text{ C}$)	$n=q/e$
145	45.16	2.77	4.84	1.46	0.9 (~1)
317	31.10	4.02	5.91	2.26	1.3 (~1)
118	52.05	2.40	4.48	1.79	1.1 (~1)
118	48.21	2.59	4.67	1.86	1.2 (~1)
89	41.32	3.02	5.08	2.03	1.2 (~1)

Tabla 1: Resultados de la experiencia de la gota de Millikan.

La primera columna muestra el potencial al que nuestras gotas se quedaron en equilibrio. La segunda columna muestra el tiempo en que las gotas tardaron en recorrer 3 cuadros en la celdilla del microscopio, donde cada cuadro medía $4.17 \cdot 10^{-4} \text{ m}$. Con este tiempo y la distancia, como sabemos que la velocidad límite es prácticamente constante, hallamos mediante $s=v \cdot t$ la velocidad. El radio y la carga las calculamos mediante las fórmulas:

Y a continuación, buscamos la relación entre la carga hallada y la carga conocida del electrón, obteniendo así el número de electrones que hay en la gota.

Discusión

El valor n no nos da exactamente uno porque al medir el tiempo de caída lo hacemos a mano. Esto conlleva un error que lo arrastramos al radio, del radio a la carga y por esa razón no obtenemos el valor conocido de $1.6 \cdot 10^{-19}$. Además, encontramos dificultades al intentar encontrar un potencial donde la gota estuviera en equilibrio, ya que siempre tenía algún tipo de movimiento. Por tanto pensamos que el error del resultado es debido a estos factores.

DESVIACIÓN DE UN HAZ DE ELECTRONES POR UN CAMPO MAGNÉTICO; MEDIDA DE LA RELACIÓN e/m DEL ELECTRÓN

Tratamiento teórico

El campo magnético B se puede estudiar mediante una carga eléctrica en movimiento que atraviesa dicho campo; éste interacciona con la carga produciendo una fuerza electromagnética F que es función de la carga de la partícula, q , de la velocidad que lleva, v , y del campo magnético que existe B .

Dicha fuerza viene dada por la ecuación:

De la ecuación anterior se puede deducir que la es perpendicular a y . Como la fuerza es perpendicular a , la aceleración también lo es; por tanto sólo hay aceleración normal, definida por:

de donde

El radio de curvatura R es constante por lo que la trayectoria que describe la partícula es circular. En nuestro caso la carga son electrones, que proceden de un cañón de electrones que los acelera hasta una velocidad dada por:

de donde

Combinando esta ecuación con la del radio expuesta anteriormente, resulta

donde D es el diámetro de la trayectoria circular de los electrones.

• Calibrado de las bobinas

Para realizar el calibrado de bobinas contamos con un montaje que consta de dos bobinas de radio r , separadas por este mismo radio, un teslámetro, una sonda con una placa para medir el campo magnético que generan las bobinas, y un aparato que permite controlar la intensidad que circula a través de las bobinas. Las bobinas están colocadas así, ya que el campo en su interior de esta manera es prácticamente constante. La placa que aparece en la sonda debe quedar paralela al plano que forman las bobinas, para que el campo magnético a través de la sonda sea perpendicular, y así medirlo en toda su intensidad. Primero ajustamos a 0 el teslámetro, dejándolo conectado un tiempo previamente para que se estabilice. Vamos aumentando la intensidad de 0.2 en 0.2 amperios, sin sobrepasar los dos amperios, y vamos anotando el campo magnético que aparece en el teslámetro. Cada vez que variamos la intensidad, esperamos unos segundos para que se estabilice el valor del campo. Comprobamos también moviendo la sonda para cada intensidad que el campo es prácticamente constante. Obtuvimos los siguientes resultados:

Intensidad (A)	Campo magnético (mT)
0.2	0.17
0.4	0.34
0.6	0.51
0.8	0.67
1	0.84
1.2	1
1.4	1.17
1.6	1.34
1.8	1.50
2	1.66

Tabla 2: Relación entre la intensidad y el campo

Con estos datos elaboramos la siguiente tabla, donde aproximamos los puntos obtenidos experimentalmente en una recta, y hallamos su pendiente:

A partir de esta recta y por el método de los mínimos cuadrados, hallamos la pendiente de la recta, que según la fórmula $B = K I$, debe de ser la constante K . Para facilitar los cálculos elaboramos la siguiente tabla.

