

## NÚMEROS RACIONALES.

Para poder adentrarnos en el tema de los Números Racionales, es necesario, y quizás lo más fundamental, saber que significa *Números Racionales*. El conjunto  $Q$  de los números racionales está formado por todos los números  $\frac{a}{b}$ , en los cuales el numerador  $a$  es un número entero y el denominador  $b$  es un número distinto de cero.

$$Q = \{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \}$$

$$Q' = Q - \{0\} = Q \setminus \{0\}$$

Si amplificamos una fracción sucesivamente por los Números Naturales obtenemos un conjunto de términos equivalentes llamado Clases de Equivalentes, cada una de estas clases se llama Número Radical.

### Clasificación de los Números Racionales

Dentro del conjunto de los Números Racionales podemos encontrarnos con:

Números Racionales Positivos: son aquellos que están representados por fracciones positivas. El conjunto de números racionales positivos se designa con  $Q^+$

$$\frac{a}{b} \in Q^+ \iff \frac{a}{b} > 0$$

$$\frac{a}{b} \in Q^+ \iff \frac{a}{b} > 0$$

Números Racionales Negativos: son aquellos que están representados por fracciones negativas. El conjunto de números racionales negativos se designa con  $Q^-$

$$\frac{a}{b} \in Q^- \iff \frac{a}{b} < 0$$

$$\frac{a}{b} \in Q^- \iff \frac{a}{b} < 0$$

\* El racional 0 está formado por todas las fracciones que tienen el numerador 0

$$0 \in Q, 0 \notin Q^+, 0 \notin Q^-$$

• 2

\* En el conjunto de los números racionales siempre podemos intercalar otro racional, esto se llama Densidad en  $Q$ . Para intercalar racionales usamos un método práctico:

1.- se ordenan de mayor a mayor.

2.- se suman los numeradores y denominadores entre sí.

La fracción obtenida está entre las fracciones dadas, el proceso puede continuar infinitamente. Entre dos números racionales podemos intercalar un número infinito de racionales, entonces se puede decir que el conjunto  $Q$  es un conjunto denso.

Entre  $\frac{1}{a}$  y  $\frac{1}{a}$

• 4

$$\frac{1}{5}a < \frac{1}{4}a$$

$$\frac{5}{4}$$

$$\frac{1+1}{5+4}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{4}$$

### Operaciones con Números Racionales

! Adición de Números Racionales: para sumar racionales de igual denominador se conserva el denominador común y se suman los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{8}{8} + \frac{8}{8}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}, d \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Para sumar racionales de distinto denominador, se calcula el Mínimo Común Múltiplo entre los denominadores y se amplifica cada fracción para obtener otra equivalente y con denominador igual al Mínimo Común Múltiplo encontrado. Luego se calcula la suma de las fracciones con denominador común.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}, b \neq 0, d \neq 0$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

### % Propiedades de la Adición de Números Racionales

–Clausura: la adición es una ley de composición interna en  $\mathbb{Q}$  pues al sumar dos racionales, la suma siempre es un número racional.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}, b \neq 0, d \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$$

$$\text{Ejemplo: } \frac{3}{4} + \frac{-2}{3} \in \mathbb{Q}, \frac{3}{4} + \frac{-2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{4}{3} + \frac{3}{4} = \frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$$

–Asociatividad: si para sumar números racionales se agrupan usando paréntesis, sin cambiar el orden, la suma no se altera.

"  $\frac{a}{b}$  ,  $\frac{c}{d}$  "  $\in$  "  $\mathbb{Q}$  " 0

b d f

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

b d f b d f

–Elemento neutro: para los números racionales, el elemento neutro de la adición es el cero. Si usamos cero a cualquier racional, la suma será igual al racional considerado.

$$\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, \frac{0}{1} \in \mathbb{Q} \quad \frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$$

b b b b

–Elemento inverso aditivo: todo numero racional , distinto de cero tiene un inverso aditivo  $-$  , tal que sumados dan el elemento neutro cero.

$$\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}, \frac{0}{1} \in \mathbb{Q} \quad -\frac{a}{b} + \frac{a}{b} = \frac{a}{b} - \frac{a}{b} = \frac{0}{1}$$

b b b b b b b

–Conmutatividad: si para sumar dos racionales, cambiamos el orden de los sumados, la suma no se altera.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \quad \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$$

b d

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

b d b d

!Numero Mixto: se llama numero mixto a la suma de un numero entero y un racional. En el numero mixto esta sobreentendido el signo de la suma, razón por la cual se prescinde de él. Ejemplo:

3 es un numero mixto que indica  $3 +$

Si se desea expresar el numero mixto como racional, bastara con efectuar la suma indicada. Y si un numero racional (con numerador mayor que el denominador) se quiere expresar como numero mixto, bastara con dividir el numerador por el denominador.

