03/02/04

RENTAS

Renta: Se denomina renta a una serie de cobros o pagos periódicos que se realizan entre acreedor y deudor.

Elementos que conforman la renta:

− Termino. Cada uno de los capitales que componen la renta.

− Vencimiento. Fecha de cobro o pago de cada término. Los vencimientos son equidistantes entre si.

− Periodo. Tiempo transcurrido entre dos términos consecutivos. Los periodos son iguales entre si.

− Origen. Fecha de comienzo de la renta. Momento inicial.

−Duración. Intervalo entre el principio y el final de la operación (renta). Numero de periodos.

− Tipo de interés de la operación financiera. Tanto unitario.

Clases de rentas:

a) Según el tipo de interés a aplicar al realizar los cálculos:

−Rentas a interés simple

− Rentas a interés compuesto.

b) Según la cuantía de los términos:

− Constantes. Cuando todos los términos son iguales entre si. Todos tienen la misma cuantía.

− Variables.

c) Según los términos de los vencimientos:

− Prepagables. Cuando el termino (cobro o pago) se realiza o vence al comienzo de cada periodo.

− Postpagable. Cuando el termino (cobro o pago) se realiza o vence al final de cada periodo.

d) En función de la duración de la renta:

− Temporales. Las constituidas por un numero finito y determinado de términos.

− Perpetuas. Cuando tienen un número infinito de términos y su duración es, por tanto, ilimitada.

e) En función de la duración del periodo:

Pueden ser por su periodicidad.

f) En función de la amplitud de los periodos:

− Discretas. Los periodos o intervalos son de dimensión finita, no pudiéndose dividir ni interpolar.

− Continuas. La amplitud de los intervalos es de dimensión infinitesimal; se admite la interpolación.

g) Según el momento de la valoración:

− Inmediatas. Son las rentas valoradas entre el comienzo del primer periodo y el final del último.

− Anticipadas. Son las rentas valoradas en un momento posterior al final del último periodo.

− Diferidas. Son las rentas valoradas en un momento anterior al comienzo del primer periodo.

h) En cuanto al fraccionamiento de la valoración:

− Entera. Cuando el intervalo o periodo sobre el que se aplica el tanto de interés coincide con el intervalo del termino de la renta.

− Fraccionada. Cuando el intervalo o periodo se divide en (m) partes iguales y el término de la renta también en otras (m) partes iguales.

0 1 2 3 n−1 n

1

1000 1000 1000(1+i)n−1

(1+i)1

1 1000(1+i)n−2

1000 1000

(1+i)2

1 1000(1+i)n−3

1000 1000

(1+i)3

1 1000 1000(1+i)1

1000

(1+i)n−1

1

1000 1000 1000

(1+i)n

Es una progres−

sió geomètrica

Valor Actual Valor Final

Ex. V.A.

4850 (1+i)n=V.F.

Renda immediata

0 n

Renda

VF

Renda diferida

diferida 0 Renda n

VA VF

Temps de

diferiment

Renda anticipada

0 Renda n anticipada

VA VF

Temps d'an−

Ticipació

06/02/04

an%= Valor actual en l'origen d'una operació de venda immediata, constant, temporal i postpagable de n anualitats.

än%= Valor actual en l'origen d'una operació de venda immediata, constant, temporal i prepagable.

sn%= Valor final d'una renda immediata, constant, temporal i postpagable.

¨sn%= Valor final d'una renda immediata, constant, temporal i prepagable.

TIPUS DE RENDA SENSERA	POST	PRE

IMMEDIATES	Valor Actual	Valor Final	Valor Actual	Valor Final
DIFERIDES	Valor Actual	Valor Final	Valor Actual	Valor Final
ANTICIPADES	Valor Actual	Valor Final	Valor Actual	Valor Final
PERPETUES	Valor Actual		Valor Actual	

Q serà el mateix valor.

Q serà el mateix valor.

VA VF

0 n

immediata

0 n

diferida

0 n

anticipades

0 "

perpetua

- Per les rendes fraccionades serveix el mateix quadre.

06/02/04

VALOR ACTUAL DE RENDA CONSTANT, IMMEDIATA, TEMPORAL I POSTPAGABLE

0 1 2 n−1 n

C1V1 C1

C2V2 C2

Cn−1

Cn−1Vn−1

CnVn Cn

1

Es una progressió geomètrica de raó:V=

(1+i)

Exemple:

Un capital 100.000€ a 10% en 5 anys.

