

EDUCACIÓ MATEMÀTICA

TEMA 1: Els números enters

La resolució dels números enters apareix al DOGV (Diari Oficial de la Generalitat Valenciana) el 12 de Setembre de 1992 al decret 20/1992.

Els números enters a la LOGSE es treballaran en menor deteniment que a l'anterior EGB. Aquest tema es treballarà al nivell 6é de primària, sempre enfocat cap a la idea de què falta d'una cosa, també es pot treballar amb la idea de quant falta per a algo. Els xiquets han de tindre clar que són números més menuts que zero. Totes aquestes idees sobre els números enters es treballaran amb contextos significatius, és adir, connectats amb situacions de la vida real perquè eixes idees adquiresquen sentit per a l'alumnat (exemples de situacions com ara les despeses les temperatures, etc). Una vegada introduïda la idea de número enter i la utilitat del seu ús el que farem serà introduir-los la representació gràfica del signe -. Durant el curs sols aplegarem a fer restes i sumes amb números enters, la divisió i multiplicació es dïsen per a cursos posteriors.

Introducció didàctica de la suma i resta amb números enters:

(Dibuixar recta numèrica)

• Fonament teòric per al mestre

Els números enters sorgeixen a partir de la relació d'equivalència entre parelles per a definir números enters.

$(a, b) R (c, d) \iff a + d = b + c$

Per mitjà d'aquesta relació tots els vlors tenen el mateix valor i sentit (diagonal)

- Si el primer component és major, el número resultant serà positiu
- Si el segón component és menor = negatiu
- Dos iguals = 0

Conclusions que es desprenen d'aquest resultat:

Si:

- $a > b = +$
- $a < b = -$
- $a = b = 0$

TEMA 2

FRACCIONS I DECIMALS

INTRODUCCIÓ:

La idea de fracció indicant un parell de números naturals escrits a/b és utilitzat en contextos i situacions que moltes vegades pot paréixer que no tinguen res més en comú. Aplicat a l'escola si identifiquem la idea de fracció en contextos on aquesta prenga sentit i desenvolupem un procés d'aprenentatge amb dita interpretació, hem de tenir en compte que la capacitat de traslladar-la a altres situacions és limitada per als xiquets. Per tant,

si volem que els xiquets adquiriesquen una comprensió ampla i operativa de les idees relacionades amb el concepte de fracció hem de fer unes seqüències d'ensenyança de forma que proporcionen als xiquets l'adequada experiència amb la majoria de les seues interpretacions. Per tant podem concloure que a la interpretació global de fracció no es pot arribar amb una sola idea sobre aquestes, haurem d'anar seqüenciant degudament els continguts i anar a poc a poc a introduint les diferents interpretacions d'aquestes.

- **Interpretacions de les fraccions:**

- **La relació entre part-tot i la mesura:**

Comprovem quantes vegades podem posar una part en un tot.

a.1.– Representacions en contextos continus i discrets.

És la més senzilla i la utilitzarem per a introduir amb els xiquets el concepte de fracció.

Materials separats materials individuals

Materials continus unitats no individuals

–¿Quantes coses hi ha? Per exemple, ¿quantes persones hi ha a la classe?

–Els contextos continus són aquells com el paper, , tortà, etc. Quan representem parts d'un material que ha estat dividit.

a.2.–Decimals:

Són fraccions decimals aquelles el denominador de les quals és $10n$ a/ $10n$. Els seus equivalents també són fraccions decimals. Les fraccions decimals són aquelles que serveixen per a dir el resulta d'una mesura.

a.3.– La recta numèrica:

Les representacions en contextos continus i discrets les podem recolzar sobre una recta on representarem les fraccions. Açò no deu ser mai com una introducció, és una ajuda per a recolzar-nos a l'hora de donar fraccions.

B)Les fraccions com a cocient:

b.1.– Divisió indicada:

Si jo tinc 7 panets per a fer berenars i 9 oersones oer a menjar-ne, quina part igual correspon a cadascuna. La divisió serà set novens expressats en forma de fracció però assenyalen una divisió.

b.2.– Com a element d'un cos quocient:

Interpretació purament algebraica que no anem a treballar a primària. Per exemple a classe som 30 hòmens i 40 dones la relació entre dues porcions és de $30/40$.

C) La fracció com a raó:

No la utilitzem mai per a introduir fraccions.

c.1.– Proporcionalitat:

Relació entre un tot i un altre tot. A l'exemple anterior, hòmens i dones separats com dos tots.

c.2.– Probabilitat:

Tinc un dau, quina és la probabilitat de traure un 5 ? Números de casos favorables i casos de números possibles.

c.3.– Percentatges:

Expressem sempre la relació entre algo i cent. Els percentatges tenen un peu en la fracció com a raó i altre com a operador. Per exemple la fracció $\frac{2}{5}$ parts de 2000, per expressar un recorregut, tenim que operar-lo per a saber allò que busque, quanta km. Modifiquem eixe número operant la fracció. Deu ser un percentatge d'algo.

D) La fracció com a operador: Hem d'operar per a veure quant em dona. Anem a treballar sobretot la relació part-tot i la mesura. Per a explicar tot açò hi ha algo que el xiquets han escoltat i alguna vegada han usat i que els pot servir com a recolzament; meitat, doble, triple, etc. Mig Kilo, un quart de quilo, etc.

Les expressions aquestes que ja coneguem les recuperem i les anem relacionant amb la idea de fracció.

NÚMEROS RACIONALS:

Una vegada introduïdes les fraccions, així com les seues representacions, podem dir que aquestes poden ser representades numèricament per mitjà de nous números, els números racionals.

Fins al moment hem vist números naturals (amb els quals es pot sumar i multiplicar), després han aparegut els enters (reunien les característiques anteriors però a més, poden sumar i multiplicar) i finalment arribem als números racionals que ens permeten fer tot tipus de divisions (a més de totes les capacitats anteriors). La idea principal que podem agafar d'ells és que ens poden permetre representar quantitats més xicotetes que la unitat.

