FINAL DEL 5 DE FEBRERO DE 1998

TEORÃ A:

PROBLEMAS:

1.- Sea el espacio vectorial . Se define el endomorfismo f que verifica las siguientes condiciones:

f2 es el endomorfismo nulo y los vectores (1,1,1,0) se transforman, respectivamente, en los vectores (1,1,0,0) y (1,0,0,0)

Calcular la matriz del endomorfismo en la base canÃ³nica, asÃ– como el nÃºcleo y la imagen.

2.- Discutir el siguiente sistema de ecuaciones segÃºn los valores de a y b:

ax + by + z =1

x **+** aby+ z =b

x + by + az =1

3.- Seis individuos A,B,C,D,E,I comparten una habitaciÃ³n y quieren que se encienda la luz cuando lo decida la mayorÃ–a. Debe observarse que:

- E siempre lleva la contraria a A y viceversa.
- B y I se contradicen siempre.
- Si hay empate, se hace lo que hayan votado A y C, siempre que coincidan y si no es asÃ–, lo que haya votado D

Da la fÃ³rmula mÃ¡s simplificada posible que nos indique cuando se enciende la luz.

4.- Un proyecto de ingenierÃ–a consta de 8 actividades, interrelacionadas de la siguiente forma:

- A es anterior a D y E
- F, G y H pueden comenzar antes de finalizar C y E
- DespuÃ©s de E va G, e I es anterior a E

DuraciÃ³n de A, E, F, I (7 dÃ–as), C y H (17 dÃ–as), B y G (12 dÃ–as), D (9 dÃ–as).

Se pide tabla de precedencias de GRAFO, caminos crÃ–ticos

TEST FINAL DEL 5 DE FEBRERO DE 1998

1.- Se define en la relaciÃ³n respecto de esta relaciÃ³n el elemento es:

- Minimal

b) Maximal

c) Ninguna de las anteriores

2.- Sea una aplicaciÃ³n lineal tal que f(1,1)=(2,0); f(2,0)=(-1,1) Entonces:

- dim Imf=2
- dim Kerf=1

c) f(1,0)=(-1,1)

3.- Sea una aplicaciÃ³n lineal tal que f(1,1)=(2,1,3) y Kerf=(0,2) Entonces f(4,1) es:

- (2,1,3)
- (0,0,0)

c) (8,4,12)

4.- Sea X={a,b,c,d,e} se consideran los siguientes subespacios de X : A={a,b}, B={a,b,e}, C={a,e}, D={d}, E={c,d}. Si F=SUP(A,B,C) entonces el complementario de F es:

- E
- D

c) Ninguna

5.- Sea {e1,e2} una base de y {w1,w2} su base dual, la base dual de la base w1=w2; w2=2w1+w2 es:

- (-1/2,1) (1/2,0)
- (1/2,1) (-1/2,0)

c) Ninguna

6.- Sea la matriz del endomorfismo de en una base v={e1,e2} y sea la matriz de endomorfismo T en una base B y en la base V. Entonces la base B es:

- (1,-1) (1,1)
- (1,1) (-1,1)

c) No se puede calcular con estos datos

7.- Sea T: una aplicaciÃ³n lineal tal que Ker(T) =<(1,1,1)>. Sea A la matriz asociada a T. El sistema AX=B es:

a) SCD

b) SCI

c) Depende de B

8.- Sea f: una aplicaciÃ³n lineal epiyectiva y sea A la matriz asociada a f. El sistema AX=B es:

a) SCD

b) SCI

c) No se puede saber con estos datos

9.- Sea{e1,e2,e3} una base ortogonal de tal que . Si V es un s.e.v de tal que vo=<(1,2,5)> entonces

- estÃ¡ generado por (1,2,5)

b) es de dim 2

c) ninguna

10.- Si e,u,v son 3 vectores propios de un endomorfismo T de de valor propio 5 y linealmente independientes

a) T no diagonaliza

b) T+2Id no tiene vectores propios

- T-2Id diagonaliza.