1

1 any 100.000 100.000 x 0'909091 90.909'09€

1'10

1

2 any 100.000 100.000 x 0'826446 82.644'6281€

1'102

1

3 any 100.000 100.000 x 0'751315 75.131'48009€

1'103

1

4 any 100.000 100.000 x 0'683013 68.301'34554€

1'104

1

5 any 100.000 100.000 x 0'620921 62.092'13231€

1'105

379.078'6760€

- Substitució de la formula

(1+0'10)5−1

Ca5%=100.000 = 379.078'6769€

0'10(1+0'10)5

10/02/04

VALOR ACTUAL DE RENDA CONSTANT, IMMEDIATA, TEMPORAL I PREPAGABLE

0 1 2 n−1 n

C1 C1

C2V1 C2

Cn−1

C3V2

CnVn−1 Cn

Exemple:

Un capital 100.000€ a 10% en 5 anys.

1 any 100.000 x 1 100.000 x 0'909091 100.000€

1

2 any 100.000 100.000 x 0'909091 90.909'09€

1'10

1

3 any 100.000 100.000 x 0'826446 82.644'6281€

1'102

1

4 any 100.000 100.000 x 0'751315 75.131'48009€

1'103

1

5 any 100.000 100.000 x 0'683013 68.301'34554€

1'104

416.986'5437€

- Substitució de la formula

(1+0'10)5−1

Cä5%=100.000 = 416.986'5446€

0'10(1+0'10)4

10/02/04

Relació entre les dues classes de renda

¨sn%=sn%(1+i) o än%=an%(1+i)

(Són iguals)

La prepagable es igual a la post pagable multiplicat per (1+i).

També es pot posar:

1 1

sn%=¨sn% o an%=än%

(1+i) (1+i)

La postpagable es igual a la prepagable multiplicat per 1 dividit entre (1+i).

0 n

POSTPAGABLE

VA C1

0 1 n

PREPAGABLE

C1

VA

11/02/04

VALOR FINAL DE RENDA CONSTANT, IMMEDIATA, TEMPORAL I POSTPAGABLE

0 1 2 n−1 n

C1 C1(1+I)n−1

C2 C2(1+I)n−2

Cn−1

Cn−1(1+i)1

Cn Cn

La raó es (1+i). Es mes gran que 1

11/02/04

Progressions

<u>Raó 2</u>

.

Aritmètica 2 4 6 8 10 12 14

.

.

Geomètrica 2 4 8 16 32 64 128

.

Formula de la suma dels elements d'una progressió geomètrica de:

Si $r<1$

Si $r>1$

Primer Element Últim Element

$a_1 - a_n r$ Si la raó es mes petita que 1 $r<1$

$S_n =$

$1-r$

Suma Raó

$a_n r - a_1$ Si la raó es mes gran que 1 $r>1$

$S_n =$

$r-1$

Suma Raó

L'ordre de les progressions va de dalt a baix.

$a_n r - a_1$

$S_n =$

$r-1$

a_n $(1-i)n-1$

a_1 1

11/02/04

r (1+i)

$(1+i)n-1\cdot(1+i)-1$ En substitució de la c.

Sn=

$(1+i)-1$

$(1+i)n-1$

Sn= Aquesta substitució es igual que la formula però sense la c

I

$(1+i)n-1$

Csn%=C

i

Exemple:

Un capital de 100.000 a 10% en 5 anys.

$(1+i)n-1$

Csn%=C

i

$(1+0,10)5-1$

Cn%0,10=100.000 =610.510€

0,10

VA VF

379.078,6769 610.570

El VA i el VF tenen una relació que és:

$(1+i)n$ $379.078,6769\cdot(1+0,10)5=610.510$

I també un altra relació que és d'inversa , que és:

1

379.078,6769=610.510·

$(1+0,10)50$

13/02/04

VALOR FINAL DE RENDA CONSTANT, IMMEDIATA, TEMPORAL I PREPAGABLE

0 1 2 n−1 n

C1 C1(1+i)n

C2 C2(1+i)n−1

C3 C3(1+i)n−2

Cn Cn(1+i)1

*Progressió geomètrica de raó (1+i).

(1+i)n·(1+i)−(1+i) (1+i)n−1

Sn= Sn= x (1+i)

(1+i)−1 i

(1+i)n−1

C¨sn%=C x (1+i)

i

Es el VA de la postpagable

Entre post i pre hi ha una diferencia d'1 any.