Aquests tipus de números els hem de representar per mitjà de la fracció i fer veure que parteix una unitat i mai dividir-ho per zero.

2.1.– Conèixer les diferents interpretacions de les fraccions.

2.2.– Representar fraccions gràficament

Independentment de l'aproximació qualitativa, algunes habilitats necessàries per al domini de la relació part-tot, són la capacitat de dividir un tot en parts, reconèixer el tot, realitzar divisions congruents, reconèixer les parts del tot,

La utilització d'aquestes habilitats (la possessió de l'estructura cognitiva que permet realitzar aquestes accions) han sigut estudiats per piaget, Inhelder i Szeminska (1960) indicant que la noció de fracció en la seua part-tot sostinguda pels xiquets (en contextos continus-àrea) es recolza en 7 atributs:

- Un tot està compost per elements separables. Una regió o superfície és vista com a divisible.
- La separació es pot realitzar en un número determinat de parts. El tot es pot dividir en el número de parts demanat.
- Les subdivisions cobreixen el tot; ja que alguns xiquets quan se'ls demanava dividir un pastís entre tres ninots, tallaven tres trossos i ignoraven la resta.

- El número de parts no coincideix amb el número de talls.
- Els trossos (parts) són iguals. Les parts deuen ser del mateix tamany (congruentes=iguals).
- Les parts també es poden considerar com a totalitat (un vuité d'un tot es pot obtenir dividint els quarts en meitats).
- El tot es conserva.

Aquestos atributs van ser ampliat posteriorment per Payne el 1976, aquestos són considerats com a necessaris per a l'aprenentatge inicial d'aquestes nocions:

- Control simbòlic de les fraccions, és a dir, la manipulació dels símbols relacionats amb les fraccions.
- Subdivisions equivalents.

Tant la idea de que les parts es poden considerar a la seua vegada com a tots, com la noció de les subdivisions equivalents estan estretament relacionades amb la noció de fraccions equivalents, és a dir, com a l'habilitat de reconèixer quan quantes parts diferents d'un tot, obteses amb diferents divisions, ens donen la mateixa part de la totalita, cosa que ens porta a admetre una mateixa relació part-tot a través de nombres equivalents.

Diferents nocions en el concepte de fracció:

Els passos realitzats en la seqüència proposada per Coxford (1975) intenta emfatitzar els següents punts de concepte de fracció:

1.-Unitat:

- Identificar el número d'unitats.
- Identificar quantitats majors o menors d'una unitat.

2.-Parts d'una unitat usant materials concrets :

- Identificar el número de parts d'una unitat.
- Identificar parts del mateix tamany.
- Dividir una unitat en parts iguals.

3.-Números orals per parts de la unitat:

- Establir el nombre de les raccions.
- Usar les fraccions per a contestar a quanta.
- Identificar fraccions iguals a 1.

4.- Escriure fraccions per a representar parts de la unitat (translacions entre les representacions):

- D'alguna forma concreta a una oral.
- D'alguna forma oral a una forma escrita.
- D'una forma escrita a forma oral.
- De forma oral a alguna concreta.

5.-Representar fraccions amb dibuixos:

- Transició d'objectes a diagrames.
- Repetició dels passos anteriors però amb els diagrames.

6.- Ampliar la noció de fracció:

- Fraccions majors que un.
- Números mixtos.
- Model discret, utilització de conjunts.
- Comparar fraccions, fraccions equivalents.

Una vegada exposades les principals idees a l'apartat anterior podem començar a desenvolupar l'apartat corresponent a la interpretació i representació de fraccions.

Començarem a treballar les fraccions en 4rt, sempre des de la interpretació de part tot, que és la principal i la forma natural d'interpretar les fraccions (apartat a.1. de la interpretació de les fraccions). La seqüenciació de treball de les fraccions seguirà el següent ordre:

1er. Els xiquets deuen adonar-se de que un tot està integrat per parts, que és divisible; posteriorment deuen tenir en compte que totes les parts deuen ser iguals.

2n. Treballar primer en contextos continus, posteriorment en contextos discrets.

3er. L'ordre de les fraccions que es treballarà en tots dos contextos:

- Fraccions pròpies: $n < d$
- Fracció unitat: $n = d$
- Fraccions impròpies: $n > d$

El treball començarà a fer-se primer que tot amb materials continus, recordant sempre el la seqüència de pròpies a impròpies. Posteriorment es procedirà a fer el mateix treball en contextos discrets.

Contextos continus:

- **Fraccions pròpies:**



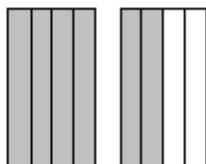
Per exemple començarem dividint una cartolina en tres parts i n'agafem una. Primer que tot els presentem la unitat amb material continu, dividim la unitat, considerem les parts, i les llegim. A partir d'ara es treballarà així perquè es fa necessari expressar les parts que faig i les que necessite, en un primer moment expressarem un tros de sis que he fet. Després una vegada consideren les parts els preguntarem com ho podem representar:

Escrivim $1/3$, els especifiquem que el de dalt significa les parts agafades i el de baix, el denominador, serà les parts en les que està dividida la unitat. Finalment els podem preguntar quin tros hem agafat. Una vegada dit açò els especifiquem tècnicament que el de dalt es diu numerador i el de baix denominador, així com el seu significat.

Una vegada explicat açò els proposem problemes que puguin estar directament relacionats amb situacions de la vida quotidiana i que per a ells tinguin sentit (provocant així un aprenentatge significatiu).

A continuació també es pot treballar la forma de nombrar-les (mig, terç, etc), Una vegada esta forma de treballar les fraccions està clara, en 4rt o 5é segons el nivell, podem passar a fer el mateix procediment però amb fraccions impròpies.