<u>EXAMEN PRIMER PARCIAL 16 DE ENERO DE 1998</u>

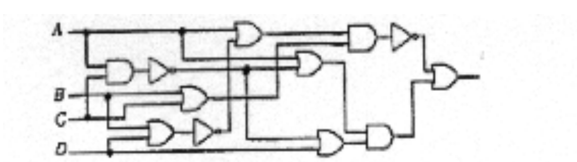
TEORÃ A:

1.- Leyes de De Morgan: enunciado y demostraciÃ³n.

2.- Demostrar que la condiciÃ³n necesaria y suficiente para que dos subespacios estÃ©n en suma directa es que su intersecciÃ³n sea el subespacio (0).

PROBLEMAS:

1.- Escribir el circuito de interruptores mÃ¡s simple para la funciÃ³n booleana:



Â¿ Existe alguna relaciÃ³n entre esa funciÃ³n booleana y la funciÃ³n correspondiente al siguiente circuito de puertas lÃ³gicas?. Justifica la respuesta.

2.- Dadas las relaciones de precedencia: A antes de D; B antes de E,F y D; C antes de I y H; H estÃ¡ precedido por F,D y E; D y E antes de G.

- Escribir el grafo PERT asociado, y calcular las fechas mÃ¡s tempranas y mÃ¡s tardÃ−as, holguras y caminos crÃ−ticos, sabiendo que las duraciones de las actividades son A(5), B(3), C(8), D(6), E(4), F(6), G(10), H(10) e I(7).
- Si queremos disminuir la duraciÃ³n del proyecto en 2 unidades temporales, determinar quÃ© actividad es mÃ¡s conveniente que sea recortada. En ese caso, determinar las nuevas fechas, holguras y caminos crÃ−ticos.

3.- Sean los subespacios del espacio de los polinomios de grado menor o igual que dos dados por:

Calcular:

- Bases, ecuaciones paramÃ©tricas e implÃcitas de dichos subespacios.
- Una base de los subespacios: y .
- Dado el subespacio V=, escribir el polinomio 1+x+x2 como suma de V y otro de Vs.

4.- Sean los subespacios de dados por:

V1=<(1,0,2,0), (0,-1,1,0), (1,0,0,1), (1,1,3,-1)>

V2=<{(x,y,z,t)/2x-y+z=0,2x+z-t=0,y-t=0}

V3={(x,y,z,t)/x=,y=,z=,t=, (

V4={(x,y,z,t)/ y+z=0, x-t=0, 2x-y-2t=0}

- Dados los subespacios A=V1+V3 y B= V3V4, calcular A+B. Â¿Son A y B suma directa? Â¿ Y suplementarios?.
- Dados C= V1V3 y D= V2V4, calcular CD. Â¿Son C y D suma directa? Â¿Y suplementarios?. Justificar la respuesta.

TEST PRIMER PARCIAL 16 DE ENERO DE 1998

1.- Sean a,b, dos elementos de un retÃculo complementado y no distributivo. Entonces es:

-

2.- La materia de un examen de Ã¡lgebra consta de siete teoremas de los cuales un alumno sÃ³lo se ha estudiado seis. Se sabe que el nÃºmero mÃnimo de teoremas que se van a preguntar en el examen es 1, pero no se conoce el nÃºmero mÃ¡ximo. Â¿CuÃ¡ntos exÃ¡menes diferentes se pueden poner de manera que el alumno conozca todas las respuestas?.

- 63
- 64
- 127

3.- Sea a=. Se define en A la siguiente relaciÃ³n (x,y)(x',y') si y sÃ³lo si xx', y=y'. Entonces el elemento (5,5) es:

- maximal
- minimal
- ninguna de las anteriores

4.- La base dual de la base (2,2), (1,-2) es:

- (1,-2),(2,2)
- (1/3,1/3),(1/6,-1/3)
- (1/3,1/6),(1/3,-1/3)

5.- Sean E1={(x,y,z)/ x+3y-2z=0, 4x-3y+z=0}, E2={(x,y,z)/ 4x-3y+z=0} dos suespacios vectoriales de . Entonces estÃ¡ generado por:

- (1,3,-2), (4,-3,1)
- (4,-3,1)
- (0,0,0)

6.- Sea f: la aplicaciÃ³n lineal tal que f(1,0)=(2,4), f(0,1)=(-1,-2).