VALOR FINAL DE RENDA DIFERIDA, TEMPORAL CONSTANT I POSTPAGABLE

0 1 2 t t+1 t+2 t+(n−1) t+n

0 1 2 n−1 n

TEMPS DE DIFERIMENT RENDA

C1 C1(1+i)n−1

C2 C2(1+i)n−2

Cn−1 Cn−1(1+i)1

Cn Cn

(1+i)n−1

Cd/sn%=C

i

VALOR FINAL DE RENDA DIFERIDA, TEMPORAL CONSTANT I PREPAGABLE

0 1 2 t t+1 t+2 t+(n−1) t+n

0 1 2 n−1 n

TEMPS DE DIFERIMENT RENDA

C1 C1(1+i)n

C2 C2(1+i)n−1

C3 C3(1+i)n−2

Cn Cn(1+i)

(1+i)n−1

Cd/¨sn%=C x (1+i)

i

VALOR ACTUAL DE RENDA CONSTANT, TEMPORAL, DIFERIDA, I POSTPAGABLE

0 1 2 t t+1 t+2 t+(n−1) t+n

0 1 2 n−1 n

TEMPS DE DIFERIMENT RENDA

t+1

C1vt+1 C1

t+2

C2vt+2 C2

t+(n−1)

Cn−1vt+(n−1) Cn−1

t+n Cn

Cnvt+n

(1+i)n−1

Cd/an%=C

i(1+i)n+t

VALOR ACTUAL DE RENDA CONSTANT, TEMPORAL, DIFERIDA, I PREPAGABLE

0 1 2 t t+1 t+2 t+(n−1) t+n

0 1 2 n−1 n

TEMPS DE DIFERIMENT RENDA

t

C1vt C1

t+1

C2vt+1 C2

t+2

Cn−1vt+2 C3

t+(n−1)

Cnvt+(n−1) Cn

(1+i)n−1

Cd/än%=C

i(1+i)n+t−1

Rendes anticipades

0 RENDA n TEMPS D'ANTICIPACIÓ h

ORIGEN FINAL DE LA RENDA PUNT DE VALORACIÓ

h= Anticipada

VALOR FINAL DE RENDA CONSTANT, TEMPORAL, ANTICIPADA, I POSTPAGABLE

h/sn%=sn%·(1+i)h

VALOR FINAL DE RENDA CONSTANT, TEMPORAL, ANTICIPADA, I PREPAGABLE

h/¨sn%=¨sn%·(1+i)h

VALOR ACTUAL DE RENDA CONSTANT, PERPETUA I POSTPAGABLE

1

Ca"%=C

i

VALOR ACTUAL DE RENDA CONSTANT, PERPETUA I PREPAGABLE

Cä"%=C (a"%+1)

VALOR ACTUAL DE RENDA PERPETUA, DIFERIDA I POSTPAGABLE

1 1

t/a"%=vta"%=vt· =

i i(1+i)t

C

Ct/a"%=

i(1+i)t

VALOR ACTUAL DE RENDA PERPETUA, DIFERIDA I PREPAGABLE

1 (1+i)

t/ä"%=vta"%=vt· =

d i(1+i)t

C(1+i)

Ct/ä"%=

i(1+i)t

- Les rendes anticipades, no són possibles.

Rendes fraccionades(immediates).

VALOR FINAL DE RENDA TEMPORAL, IMMEDIATA, FRACCIONADA I POSTPAGABLE

i Per un sol €

Sn%(m)= ·Sn%

jm

Tant nominal

Aquesta es la formula

Em substituït

(1+i)n−1

Sn%=

i

VALOR FINAL DE RENDA TEMPORAL, IMMEDIATA, FRACCIONADA I PREPAGABLE

¨sn%(m)=¨sn%(m)·(1+i)i/m

V.A. DE RENDA TEMPORAL, IMMEDIATA, FRACCIONADA I POSTPAGABLE

i relació i i

an%(m)= ·an% a"%(m)= · a"% jm

jm jm

Aquesta es temporal immediata Aquesta es perpetua

VALOR ACTUAL DE RENDA TEMPORAL, IMMEDIATA, FRACCIONADA I PREPAGABLE

än%(m)=an%(m)·(1+i)i/m ä"%(m)= a"%(m)(1+i)1/m o també ä"%(m)= i/jm·(1+i)1/m

Rendes fraccionades perpetues. (Només pot tenir valor actual)

1 2 3

"

Mensuals

Trimestrals

Semestrals

.

.

.

VALOR ACTUAL DE RENDA FRACCIONADA PERPETUA I MMEDIATA

1

a"%(m)= Recordar que jm=m[(1+i)1/m−1]

jm

Aquest es tant nominal

Si en comptes de la jm tenim la i seria tant real anual (TAE).

<u>Rendes diferides fraccionades</u>

Temps de diferiment

0 1 2 n

Ex: Compra ara i paga al cap d'un any.

POST i

t/sn%(m)= sn%

jm

VF Post fraccionada Post sencera

t/¨sn%(m)=sn%(m)(1+i)1/m

PRE

Pre Post

Als problemes primer es fa la post i despres la pre.