- **Fraccions impròpies:**



Una vegada arribem a les fraccions impròpies el procés és el mateix. Primer mirem la les unitats, dividim, considerem les parts i llegim. Ho representarem gràficament per mitjà de la representació numèrica, una vegada més hauran d'especificar les parts agafades i les totals dividides (oralment). Aquesta feina és més difícil que amb les anteriors perquè els costa més d'assimilar als alumnes.

Un pas alternatiu de les fraccions pròpies a les impròpies és treballar les fraccions unitats, és el pas intermedi entre totesdues situacions.

Un apartat a puntualitzar dins d'allò que és les fraccions són els números mixtes que són una altra manera de representar fraccions impròpies. Per exemple escriure $6/4$ com algo que està compost per les parts enteres que té i les no enteres.

Una vegada explicat tot el treball que fa referència contextos continus ens farem servir de la mateixa seqüència en els contextos discrets.

Contextos discrets:

Ací hem de tenir en compte:

- Fer atenció a la unitat.
- Per què ho vegem com a unitat en contextos discrets?
- Elements individuals.
- El número de parts que vaig a fer coincideix amb el número d'elements de la unitat.
- El número de parts no coincideix però divideix el núemro d'elements de la unitat:

Fem tres parts quan el número d'elements que tinc són 6. He utilitzat dos tercers parts dels ous. Si els gastarem tots seria $3/3$.

– el número de parts ni coincideix ni divideix al número d'elements de la unitat. Tenim una caixa i he de donar de berenar a 7 xiquets. Quina porció de la caixa es menja cada xiquet? Partim la caixa que es la unitat entre els set xiquets; $1/7$ de caixa per a cada xiquet. Veiem la caixa com a unitat i no com a 6 ous-. Podem fer el mateix amb $7/7$, $7/9$.

2.3.– Comprovar i reconèixer que una dècima, una centèsima, una milèsima, etc, s'obtenen dividint la unitat en 10, 100, 1000, etc parts iguals.

Per a treballar el següent apartat hem de tenir en compte que ja ens fem servir dels números racionals que ja hem explicat amb anterioritat. Dins dels números racionals representats per fraccions, trobem que hi ha dos

tipus, un d'ells porten el denominador en potències de deu. Amb aquestes característiques podem fer dos tipus de subdivisions a dins del número racional Q:

- **Decimals:** números racionals que poden expressar-se amb fraccions el denominador de les quals pot expressar-se amb potències de 10 (Fraccions decimals). Cada número decimal té la seva fracció decimals.
- **No decimals:** racionals que no poden expressar-se per mitjà d'una fracció el denominador de la qual no pot ser potència de 10, $1/7$, $1/6$.

L'expressió decimal d'un número racional: és la forma de representar eixe número usant el sistema de numeració decimal. Sempre la quantitat de ífres que hi ha a la dreta de la coma és finita, quan intente fer la expressió decimal d'un 0.2, 0,25, 1,7, etc. **Expressió decimal exacta.**

En els no decimals, donen lloc a expressions decimals com una quantitat infinita de díffres darrere de la coma però són totes conegudes.

Si es repeteixen un conjunt de díffres trobem una **expressió periòdica pura** 1, 7171

Si al principi hi ha unes que no es repeteixen però les del final sí **periòdica mixta** 37,141515151515 37, 1415

Després trobem una classe de números que tenen una quantitat infinita de díffres decimals, a aquestos se'ls anomena números **irracionals**. Hem de tenir en compte que els números irracionals i racionals s'engloben en el conjunt de números reals.

Quan tenim fraccions hem de adonar-nos que sempre ens donaran expressions decimals exactes o periòdiques (pures o mixtes) però mai irracionals.

$$45/125 = 3 \cdot 3 \cdot 5 / 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3 \cdot 3 / 5 \cdot 5 = x4 = 36/100 = 0,36$$

A l'hora de simplificar les fraccions en pot surgir que el denominador tinga factors de 10 (2 o 5) sabem que el resultat serà una fracció amb un període mixte.

Si per contra el denominador no té factors de 10 (2 o 5) sabem que el resultat serà periòdica pura.

El primer que hem de fer per a veure si és periòdica pura o mixta és trobar la fracció irreductible; simplificant.

A continuació mirem si el denominador té:

- si té sol 2 i/o 5 Exacta (nº decimal).
- si no hi ha ni 2 ni 5 periòdica pura.
- Si té 2 y/o 5 combinats amb altres números periòdica mixta.

Una vegada explicat que les fraccions poden expressar números decimals, i vistos els tipus de racionals i irracionals, passem al que seria el desenvolupament de l'apartat **2.3**

En aquest apartat es treballarà sols la divisió de la unitat, primer en 10 parts, 100 i finalment en 1000 parts. Cal resaltar la importància del treball d'aquestes fraccions especials i treballar-les bé, sense oblidar-les quan treballem de forma general les fraccions. Provocant que els xiquets sàpiguen quant valen, com s'escriuen , etc.

Per a portar a terme tot allò que hem especificat al paràgraf anterior ens farem servir de materials manipulatius per a que els xiquets veguen representada la idea de fracció, sempre començant el treball amb material **continu**.

Comencem per la divisió de la unitat en 10 parts.

Dividirme la unitat (el paper) en 10 parts i els preguntem quantes en tenim, n'agafem una i els diguem que això s'anomena una dècima ($1/10$).

Açò seguirà de la mateixa forma amb la centèsima i la mil·lèsima (ens podem der servir del papaer mil·limetrat).

El procediment a seguir serà sempre el mateix:

- Dividir la unitat.
- Considerem les parts.
- Les llegim.

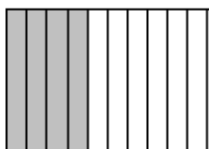
Una vegada hem arribat a la mil·lèsima, les següents no farà falta materialitzarles com havíem fet fins al moment.

A mesura que anem treballant–ho és necessari veure l'expressió dels ordinals.