- Ker(f) e Im(f) son subespacios suplementarios.
- F es epiyectiva
- Ker(f)=Im(f)

7.- Sea E un subespacio vectorial de de dimensiÃ³n 2, y sea Es un subespacio suplementario de E. El nÃºmero de ecuaciones implÃcitas de Es es:

- 1
- 2
- 3

8.- Sean f: , g: dos aplicaciones lineales tales que f es inyectiva y g es epiyectiva. Entonces gof es

- inyectiva
- epiyectiva
- biyectiva

9.- Sea f:EE' una aplicaciÃ³n lineal y sean e1,...,e5 cinco vectores de E, Si f(e1),...,f(e5) es un sistema de generadores de E', entonces:

- f es epiyectiva
- f es inyectiva
- dim(E)<dim(E')

10.- Sea A={nÃºmeros naturales pares}-{0}. Se define en A la siguiente relaciÃ³n : xRy si y sÃ³lo si y-x0.

- R es una relaciÃ³n de equivalencia
- R no es relaciÃ³n de orden parcial
- 2 es el primer elemento

<u>EXAMEN PRIMER PARCIAL 17 DE ENERO DE 1998</u>

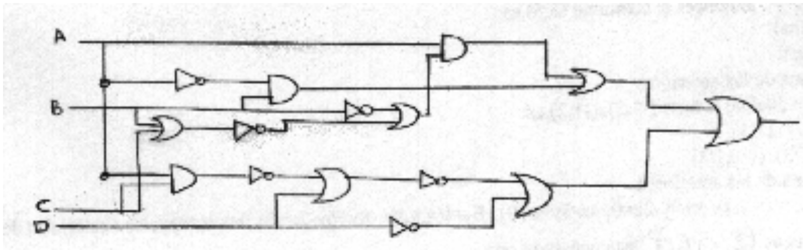
TEORÃ A:

1.- Teorema de reflexividad

2.- Corolario de Steinizt

PROBLEMAS:

1.- Escribir el circuito de interruptores mÃ¡s simple para la funciÃ³n booleana:



Â¿Existe alguna relaciÃ³n entre esa funciÃ³n booleana y la funciÃ³n correspondiente al siguiente circuito de puertas lÃ³gicas?.

2.- Dadas las relaciones de precedencias A antes de D y F; B antes de E,F,I y D; C antes de I; D antes de G y H; F y E antes de H.

- Escribe el grafo PERT asociado y calcular las flechas mÃ¡s tempranas y mÃ¡s tardÃas, holguras y caminos crÃticos, sabiendo que las duraciones de las actividades son: A(10), B(7), C(8), D(6), E(5), F(6), G(4), H(7) e I(10).
- Si queremos disminuir la duraciÃ³n del proyecto en 3 u.t, determinar que actividad es conveniente que sea recortada. En ese caso determina las nuevas fechas holguras y caminos crÃticos

3.- Sean los subespacios del espacio de los polinomios de grado menor o igual que dos dados por:

E1=<1+x2,1-x,x+x2> E2={a+bx+cx2/ a+b-c=0; a-b+c=0}

E3={a+bx+cx2/a=; b=; c=; ()}

Calcular:

- Bases, ecuaciones paramÃ©tricas e implÃcitas de dichos subespacios
- Una base de los espacios y
- Dado el subespacio V=(E2E1)+E3, escribir el polinomio 1+x+x2 como suma de un polinomio de V y otro de Vs

4.- Sean los subespacios de dados por:

V1=<(0,0,2,1), (0,-1,1,0), (1,0,0,1), (-1,1,3,1)> V2={(x,y,z,t)/2t-y+z=0, x-z-2t=0, x-y=0}

V3={(x,y,z,t)/}

V4={(x,y,z,t)/ y+z=0, x-t=0, x-y-z-t=0}

- Dados los subespacios A=V1+V2, B=V3V4, calcular A+B Â¿Son A y B suma directa? Â¿Y suplementarios?. Justificar la respuesta.
- Dados los subespacios C=V1V3 y D=V2V4. Calcular CD. Â¿Son C y D suma directa? Â¿Y suplementarios?. Justificar la respuesta.