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
(A)	(T)	(A·T)	(A²)	(T²)

11	0.0092	0.012854	0.1012	15.4	121
----	--------	----------	--------	------	-----

Tabla 3: Datos obtenidos para cálculos posteriores

Aplicando las siguientes fórmulas:

$$p = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{D}$$

$$\text{con } D = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2$$

Hemos determinado que la pendiente de la recta aproximada es de 0.00080 T/A, y su ordenada en el origen es de $9 \cdot 10^{-6}$ T. Pero la aproximación de la recta conlleva errores, que los hallamos mediante las fórmulas:

$$\Delta p = \Delta y \sqrt{\frac{n}{D}} = 2.16 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{y } \Delta c = \Delta y \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{D}} = 2.69 \cdot 10^{-5}$$

donde

$$\Delta y = \sigma_y = \frac{\Delta y_i^2}{n-2}^{1/2} = 3.93 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{y } \Delta y_i = y_i - (p x_i + c)$$

En conclusión, hemos calculado que la constante del campo magnético vale **$0.000802 \cdot 10^{-5}$ T/A**.

Discusión

Si bien no podemos comparar este resultado con resultados reales, por lo menos podemos decir que el resultado es coherente, y por tanto posible. Esto es debido a que el Tesla es una unidad muy grande, y por tanto la dependencia lineal con la intensidad debe tener una pendiente muy pequeña. Por supuesto, esto depende del campo magnético. En esta parte de la práctica, lo único que pensamos que ha podido influir en el error es que no conocemos la exactitud del teslámetro, y por tanto no hemos podido contar con su error. Lo mismo pasa con el amperímetro. Sin embargo, observando la gráfica con la recta aproximada, vemos que prácticamente todos los puntos coinciden en la recta, y por tanto que hemos obtenido resultados bastante exactos. Esto nos indica la exactitud de los aparatos utilizados.

• medida de la relación e/m del electrón

Método operativo

Para realizar esta práctica contamos con un montaje formado por dos bobinas que generan un campo magnético controlable, y un bulbo en su interior donde se emite un haz de electrones, y también un polímetro que permite controlar la tensión. El haz de electrones es visible gracias a que los electrones excitan a las moléculas de gas, argón, y por tanto emiten una luz al ganar y perder electrones. Primero colocamos el enfoque a 25 V y subimos la tensión aceleradora hasta alcanzar los 140 V. En este punto, empezamos a ver el haz de electrones que sale verticalmente del cañón. A continuación, según vayamos variando el campo magnético, la trayectoria del haz de electrones irá transformándose en una circunferencia. Hay que cuidar de que el cañón esté completamente vertical hacia arriba, ya que si no está totalmente vertical aparece una helicoidal. Ahora proporcionamos una intensidad de 1.2 A, con lo que conseguimos la trayectoria circular.

Para calcular e/m hay dos métodos. El primero consiste en variar la intensidad manteniendo el potencial constante, de manera que también va variando el radio del haz. El segundo es a la inversa, consiste en variar el voltaje manteniendo una intensidad constante de 1.4 A, para modificar el radio.

1º Método

En este método, mantenemos el potencial a los 140 V proporcionados inicialmente, y vamos variando la intensidad para conseguir que la circunferencia un diámetro de 10, 9, 8, 7, 6 y 5 cm. Para medir este diámetro contamos con una escala que se encuentra en el interior del bulbo, de manera que están señalizados los 4, 6, 8 y 10 cm mediante unas pequeñas barras metálicas. Conseguimos los siguientes resultados:

Diámetro (cm)	10	9	8	7	6	5
Intensidad (A)	1.02	1.13	1.26	1.44	1.76	2.15

Tabla 4: Diámetro según la intensidad aplicada

A partir de estos datos elaboramos una gráfica cuya pendiente de la recta aproximada nos permitirá conocer la relación e/m del electrón. Como sabemos que:

$$I = \sqrt{\frac{8 V}{(e/m)}} \frac{1}{D K}$$

y tenemos determinados experimentalmente I y D , podemos hacer una gráfica $(x,y) = (1/D,I)$, de tal manera que la pendiente de la recta aproximada sea:

$$p = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{8 V}{(e/m)}}$$

Hemos elaborado una tabla con los datos $1/D$ y la intensidad para realizar la gráfica.

$1/D \text{ (m}^{-1}\text{)}$	10	11.11	12.5	14.28	16.66	20
Intensidad (A)	1.02	1.13	1.26	1.44	1.76	2.15

Tabla 5: Datos de la gráfica

Con esta gráfica y mediante el método de mínimos cuadrados, vamos a hallar la pendiente de la recta, con los siguientes datos:

$(m-1)$	(A)	$(A \cdot m-1)$	$(A \cdot m-1)$	$(m-2)$	$(m-2)$
84.55	8.76	131.3	740.6	1261.1	7148.7

Tabla 6: Datos para cálculos posteriores

donde:

$$\text{con } D = n \quad x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2$$

$$c = \bar{y} - p \bar{x}$$

de donde obtenemos el valor de la pendiente como 0.114 A·m, y el del punto de corte con el eje de ordenadas como 0.1464 A. Pero esta aproximación conlleva errores, que los hallamos mediante las siguientes ecuaciones:

$$\Delta p = \Delta y \sqrt{\frac{n}{D}} = 4.30 \cdot 10^{-2}$$

$$\text{y } \Delta c = \Delta y \sqrt{\frac{x_i^2}{D}} = 0.623$$

donde

$$\Delta y = \sigma_y = \frac{\Delta y_i^2}{n-2}^{1/2} = 0.359$$

$$\text{y } \Delta y_i = y_i - (p \cdot x_i + c)$$

Ya tenemos la pendiente de la recta y su error, 0.1140.04 A·m. Ahora, mediante la ecuación antes expuesta, hallamos la relación e/m que nos piden.