2.4.– Introduir les fraccions decimals

Aquest apartat és una ampliació i una continuació de l'apartat anterior. Ara treballarem de la mateixa forma que l'anterior apartat, però ampliant els números al numerador. Primer amb una xifra i a poc a poc augmentar el número al numerador; primer comencem per fraccions pròpies i després fraccions impròpies (les pròpies les introduiríem a 4rt curs i les impròpies a 5é).

Comencem amb les fraccions pròpies a 4rt, recordem que canviarem el numerador i anirem augmentant de dificultat a poc a poc canviant el denominador (és a dir augmentar progressiament a dècimes, centèsimes, etc). A mesura que treballem farem el mateix procediment que abans: **dividir la unitat, considerar les parts, agafar–ne ho escrivim i aprenem a llegir les parts que tenim.**



En aquest exemple dividiríem la cartolina, considerem les parts a agafar, les escrivim numèricament i provem a llegir-les. Tenim $4/10$ (quatre dècimes). El treball amb dècimes podria anar ampliant-se amb diversos números, fins al 9 clar.

Una vegada acabem amb les dècimes, per mitjà del paper mil·limetrat entrem amb les centèsimes, el procediment el mateix que en el cas anterior. $22/100$, $35/100$. Finalment faríem el mateix amb les mil·lèsimes. Una vegada completat el procés amb les fraccions i ja les conegueren bé aleshores els parlariem que eixe tipus de fraccions es diuen **FRACCIONS DECIMALS**.

El treball d'aquest apartat seguiria a 5é però amb **fraccions impròpies**, ho introduiríem fent repàs sobre tot allò que correspon a aquest apartat i que s'ha treballat a 4rt curs de primària.

Treballaríem la $x/100$, $x/1000$, etc. Recordant sempre que es comenta amb material continu i finalment es treballaria sense material.

En aquest apartat, si s'han treballat els números mixtes amb anterioritat, treballarem i els aclarirem.

2.5.– Escriure llegir fraccions en forma d'expressions decimals i viceversa :

Aquest apartat treballa com escriure per mitjà de la representació numèrica les fraccions, És un apartat per a reflexionar sobre el sistema de numeració, és adir, ampliar-lo. Hem d'averiguar com escriure eixos números en el sistema de numeració decimal.

Fins ara teníem un sistema que augmentava de 10 en 10 i , per contra, ampliïm el sistema a través d'una numeració que es construeix de 10 en 10 però que anem fent més xicotets, de forma descendent. Per tant, una clara finalitat de l'apartat en qüestió és escriure unitats més xicotetes que la fracció i fer-los comprendre als xiquets que a un número més menut que zero es posa una coma. El sistema de numeració igual, però al revés, de 10 en 10 de forma descendent. En resum, per a la formació del sistema de numeració decimal hem de translladar allò que ocorre en el sistema de numeració normal.

Així doncs el nostre treball es centra a 4rt, curso n aprendrem a escriure en forma de números decimals totes aquelles fraccions vistes amb anterioritat. En primer lloc els ensayen a escriure fraccions decimals, que siguen pròpies i comentant per les dècimes.

$1/10 = 0'1$ fracció decimal i número decimal

Introduïm la coma i els diem que serveix per a separar els números enters dels decimals. A continuació seguirem la mateixa línia de treball i procedim amb les centèsimes i les mil·lèsimes. Tot açò es farà recolzat amb material (com cartolines), representant-ho gràficament i anunciant-ho oralment.

Una consideració a tenir és que pot presentar dificultat per al xiquet quan veuen que a la dreta immediata de la coma no existiesen unitats, sinó dècimes i centèsimes, Per això ens podem fer servir de situacions amb materials com els anteriors i fer la representació numèrica als àbacs, ahí es veurà molt bé el pas d'una expressió de fracció a una expressió en fracció decimal.

Una vegada treballat tot açò anirem fent exercicis d'automatització. Mesclant unes fraccions amb altres i diverses dificultats.

Propostes de treball en aquest apartat:

- Preguntar quantes unitats completes tenim, i si és que no posar la coma.
- Important saber el procés contrari al treballat en aquest apartat, passar de decimals a fracció.

- Treballar a mesura que anem avançant en dit apartat l'escriptura global i la individualitzada.

2.6.–Comprovar que els zeros a la dreta d'un decimal no alteren el seu valor.

Aquest apartat es treballa a 4rt i a 5é, i té la finalitat de comprovar que un zero a la dreta del decimal no altera el seu valor.

Podem començar amb fraccions pròpies a 4rt, començant amb les dècimes i recolzant-nos en material que ens serveixi per a fer d'unitat.

Un exemple:

Comparar que és el mateix 0'1, 0'10.

Comparar que és el mateix 0'3, 0'30

Comparar que és el mateix 1'25, 1'250.

El treball seguirà de la mateixa forma però amb les fraccions impròpies.

Una vegada treballat tot açò el que farem serà fer exercicis de comparació de valors:

0'03, 4'21, 0'030, 0'3, 4'210, 42'1.

2.7.– Ordenar fraccions i números decimals.

A) Ordenació de les fraccions:

L'apartat següent té com a finalitat l'ordenació de fraccions. Conençarem a treballar l'ordenació de les fraccions sobre 5é curs de primària.

A.1) Igual denominador:

El treball començarà comparant fraccions pròpies i d'igual denominador, treballant-ho sempre amb material real, Continuarà amb les fraccions impròpies i d'igual denominador.

–Fraccions pròpies:



Agafem 2/4



Agafem 3/4

Amb aquest tipus de fraccions i comparant seguiríem el treball amb fraccions amb impròpies.

–Fraccions impròpies:

Compararíem a l'igual que en l'exemple anterior. Per exemple: $7/5$ i $12/5$.

Una vegada finalitzat aquest apartat i s'adonen de que la fracció major és aquella que té el numerador major, aleshores podem començar a comparar tot tipus de fraccions, les pròpies i amb les impròpies.