!Sustracción de racionales: la diferencia entre los dos números racionales se obtiene sumando al primer termino (minuyendo) en inverso aditivo del segundo termino (sustraendo).

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \quad \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q}$$

b d

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{b \cdot d}$$

b d b d

!Multiplicación de números racionales: para calcular el producto de dos números racionales, se multiplican los numeradores y denominadores entre sí.

$$\left( \frac{a}{b} \right) \cdot \left( \frac{c}{d} \right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

#### % Propiedades de la Multiplicación de Números Racionales

–Clausura: la multiplicación es una ley de composición interna en  $\mathbb{Q}$ , pues al multiplicar dos racionales, el producto siempre es un número racional.

$$\left( \frac{a}{b} \right) \cdot \left( \frac{c}{d} \right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

–Asociatividad: si para multiplicar racionales, se agrupan en paréntesis sin cambiar el orden, el producto no se altera.

$$\left( \frac{a}{b} \right) \cdot \left( \frac{c}{d} \right) \cdot \left( \frac{e}{f} \right) = \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f}$$

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f}$$

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f} = \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f}$$

$$\frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f}$$

–Elemento neutro multiplicativo: para los números racionales el elemento neutro de la multiplicación es el racional +1.

$$\left( \frac{a}{b} \right) \cdot 1 = \frac{a}{b} \quad 1 \cdot \left( \frac{a}{b} \right) = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b}$$

–Elemento inverso multiplicativo: todo número racional  $\neq 0$  tiene un inverso, tal que multiplicados entre sí el producto es +1.

$$\left( \frac{a}{b} \right) \cdot \left( \frac{d}{c} \right) = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = 1$$

$$\frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

–Conmutatividad: si para multiplicar dos números racionales cambiamos el orden de los factores, el producto no se altera.

$$\left( \frac{a}{b} \right) \cdot \left( \frac{c}{d} \right) = \left( \frac{c}{d} \right) \cdot \left( \frac{a}{b} \right)$$

$$\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{b}{d} \cdot \frac{b}{d}$$

–Propiedad multiplicativa o absorbente del cero: todo número racional multiplicado por el racional cero da como producto cero.

$$0 \cdot \frac{a}{b} = \frac{0 \cdot a}{b} = \frac{0}{b} = 0$$

$$\frac{b}{b} = 1$$

–Distribuidad de la multiplicación respecto a la adición: el producto de un racional por una adición de racionales no se altera si multiplicamos el racional por el resultado de la adición o si multiplicamos independientemente el racional por cada sumando y luego sumamos los productos obtenidos.

$$\frac{a}{b} \cdot (c + d) = \frac{ac}{b} + \frac{ad}{b}$$

$$\frac{b}{d} \cdot f$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{b}{d} \cdot \frac{b}{d} \cdot f$$

**!División de números racionales:** para dividir dos números racionales, multiplicamos el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor. El divisor debe ser distinto a cero.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$\frac{b}{d}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{d} = \frac{a^2}{bd}$$

$$\frac{b}{d} \cdot \frac{b}{c} = \frac{b^2}{cd}$$

divisor

dividendo cuociente

**!Potencia de un número racional:** para hallar la potencia de un número racional se elevan a dicha potencia los dos términos de la fracción. Ejemplo:

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 = \frac{5^3}{3^3} = \frac{125}{27}$$

$$2^3 = 8$$

## **INTRODUCCIÓN**

En la presente investigación conoceremos y aprenderemos sobre la gran importancia que tienen los números racionales y sus distintas aplicaciones en el gran y maravilloso mundo de las matemáticas, como por ejemplo: en la adición, sustracción, multiplicación, división y sus respectivas propiedades.

Esperamos que este trabajo sea de gran utilidad para nuestros conocimientos y así facilitar el aprendizaje de

las matemáticas de una forma más entretenida y didáctica

## **CONCLUSIÓN**

En este trabajo pudimos concluir que los números racionales son muy importantes, ya que son parte de la base que todos debemos saber para resolver operaciones matemáticas más complejas que son posteriores a esta y que siempre podremos encontrar en la vida cotidiana. Por ejemplo: al partir un pastel en partes iguales, en la administración del dinero, en ciencias como la física, química y biología, entre otras situaciones de nuestra vida cotidiana, estamos ocupando los números racionales, sin darnos cuenta, ni darle la importancia que se merecen.

## **BIBLIOGRAFÍA**

! Enciclopedia didáctica de matemáticas. Editorial Océano.

! Enciclopedia Microsoft Encarta 1998.

! Matemática Hoy 7º básico. Editoria Santillana.

! Las matemáticas aplicadas a la vida cotidiana. Fernando Corvalán.

! <http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/Basicas/Contenidos/Reales/reales.html#racionales>

MATEMÁTICAS

**CURSO : 3 ° A**