POST (1+ i)n−1

t/an%(m)=

jm(1+i)n+t

VA Post fraccionada Post sencera

1

t/än%(m)=vt·an%(m)(1+i)1/m vt= (1+i)t

PRE

<u>Rendes diferides fraccionades</u>

1

POST t/a''%(m)=vt·a''%(m)=

jm(1+i)t

VA

(1+i)1/m

PRE t/ä"%(m)=vt·a"%(m)=

jm(1+i)t

Exercicis

1. Queremos hacer un ahorro imposant 100.000€ a 31/12 durante 20 años al 5%. Calcula cuanto hemos acumulado als 20 años?

2. Que importe habríamos de poner hoy para obtener de aquí a 20 años los 3.306.595,41?

Cuando tenemos el VF i VA calculado, cuando tenemos uno, podemos calcular el otro con interés compuesto.

3.Determina el valor final de una renta postpagable constante e inmediata de 50.000 semestrales durante 12 años. Interés 12% anual. Es VF.

4.Determina el VF de una renta prepagable constante e inmediata de 75.000 durante 15 años. Interés 12% anual. Es VF

5. Determina el VA de una renta prepagable constante e inmediata de 65.000 durante 16 años. Interés 12% anual. Es VA.

6.Determina el VF de una renta prepagable constante e inmediata de 58.000 durante 13 años. Interés 12% anual.

7. Calcula la anualidad para amortizar en 16 años una deuda que en estos momentos asciende a 4.000.000. Los pagos se efectúan al final de cada año.

Interés de la operación: 10% anual (interés compuesto).

11. Calcula la cuantía constante de las imposiciones a realizar al final de 30 periodos anuales y sucesivos para acumular−se, en ese momento, un capital de 750.000.

Interés de la operación 12% anual.

12. Calcula la cuantía constante de los cobros que se podrán realizar al final de los próximos 22 periodos anuales y sucesivos, si hemos hecho una imposición de 2.850.400.

Interés de la operación 12% anual.

13. Calcula las imposiciones de cuantía constante a realizar al principio de 24 periodos anuales y sucesivos para acumular un capital de 1.869.400. Interés de la operación 12% anual.

14.Se quiere sustituir hoy una imposición de 1.354.400 por una serie de 20 entregas anuales y sucesivas, realizando hoy la primera. Interés de la operación 12% anual.

15. Se quiere dispones dentro de 25 años de un capital de 18.000.000. Se ofrecen dos opciones:

A)Hacer una única entrega hoy.

b)Hacer aportaciones iguales y anuales al final de cada año.

Interés de la operación: 11% anual.

16. Se quiere disponer dentro de 15 años de un capital de 3.000.000. Se ofrecen dos opciones:

a) Hacer una única entrega hoy.

b) Hacer aportaciones iguales y anuales a partir de hoy mismo.

<interés de la operación: 11% anual.

17. Se pretende comprar un piso y el vendedor ofrece las siguientes opciones:

a) Pago al contado: 9.000.000.

b) Sesenta (60) pagos de 205.000 cada uno, al final de les, contando a partir de la firma del contrato.

−Interés del mercado: 14anual.

−Determina la opción más interesante.

18. Se pretende comprar un piso y el vendedor ofrece las siguientes opciones:

a) 2.000.000 a la firma del contrato, y 8.000.000 a la entrega de llaves, 6 meses después.

b) 2.000.000 a la firma del contrato, 1000.000 a la entrega de llaves y, a partir de esa fecha, 10 pagos trimestrales vencidos y consecutivos de 844.000 cada uno.

c) 8 pagos semestrales consecutivos de 1.600.000 cada uno. El primero a la firma del contrato.

d) 1.000.000 a la firma del contrato, y a partir de hay 36 pagos consecutivos al final de cada mes, por un importe de 289.000 cada uno.

− El interés del mercado es del 15% anual.

−Determina la opción más interesante.

19. Halla que cantidad hay que tener depositada en una entidad financiera, que opera al 12% anual de interés compuesto, para poder recibir:

a) Durante 15 años, y al final de cada uno, una renta de 140.000.

b) Durante 15 años, y al principio de cada uno, una renta de 140.000.

c) Tras 3 años de carencia, 24 cobros semestrales vencidos de 110.000 cada uno.

20. Una financiera de automóviles ofrece varias posibilidades de pago para la adquisición de un vehículo.

Interés de la operación: 16% anual.

a) 5.000.000 al contado.

b) 5 pagos semestrales de 1.155.000. El primero a la entrega del vehiculo.

c) 25 pagos mensuales de 231.000. El primero a la entrega del vehiculo.

− Busca la oferta más ventajosa.

1

Vn=

(1+i)n

(1+i)n−1

Can%=C

i(1+i)n

1

=Vn

(1+i)n

(1+i)n−1

Cän%=C

i(1+i)n−1

Sn%(m)=

jm

(1+i)n−1

Csn%=C

i

jm=m[(1+i)1/m−1]

(1+i)n−1