A.2) Igual numerador:

- Pròpies: $3/5 > 3/6$.
- Impròpies: $7/3 > 7/5$

Es treballarà igual que en l'apartat anterior.

* Qualsevol fracció impròpia és major que la pròpia del mateix denominador.

Propostes de treball: treballar-ho sobre la recta numèrica.

B) Ordenació de números decimals:

Per a veure quin número decimal és més gran mirarem la part entera del número.

Part entera: diferent número de xifres és gran el de més quantitat.

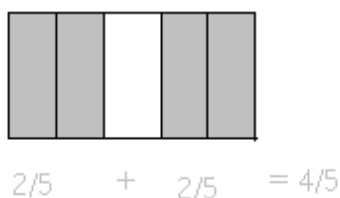
igual número de xifres, comparar des de la posició de major ordre.

2.8.- Realitzar per mitjà d'experiències, sumes i diferències de fraccions del mateix denominador. Adquirir els automatismes.

Apartat que es treballa en 5é.

- Suma:

A principi farem addicions de fraccions pròpies i que al mateix temps en isca un resultat en fracció propia. Per exemple : comencem amb les pròpies, dividim una unitat i demanem als xiquets que unisquen les parts agafades :



Una vegada unisquen les parts de la unitat, en aquest cas la cartolina, direm que ho lligem en veu alta.

- S'ha de prestar atenció a que el xiquet no canvie el denominador a l'hora de sumar, ja que sinó es trenca l'element unitat (arribant a sumar coses que no tenim). Fer èmfasi en que es deixa el denominador igual.

Una vegada ja hem fet açò el que farem serà fer el mateix treball amb les impròpies:

$$7/8 + 2/8 = 9/8$$

Una vegada ja vagen treballat tot tipus de fracció i sumat dos fraccions, passarem a que sumen 3 i més fraccions. A partir d'ací ens sorgirà que

Si sumem pròpies el resultat pot ser impropí.

Si sumem impropí el resultat és impropí.

D'ací **concloem** sempre que tinguem una suma de fraccions amb el mateix denominador, es sumen els numeradors i es deixen el mateix denominador.

Per mitjà d'exemples podríem comprovar les propietats conmutativa i associativa. Ampliar la suma a més de dos sumands.

• **Sustracció:**

Hem de puntualitzar que no podem començar a fer sustraccions amb fraccions fins que no sàpiguen ordenar fraccions.. Deixar sempre clar que el minuendo deu ser major que el sustraendo, reflexionant i deixant clar que a un número xicotet no se li pot llevar un número gran.

El treball començarà amb fraccions pròpies, sempre recolzant-nos amb material a l'igual que en l'addició. Per exemple, partim d'una situació real en la qual hem repartit $\frac{4}{5}$ de cartolina a un un xiquet i n'ha perdut $\frac{1}{5}$.

Aleshores $\frac{4}{5}$ menys $\frac{1}{5}$ és $\frac{3}{5}$ *sempre amb el mateix numerador. S'adonaran de que es resta el numerador i es deixa el mateix denominador.

Una vegada treballades les pròpies, com sempre, passem a les impròpies. El procedir serà sempre el mateix. Sempre treballant amb material real.

Ja a 6é treballaran sustraccions amb tot tipus de fraccions.

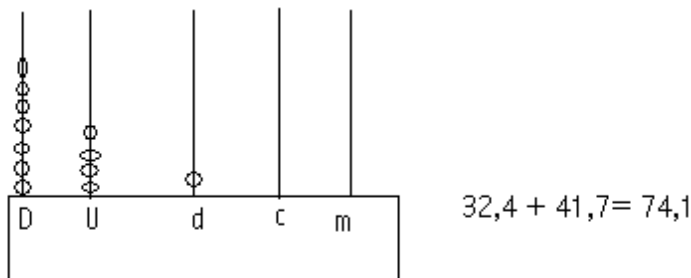
2.9.– Resoldre addicions i sustraccions de decimals adquirint els automatismes. Comprovar que s'obté el mateix resultat sumant decimals expressats en forma de fracció que sumant-los utilitzant la seua expressió decimal.

• **Addició**

Primer procedirem a fer sumes sense portar i després portant. A 5é números que tinguen la mateixa quantitat de decimals darrere la coma. Normalment els exemples van associats a mesures. Ací hem d'aclarir que la coma deu estar aliniada en tots els casos i deuen tenir clar la posició dels números..

Comencem amb exemples fàcils que tinguen sols dècimes, sense portar.(part entera = 0). Ens recolzem amb el material i posteriorment seguim fent treball amb centèssimes. Una vegada treballat açò ampliïm a sumes amb la part entera diferent a zero, si no queda clar podem fer treball amb àbacs.

Una vegada finalitzat aquest treball passem a fer addicions portant.. Ens podem fer servir d'àbacs.



Primer farem sumes portant en dècimes i més tard en centèsimes. Una vegada automatitzada la addició hem de tenir clar que haurem de fer sumes per a perfeccionar el procediment : realitzant sumes que tinguin diferent nombre de xifres a la part decimal, a principi es poden posar els zeros de la part dreta decimal, però a poc a poc s'ha d'anar llevant.

• La sustracció:

La sustracció es treballa a 5é curs, si s'ha treballat l'addició ben treballada no es fa necessari l'ús del material, però sempre a d'estar disponible per si ens interessa recórrer a ell.

El procedir serà igual que a l'addició, amb el mateix nombre de xifres darrere la coma, sense portar i portant. Dóna igual que la part entera de la resta siga diferent a zero.

La introducció de la sustracció portant es farà de la mateixa manera que en números naturals, però primer en dècimes i després amb centèsimes.

Els xiquets s'han d'adonar de que es fa igual que amb els números decimals.

Una vegada controlen les restes amb el mateix nombre de xifres dalt i baix, podem començar a posar diferent nombre de xifres.

Finalment es faran comprovacions comparant addicions i sustraccions de fraccions i les de decimals, així veuran que és el mateix.