<u>TEST PRIMER PARCIAL 17 DE ENERO DE 1998</u>

1.- Sean ab, dos elementos de un Ã¡lgebra de Boole. Entonces es:

- a
-

- b

2.- Sea A el conjunto de los nÃºmeros pares, B el conjunto de los mÃºltiplos de 6 y C el conjunto de los mÃºltiplos de 3. Entonces el Inf(A,C) es:

- A
- B
- C

3.- Sea a=. Se define en A la siguiente relaciÃ³n (x,y)(x',y') si y sÃ³lo si xx', y=y'. Entonces el elemento (5,5) es:

- maximal
- minimal
- ninguna de las anteriores

4.- La base dual de la base (-2,2), (-1,2) es:

- (-1,-1/2),(1,1)
- (1/3,1/3), (1/6,1/3)
- ninguna de las anteriores

5.- Sean E1={(x,y,z)/ x+3y-2z=0, 4x-3y+z=0}, E2={(x,y,z)/ -8x+6y-2z=0} dos subespacios vectoriales de . Entonces estÃ¡ generado por:

- (1,3,-2), (4,-3,1)
- (4,-3,1)
- (0,0,0)

6.- Sea f: la aplicaciÃ³n lineal tal que f(1,0)=(2,4), f(1,1)=(-1,-2).

- Ker(f) e Im(f) son subespacios suplementarios.
- F es epiyectiva
- Ker(f)=Im(f)

7.- Sea E un subespacio vectorial de de dimensiÃ³n 1, y sea Es un subespacio suplementario de E. El nÃºmero de ecuaciones implÃ−citas de Es es:

- 1
- 2
- 3

8.- Sean f: , g: dos aplicaciones lineales tales que f es epiyectiva y g es inyectiva. Entonces gof es

- inyectiva
- epiyectiva
- biyectiva

9.- Sea f:E una aplicaciÃ³n lineal inyectiva, entonces:

- f es epiyectiva
- dim (Imf)=dim(E)

- dim(E)>5

10.- Sea A={nÃºmeros naturales impares}-{1}. Se define en A la siguiente relaciÃ³n de orden parcial:: xRy si y sÃ³lo si x-y0.

a) 3 es el primer elemento

b) 3 es el Ãºltimo elemento

c) 2 es el primer elemento

<u>FINAL SEGUNDO PARCIAL 18 JUNIO DE 1998</u>

TEORÃ A:

1.-Cambio de bases para endomorfismos

2.- MÃ©todo de Gramm-Schimidt

PROBLEMAS:

1.- Dada la aplicaciÃ³n lineal f: definida como f(x,y,z)=(x+2y+3z, 2x+4y+6z) respecto de las bases canÃ³nicas BR3 y BR2, se pide:

- Calcular la matriz de f respecto de las bases canÃ³nicas.
- Calcular una base de Kerf e Imf. Determinar si f es inyectiva y/o epiyectiva.
- Utilizando las bases B'R3={w1=(2,1,1), w2=(2,1,2), w3=(1,0,1)} y B'R2={e1,e2} la matriz asociada a f es . ObtÃ©ngase de forma genÃ©rica las coordenadas de los vectores ej respecto de la base canÃ³nica compatibles con el esquema trazado, indicando cuÃ¡l es la matriz de cambio de base de Bo a B' en
- Expresa respecto de la base canÃ³nica cuÃ¡l es la acciÃ³n de la aplicaciÃ³n lineal f sobre el vector u=2w1+3w2+w3.

2.- Dado el endomorfismo T: que verifica que T(1,1,0)=(5,-3,4), T(1,1,1)=(6,-4,6) y T(1,-1,0)=(1,-1,0). Se pide:

- Calcular la matriz de T respecto de la base canÃ³nica. Obtener los valores y vectores propios de T
- Discutir si el endomorfismo T diagonaliza. ObtÃ©ngase, ademÃ¡s el polinomio anulador.
- Calcular el valor de (T2-3T)8

3.- Sea (o) un espacio euclÃdeo con una base {e1,e2,e3} y un producto escalar tal que e2 es unitario, e1 y e3 son ortogonales y para el subespacio V=<(1,1,-1)> su ortogonal es =<(1,-3,0), (0,3,1)>

