

CONTROL DE PROCESOS POR COMPUTADOR

DISEÑO DE UN REGULADOR POR EL METODO ZIEGLER-NICHOLS Y DE TIEMPO FINITO

DISEÑO DE UN REGULADOR PID POR EL METODO DE ZIEGLER-NICHOLS.

El sistema es una red RC, formada por tres resistencias de 100 K cada una, y tres condensadores de 100 nF cada uno.

El esquema a montar es el siguiente:

La funcion de transferencia obtenida es:

$$G_p(s) = \frac{1E6 (0,75)}{s^3 + 500s + 6E4s + 1E6}$$

para T = 10 mseg

Pasamos la funcion de transferencia anterior que esta en continuo a discreto, utilizando como herramienta matematica el MATLAB.

Utilizamos la funcion c2d:

C2d (GP,T)

Donde GP es la funcion de transferencia del proceso a controlar en forma continua, y T es el periodo de muestreo.

Dando como resultado:

para trabajar mejor, pasamos la función anterior en z a z-1:

para conseguir esto multiplicamos el numerador y denominador de la funcion anterior por la z de mayor exponente.

O bien mediante MATLAB, con la funcion set (GP, 'variable','z^-1'), dando como resultado la funcion:

$$G_p(z^{-1}) = \frac{0,041783 \ z^{-1} \ (1+1,296 \ z^{-1}) \ (1+0,065 \ z^{-1})}{(1-0,8203 \ z^{-1}) \ (1-0,2112 \ z^{-1}) \ (1-0,03889 \ z^{-1})}$$

CONDICION 1.-

para que el error se haga cero en un numero finito de periodos de muestreo:

$$(1-M(z^{-1})) = (1-z^{-1})^r M_1(z^{-1})$$

el valor de r dependera del tipo de entrada que escojamos (1 para escalon, 2 para rampa y 3 para parabola).

En nuestro caso la entrada es escalon, por lo tanto r = 1.

$$(1 - M(z^{-1})) = (1 - z^{-1}) M_1(z^{-1})$$

Al multiplicar $M(z^{-1}) R(z^{-1})$, entonces $E(z^{-1})$ es un polinomio y podemos conseguir un error nulo en el minimo tiempo. Cuanto menos terminos tenga el polinomio, mas rapido se anulara el error.

Siendo $R(z^{-1})$ la entrada en escalon, y $E(z^{-1})$ el error.

La $M(z)$ debe mantener el retraso del proceso.

$$M(z^{-1}) = m_0 + m_1 z^{-1} + m_2 z^{-2} + \dots + m_n z^{-n}$$

algunos de los coeficientes en m seran cero, para mantener el retraso.

Habra que escoger una $M(z^{-1})$ lo mas pequeña posible.

CONDICION 2.-

Para no cancelar los ceros externos

$$M(z^{-1}) = (1 - Z_{ext} z^{-1}) M_2(z^{-1})$$

CONDICION 3.-

Para no cancelar los polos externos

$$1 - M(z^{-1}) = (1 - P_{ext} z^{-1}) M_3(z^{-1})$$

CONDICION 4.-

Para evitar las oscilaciones.

$$M(z^{-1}) = N_{dor} G_p(z^{-1}) M_4(z^{-1})$$

Para la primera condicion tenemos:

$$(1 - M(z^{-1})) = (1 - z^{-1}) M_1(z^{-1})$$

m_0 es igual a 0 para mantener el retraso del proceso.

Para la segunda condicion tenemos:

$$M(z^{-1}) = (1 + 1,296 z^{-1}) M_2(z^{-1})$$

Para la tercera condicion tenemos:

no existen polos externos.

Para la cuarta condicion tenemos:

$$M(z^{-1}) = 0,041783 \quad z^{-1}(1+1,296 \quad z^{-1}) \quad (1+0,065 \quad z^{-1}) \quad M_4(z^{-1})$$

0

$$M(z^{-1}) = m_0 + m_1 \quad z^{-1} + m_2 \quad z^{-2} + m_3 \quad z^{-3}$$

$$M_1(z^{-1}) = a_0 + a_1 \quad z^{-1} + a_2 \quad z^{-2}$$

$$M_4(z^{-1}) = d_0$$

La condicion 4 absorve a la condicion 2, por contener a esta.

$$1 - m_1 \quad z^{-1} - m_2 \quad z^{-2} - m_3 \quad z^{-3} = (1 - z^{-1}) \quad (a_0 + a_1 \quad z^{-1} + a_2 \quad z^{-2}) \quad M(z^{-1})$$

$$1 - m_1 \quad z^{-1} - m_2 \quad z^{-2} - m_3 \quad z^{-3} = a_0 - a_0 \quad z^{-1} + a_1 \quad z^{-1} - a_1 \quad z^{-2} + a_2 \quad z^{-2} - a_2 \quad z^{-3}$$

$$m_1 \quad z^{-1} + m_2 \quad z^{-2} + m_3 \quad z^{-3} = 0,041783 \quad z^{-1}(1+1,296 \quad z^{-1}) \quad (1+0,065 \quad z^{-1}) \quad d_0$$

$$m_1 \quad z^{-1} + m_2 \quad z^{-2} + m_3 \quad z^{-3} = 0,041783 \quad d_0 \quad z^{-1} + 0,056865 \quad d_0 \quad z^{-2} + 0,003519 \quad d_0 \quad z^{-3}$$