OBSERVACIONS: A 5é deuen tenir el mateix nombre de xifres decimals, perquè a 5é no s'ha treballat la suma de fraccions amb diferent denominador. Per això, si posem diferent nombre de xifres decimals els hem de posar 0 als llocs buits

Ja a 6é es repassa tot aquest treball i es deixa fer sustraccions i addicions de tot tipus.

2.10.– Realitzar multiplicacions i divisions de decimals per naturals.

Aquest treball es farà a 5é (primer es divideix i multiplica un número decimal o una fracció per un número natural.)

Multiplicació

– Primer farem multiplicacions per una xifra i sense portar. A la vegada hem d'anar treballant paralelament amb centèsimes i mil·lèsimes, de manera que quan fagen operacions amb dècimes puguin saber-ne fer amb les dècimes i les centèsimes i mil·lèsimes.

– A continuació farem el mateix però portant. Primer en una part, en dècimes, centèsimes, etc.

– Multiplicar per números de més d'una xifra (aplicar l'algoritme de la multiplicació i recordar que repetisc el que hi ha d'alt (sense variar la posició de la coma)).Pot ser portant i sense portar (podem seqüenciar–ho començant per la multiplicació amb dècimes,..., i després portant).

*Si durant el procés no entenen la multiplicació podem fer que sumen X vegades la xifra a la qual es multiplica. Al mateix temps podem aprofitar per a fer referència a la coma, com a l'addició la coma conserva la seua posició i la multiplicació no és res més que una addició de sumands es conserva la coma. A mesura que avancen en les multiplicacions s'adonaran de que el nombre de decimals del multiplicand es conserva en el resultat, per tant, 1er arrastraran la coma però al final la posaran automàticament al resultat.

Divisió:

La divisió es treballarà a 5é.

A l'hora de dividir sabem que tenim que colocar el resultat per ordre d'unitats dividides..

A continuació ens posaríem a dividir una divisió normal, i en arribar a les unitats, les passe a dècimes en el quocient.

Después anirem augmentant la dificultat augmentat el número de decimals i després posem dos xifres en el divisor.

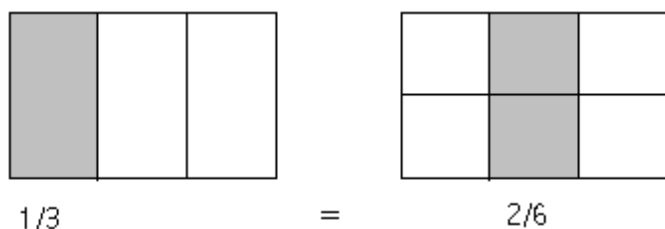
Important : la part decimal al construir–se de forma descendent si dividisc dècimes tinc dècimes.

(Posar els passos de la divisió del primer semestre)

A 6é es completa.

2.11.–Introduir, calcular i reconèixer les fraccions equivalents d'una fracció donada.

A 6é treballem aquestes fraccions, a no ser que sorgisca la necessitat abans. Aquest treball es portarà a terme amb material continu i amb exemples específics i concrets (recordem que es fa en contextos continus perquè és més senzill).



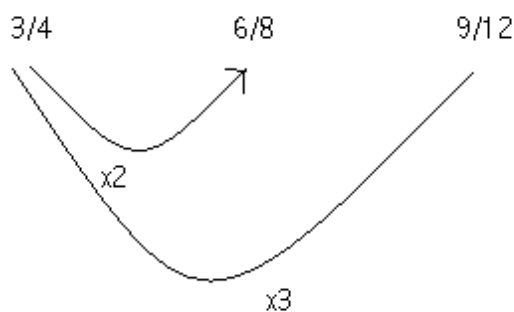
Exemple: Agafem dos cartolines del mateix tamany. Una la dividim en tres parts i l'altra en sis parts iguals. Comparem i vegem que $\frac{1}{3}$ d'una és igual a $\frac{2}{6}$ de l'altra.

Una vegada fetes aquestes experiències els diguem que les fraccions que representen el mateix tros d'unitat són les fraccions equivalents. (amb diferents números representen la mateixa porció d'unitat).

Podem fer que tots participen en conjunt per a que siga més significatiu l'aprenentatge, al mateix temps ens podem fer servir de materials com el material lotto.

Una vegada presentat el concepte el que fem es plantejar el problema de com traure fraccions equivalents

sense la necessitat de recolzar-nos en el material. Es pretén que ho descobrisquen (aprenentatge per descobriment).



Una vegada ja ho sàpiguen conclourem dient que trobarem una fracció equivalent multiplicant el mateix nombre pel numerador i pel denominador, encara que siga un número decimal.

Després els direm que per a simplificar-la deuen fer-ho a les dues parts de la fracció. Al final la fracció ja no podem dividir-la més i diem que tenim una fracció que és **irreductible**.

2.12.- Adquirir els automatismes de càlcul d'addicions, sustraccions, multiplicació i divisió de fraccions.

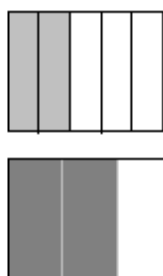
Suma

A 6é es treballarà aquest apartat, però haurem de repassar la suma i la resta que s'ha treballat en 5é, les quals tenien el mateix denominador.

- Introduïm les sumes i les restes de fraccions amb distint denominador:

Abans de començar aquest apartat hem de provocar que els xiquets vegien la necessitat de que els denominadors siguin iguals a l'hora de sumar dites fraccions (aprenentatge per descobriment)..

Per exemple: els fem sumar $\frac{2}{5}$ i $\frac{2}{3}$. Agafem una cartolina i la dividim en parts. Intentem que sumen totes les parts i veuran que no poden perquè no són iguals.



Aleshores quan vegem que no es poden sumar perquè les parts deuen ser iguals deduiran que deuen transformar els denominadors.