Pero como tanto en la pendiente como en la constante del campo magnético hay errores, hay que calcular dichos errores mediante derivadas parciales, aplicando las siguientes fórmulas

donde

y por tanto . En conclusión, según este método la relación e/m vale **1.3·10¹¹·10¹⁰ V m⁻² T⁻²**.

Discusión

Hemos consultado el valor real de la carga y la masa del electrón, que valen 1.6·10⁻¹⁹ C y 9.1·10⁻³¹ Kg respectivamente. Por tanto la relación e/m vale 1.75·10¹¹. Nuestro resultado se aproxima bastante al real, pero tiene todavía un error elevado. Por tanto ahora vamos a calcular esta misma relación por el segundo método, y vamos a comparar los resultados a ver cuál se acerca más y cuál tiene menor error. El resultado puede ser inexacto ya que no sabemos la precisión del polímetro ni del aparato que nos indica la intensidad que circula por las bobinas. Por tanto no hemos contado con este posible error. Además, la colocación del bulbo también influye en el resultado, ya que si no está completamente vertical, el haz de electrones se desvía y por tanto el diámetro puede variar. La colocación del bulbo se realiza a ojo y por tanto no es exacto.

2º Método

Este método es el inverso al utilizado anteriormente. Manteniendo fija la intensidad, y por tanto el campo magnético, vamos variando los valores de la tensión hasta que el haz de electrones alcance el diámetro deseado. Realizamos una tabla con los resultados obtenidos

Diámetro (cm)	10	9	8	7	6	5
Tensión (V)	251.3	210.0	167.3	133.4	103.6	88

Tabla 7: Diámetro según la tensión aplicada

A partir de estos datos, igual que en el caso anterior, elaboramos una gráfica con una recta ajustada, de manera que su pendiente nos permita encontrar la relación que buscamos. Sabemos que:

Y para deducir e/m lo hacemos mediante la pendiente ajustada a la recta de los puntos (x,y)=(D2,V) de tal modo que venga dada de la siguiente forma:

Hemos elaborado una tabla con D2 y V para realizar la gráfica:

D2 (m2)	10	8.1	6.4	4.9	3.6	2.5
10-3						
V(V)	251.3	210.0	167.3	133.4	103.6	88.0

Tabla 8: Relación de datos para la gráfica

Y con estos datos elaboramos la gráfica, y aproximamos los puntos en una recta.

Con esta gráfica y mediante el método de mínimos cuadrados, vamos a hallar la pendiente de la recta, con los siguientes datos:

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	(m4)
(m ²)	(V)	(V·m ²)	(V·m ²)	(m ⁴)	
0.0355	953.6	6.6149	33.852	0.000256	0.00126

Tabla 9: Relación de datos para el cálculo de p y c

donde:

$$p = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{D}$$

$$\text{con } D = n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2$$

$$c = \bar{y} - p \bar{x}$$

de donde obtenemos el valor de la pendiente como 22371 V·m⁻², y el del punto de corte con el eje de ordenadas como 26.572 V. Pero esta aproximación conlleva errores, que los hallamos mediante las siguientes ecuaciones:

y

$$\text{donde } \Delta y_i = y_i - (p x_i + c)$$

Sabiendo ya estos datos y despejando la relación e/m de las fórmulas anteriores, obtenemos que

Al igual que en el método anterior, también vamos a hallar el error en este cálculo mediante derivadas parciales

donde

y por tanto obtenemos que el error en el cálculo de e/m vale 8·10⁹ V m⁻² T⁻². En conclusión, hemos calculado por este método que la relación entre la carga y la masa del electrón vale **1.42·10¹¹8·10⁹ V m⁻² T⁻²**.

Discusión

Comparando el resultado obtenido con el método anterior, vemos que la relación e/m calculada por el segundo método se acerca mucho más a la real, y además el error calculado es mucho menor. Por tanto damos el segundo método como el más exacto. A pesar de todo, no se acerca al valor real demasiado, ya que este vale $1.75 \cdot 10^{11}$, y pensamos que es por los factores explicados anteriormente, como que no conocemos la exactitud del polímetro ni del amperímetro, y también que la colocación del bulbo puede influir en la medición del diámetro del haz de electrones. Por tanto la constante estaría mal calculada y este error se arrastraría en ambos métodos.