Identificando coeficientes obtenemos las ecuaciones siguientes:

$$a_0 = 1$$

$$m_1 = a_0 - a_1$$

$$m_2 = a_1 - a_2$$

$$m_3 = a_2$$

$$m_1 = 0,041783 \quad d_0$$

$$m_2 = 0,056865 \quad d_0$$

$$m_3 = 0,003519 \quad d_0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones con MATLAB, mediante el comando solve, obtenemos:

$$a_0 = 1$$

$$m_1 = 0,408968$$

$$m_2 = 0,556589$$

$$m_3 = 0,0344436$$

$$a_1 = 0,591032$$

$$a_2 = 0,0344436$$

$$d_0 = 9,7879$$

$$M(z^{-1}) = m_1 \quad z^{-1} + m_2 \quad z^{-2} + m_3 \quad z^{-3}$$

$$M_1(z^{-1}) = a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}$$

$$M_4(z^{-1}) = d_0$$

$$M(z^{-1}) = 0,408968 z^{-1} + 0,556589 z^{-2} + 0,0344436 z^{-3}$$

Para trabajar mejor, pasamos la función anterior en z a z-1:

Para conseguir esto multiplicamos el numerador y denominador de la función anterior por la z de mayor exponente; en nuestro caso z³.

$$M(z^{-1}) = \frac{0,408968 z^2 + 0,556589 z + 0,0344436}{z^3}$$

Con MATLAB:

$$M = \text{tf}([0,408968 \ 0,556589 \ 0,0344436],[1 \ 0 \ 0],10/1000)$$

$$M(z^{-1}) = \frac{0,408968 z^2 + 0,556589 z + 0,0344436}{z^3}$$

Con un periodo de muestreo (T) de 10 mseg.

Función de transferencia del proceso continuo (GP):

$$G_p(s) = \frac{1E6 (0,75)}{s^3 + 500s + 6E4s + 1E6}$$

Función de transferencia del proceso discreto (GPd):

$$\text{GPd} = \text{c2d}(\text{Gp}, 0.01)$$

$$G_{pd}(z) = \frac{0,04178 z^2 + 0,05686 z + 0,00325}{z^3 - 1,07 z^2 + 0,2134 z - 0,006738}$$

Función de transferencia del regulador (GRd):

Periodo de muestreo (T) de 10 mseg.

$$G_{rd} = \frac{1}{G_{pd}} \frac{M}{1-M}$$

$$G_{rd} = \frac{0,409 z^8 + 0,1188 z^7 - 0,4741 z^6 + 0,07913 z^5 + 0,03599 z^4 - 0,0002331 z^3}{0,04178 z^8 + 0,03977 z^7 - 0,04299 z^6 - 0,03453 z^5 - 0,003917 z^4 - 0,0001212 z^3}$$

Formato de ceros /polos y ganancia de GRd:

zpk (GRd)

$$G_{Rd} = \frac{9,7878 \ z^3 \ (z+1,296) \ (z-0,8203) \ (z-0,2112) \ (z+0,06499) \ (z-0,03889)}{z^3 \ (z+1,296) \ (z+0,5255) \ (z-1) \ (z+0,06555) \ (z+0,065)}$$

formato de ceros/polos y ganancia de M

zpk (M)

$$M = \frac{0,40897 \ (z+1,296) \ (z+0,06499)}{z^3}$$

Formato de ceros/polos y ganancia de GPd:

zpk (GPd)

$$G_{Pd} = \frac{0,041783 \ (z+1,296) \ (z+0,065)}{(z-0,8203) \ (z-0,2112) \ (z-0,03889)}$$

Cancelacion de ceros y polos proximos de GRd:

Se cancelaran los ceros/polos que difieran hasta un maximo de 0.001 unidades.

GRd = minreal (GRd, 10E-4)

$$G_{Rd} = \frac{9,788 \ z^3 - 10,48 \ z^2 + 2,088 \ z - 0,06595}{z^3 - 0,409 \ z^2 - 0,5566 \ z - 0,03444}$$

Pasamos GRd a z-1:

$$G_{Rd} = \frac{9,788 - 10,48 \ z^{-1} + 2,088 \ z^{-2} - 0,06595 \ z^{-3}}{1 - 0,409 \ z^{-1} - 0,5566 \ z^{-2} - 0,03444 \ z^{-3}}$$

La funcion de transferencia del regulador discreto es:

$$G_{Rd} = \frac{u[z-1]}{e[z-1]}$$

La ecuacion en diferencias asociada al regulador anterior GRd, y que la implementaremos en un programa en C para la red RC, quedando:

$$u[k] = 0,409 \ u[k-1] + 0,5566 \ u[k-2] + 0,03444 \ u[k-3] + 9,788 \ e[k] - 10,48 \ e[k-1] + 2,088 \ e[k-2] - 0,0659 \ e[k-3]$$