Per a que sumen dites fraccions els hem de dir que deuen buscar dues fraccions que tinguin els denominadors iguals, per tant que el busquen. Per a fer això deuran multiplicar cada fracció amb el número que toque. A principi aquestes fraccions deuen ser fàcils a l'hora de buscar el múltiple dels denominadors.

$$\begin{array}{c} \curvearrowleft \\ 2/3 + 4/5 = 10/15 + 12/15 \\ \begin{array}{cc} \times 5 & \times 3 \end{array} \end{array}$$

Si a l'hora de fer aquest procediment hi ha algun xiquet que es mostra contrari a l'explicació fem que ho comprove per mitjà de material.

Una vegada vist els procediments bàsics el que hem de fer és passar a números més grans, trobem dues situacions:

A). En aquesta es veu que s'intenta veure si una és múltiple de 60.

$$35/60 + 12/15 \times (4) = 35/60 + 48/60 = 83/60$$

B). En aquesta en canvi:

$$43/65 + 13/25$$

Es pot multiplicar pel denominador de l'altra fracció.

O bétraure el mcm (repetits i no repetits amb major exponent) de les fraccions:

$$\text{mcm} = 13 \cdot 52.$$

Després podem anar augmentant la dificultat, augmentant les xifres de números.

Resta

$$3/4 - 2/5 =$$

* El mateix treball que en la suma.

Multiplacació:

Aquest apartat també es treballa per a 6é. Trobem dues situacions a comentar:

A) Una fracció es multiplica per un número natural:

Per a fer aquest apartat partim de situacions que donen al xiquet un aprenentatge significatiu, aquestos seran situacions connectades a la realitat quotidiana del xiquet.

Per exemple, agafem $2/5$ d'un pastís i hem de donar-ne a tres xiquets. Aleshores per a que ho entenguen hem de referir-nos a la definició clàssica d'una multiplicació que és la repetició de sumands, és a dir una fracció repetida varies vegades:

$$2/5 + 2/5 + 2/5 =$$

Els xiquets ho sumaran i trauran el resultat. Després aprofitant la idea de la multiplicació amb naturals i la definició clàssica de multiplicació els diem que això en termes de multiplicació de fraccions és així:

$$2/5 \times 3 = 6/5$$

Ací serà necessari especificar que sols es multiplica el denominador perquè les parts deuen ser les mateixes, recordem que per a la suma els denominadors devien ser iguals.

- Una fracció actua com a operador sobre un número:

Per exemple, 20 litres d'aigua i el consum de les $\frac{3}{5}$ parts d'una garrafa. Es tracta de reconèixer-la com una multiplicació $20 \cdot \frac{3}{5}$. Però no ens hem de quedar ací $20 \cdot \frac{3}{5} = \frac{60}{5}$. És aconsellable arribar a l'expressió $20 \cdot \frac{3}{5} = \frac{60}{5} = 12$.

Una vegada arribats a aquest punt podem continuar de la següent forma: $\frac{3}{5} \times 20 = \frac{3 \times 20}{5}$. Es deuran comparar les dues formes i veure que és el mateix.

*Ací a diferència de l'apartat anterior dec fer la divisió.

C) Multiplicació de dues fraccions:

Aquest apartat pot ser complicat per a explicar als xiquets perquè no es pot aplicar de forma directa a la realitat quotidiana dels xiquets.

Exemple: hem comprat $\frac{3}{4}$ d'una coca i quan hem arribat a casa ens n'hem menja $\frac{2}{5}$ parts. Quant ens hem menjat en total?

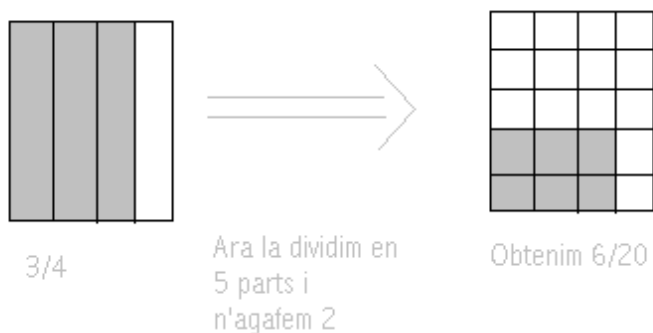
Volem saber $\frac{2}{5}$ dels $\frac{3}{4}$ de la coca.

Aquest càlcul, per analogia, el reconeixem com a multiplicació:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = ?$$

Usarem una construcció geomètrica (Important):

Agafem una cartolina i la dividim en 4 parts, agafant-ne tres. A continuació la dividim en 5 parts. Tre quartes parts d'una i 2 cinqués de l'altra ens ix $\frac{6}{20}$.



*Com la multiplicació té la propietat commutativa dóna igual la disposició de la divisió de fraccions.

Després farem treball amb pròpies, després amb impròpies i finalment mesclarem totes dues. Una vegada fets ja prou exemples i activitats deuran extreure la norma de que es trau numerador per numerador i denominador per denominador.

Si podem i dóna temps farem les propietats associativa i conmutativa.

- Multiplicar 2 fraccions quan els dos actuen com a operador.

20 litres d'aigua

El primer dia hem consumit $\frac{3}{5}$ parts.

El segon dia hem consumit $\frac{2}{3}$ d'allò que queda

Què queda? Quina part del total?

$\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5}$ de 20

Es pot fer:

$\frac{2}{5} \cdot 20$

$\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$

O tmb:

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot 20$ de 20

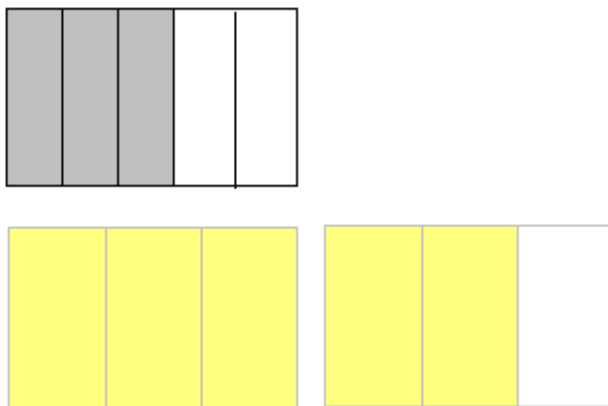
Primer $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$

Després $\frac{4}{15} \cdot 20$

Divisió:

Aquest apartat es treballarà en 6é curs de primària. Abans d'entrar de forma directa en allò que és la divisió haurem de veure què és la **fracció inversa**.

Exemple :



Allò important en el que és la fracció inversa és important que arriben a la conclusió de que la multiplicació de dues fraccions, quan una és inversa de l'altra, sempre té com a resultat la unitat. Conclouran que la fracció inversa d'una fracció és aquella que presenta els mateixos números però invertits.

Comprovar:

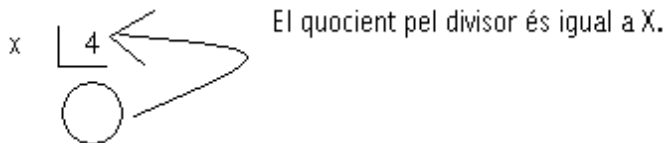
$$5/3 \cdot 3/5 = 15/15$$

Han d'observar que si una és propia passa a impropia i viceversa.

Ara pasarme a explicar la problemàtica de la divisió i com resoldre divisió de fraccions:

$$3/4 : 2/7 = C$$

Ara aplicarem el concepte de divisió:



Així doncs, en la divisió de fraccions podem aplicar aquesta definició de divisió:

$$3/4 = 2/7 \times C$$

Açò ho resoldrem multiplicant les dues parts per la inversa:

$$7/2 \cdot 3/4 = 7/2 \cdot 2/7 \cdot C \quad C = 3/4 \cdot 7/2$$

*Ací passem d'una situació que no sabíem a una aplicació lògica de la divisió de fraccions.

2.13.- Escriure fraccions decimals en forma d'expressions decimals i viceversa.

Aquest treball es realitzarà a 6é curs de primària, l'objectiu és saber si una fracció és decimal i com escriure dites fraccions en forma d'expressió decimal.

Així doncs si en donen una fracció i no sabem com és, realitzarem la descomposició en factors de cadascun dels membres de la fracció, així comprovarem si és decimal o no.

Exemple:

$$275/315 = 5 \cdot 11/3 \cdot 5 \cdot 7$$

Així doncs depenen dels factors que trobem al denominador, podem classificar les fraccions en:

2 i/o 5 ens resultarà una **expressió decimal exacta**.

ni 2 ni 5 expressió **decimal periòdica pura**.

2 i/o 5 combinat. **Expressió decimal periòdica mixta**.

Una vegada sabem distingir el tipus de fraccions que són passem al vertader objectiu de l'apartat que és escriure fraccions decimals en forma d'expressions decimals i viceversa.

- Passar d'expressió decimal a fracció.

1er.-Expressió decimal exacta.

$$7,22=722/100$$

2n.- Passar d'expressió decimal a fracció. **Periòdica pura.**

$$\begin{array}{r} 457,7=10x \\ - 45,7 =x \\ \hline 412 =9x \end{array}$$

La fracció generatriu d'una expressió decimal periòdica pura és una altra fracció que té en el numerador la part entera seguida del període menys la part entera. Al denominador té tants 9 com té el període.

3er.-**Periòdica mixta.**

$$31,75 =x$$

Multipliquem per 10

$$317,5=10x \text{ per } 100 \text{ i restem el resulta } x=2858/90$$

El denominador tindrà tants 9 com xifres té el període i tants zeros com xifres té la part no periòdica.

2.14.- Adquirir los automatismos en las operaciones de multiplicació i divisió de números decimals:

A l'apartat 2.10 ja féiem referència.

Ací completeu la informació sobre eixes operacions i justifiqueu la forma de procedir:

$$\begin{array}{r} 27,41 \\ \times 3,9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Com justifiquem la posició} \\ \text{de la coma? Per mitjà de} \\ \text{la multiplicació} \end{array} \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{r} \underline{2741} \times \underline{39} = \underline{2741 \times 39} \\ 100 \quad 10 \quad 1000 \end{array}$$

Després de fer ja uns quanta casos, adoptem ja la idea de multiplicar com si foren números naturals i comptar els decimals i córrer la coma en el resultat.

$$47,25 \mid \underline{21,3} \quad \frac{4725}{100} : \frac{2130}{100} = \frac{4725 \times 100}{213 \times 100} = \frac{4725}{213}$$

La divisió que teníem escrita és la mateixa que ens ha eixit, però la que ens ha eixit és sense comes.

Anyadim un zero al terme que té menys xifres decimals:

$$47,25 \overline{) 21,30}$$

$$\frac{4725}{100} : \frac{2130}{100} = \frac{4725 \times \cancel{100}}{2130 \times \cancel{100}} = \frac{4725}{2130}$$

*Les fraccions periòdicasdeuen operar-se amb la fracció generatriz obliatòriament. Sols comentem si algú ho pregunta.

2.15.- Aplicar los conocimientos adquiridos sobre fracciones i decimals, a plantejar i resoldre problemas d'enunciats propostos pel profesor o inventat pel l'alumne, que impliquen operacions amb fraccions (de igual o distint denominador) i/o amb números decimals.

A 5é i 6é:

Es fan problemas sobretot de mesura i geometría. També se'ls poden posar alguns problemas de sumar, restar, multiplicar i dividir.

A 5é

+/- amb fraccions que tinguen igual denominador.

+/- decimals

x/÷ decimals i números naturals.

6é.

Tot tipus de problemas iclosos els de 5é.

x/: fraccions

+/- fraccions de diferent denominador.

x/. decimals

*És aconsellable que ells proposen problemas, però semore per nivells de dificultat.

Educació Matemàtica Curs 01/02

22

Universitat Jaume I