- Obtener la matriz del producto escalar (de Gram).
- Calcular el subespacio incidente y el ortogonal a W=<(0,-2,-3)>
- Ortonormalizar la base{-e1+e2,-5e1+2e2, -e1-3e2+2e3}de usando el producto escalar del enunciado.
- Calcula los posibles vectores unitarios que son ortogonales al vector (1,-1,0) y forman un Ã¡ngulo de con el vector (1,-2,1)

4.- Resuelve:

TEST FINAL SEGUNDO PARCIAL 18 JUNIO DE 1998

1.- Sean {e1,e2} , {u1=2e1+e2, u2=e1-e2} dos bases de . Si Tu1)=u1+2u2, T(u2)=2u1+3u2, entonces la matriz de T respecto de las bases {u1,u2}, {e1,e2} es:

a) b) c)

2.- Sea a1y+a2y"+...+any(n =0 una ecuaciÃ³n diferencial de orden n. Si x2-3 es una soluciÃ³n particular de dicha ecuaciÃ³n, entonces n es:

- 2
- 3
- no se puede saber con estos datos

3.- Si AX=B es un sistema compatible determinado ,, entonces A es la matriz asociada a:

- una aplicaciÃ³n biyectiva
- una aplicaciÃ³n inyectiva
- una aplicaciÃ³n epiyectiva

4.- Sea {e1,e2,e3} una base de tal que ei.ej=0,. La distancia de e1 a e3 es:

- 9
- 0
- 3

5.- Sea T un endomorfismo de un espacio vectorial E. Si e1,e2 son dos vectores propios linealmente independientes de valor propio 1 y e3 es un vector propio de valor propio 2, entonces loe vectores e1, e2, e1+e2-e3 son:

- una base de E
- linealmente independientes

- linealmente dependientes

6.- Sea T un endomorfismo de un espacio vectorial E cuyo polinomio anulador es :

AT(x)=(x-2)(x-1). Si dim(Ker(T-2))=3, entonces:

- dim(E)=2
- dim(E)<4
- dim(E)4

7.- Sea P2=<1,x,x2> y sea f:P2 la aplicaciÃ³n lineal definida por f(p(x))= La matriz de f respecto de las bases {1,x,x2} de P2{5} de es:

- (5,10,15)
- ()
- (1,)

8.- Sean {e1,e2,e3} tres vectores de tales que Entonces: { e1,e2,e3} es base:

- Si
- ninguna de las anteriores

9.- Sea AX=B un sistema de cuatro ecuaciones con tres incÃ³gnitas y sea A* la matriz ampliada asociada a dicho sistema. Si , entonces el sistema AX=B es:

- compatible determinado
- compatible indeterminado
- ninguna de las anteriores

10.- Sea T el endomorfismo de definido por T(x,y,z,t)=(x, 3x+2y, 2x+3y+3z, -x+4y+2z+4t). El determinante de la matriz de T respecto de la base {(1,0,0,0), (1,1,0,0), (1,1,1,0), (1,1,1,1)} es:

a)24 b)12 c) 6

<u>EXAMEN FINAL SEGUNDO PARCIAL 19 JUNIO DE 1998</u>

TEORÃ A:

1.- Sea T un endomorfismo de y A la matriz asociada a T respecto de una base {e1,...,en}. Demostrar que T es biyectiva precisamente si

2.- Criterio de diagonalizaciÃ³n con el polinomio caracterÃstico: enunciado y demostraciÃ³n.

PROBLEMAS:

1.- Dada la aplicaciÃ³n lineal f: que cumple que f(2,3,1)=(11,5,9), f(1,1,0)=(4,2,3) y f(2,0,0)=(4,2,2) respecto de las bases canÃ³nicas Bo, se pide:

- Calcular la matriz de f respecto de las bases canÃ³nicas
- Calcular una base del Kerf e Imf. Determinar si f es automorfismo.
- Si usamos una nueva base B={e1, e2, e3} en los espacios de origen y destino, tal que la matriz de cambio de base de B a Bo es , obtener la matriz asociada a f en las nuevas bases. Especificar cuales son los vectores ej expresados en la base canÃ³nica.
- Obtener las coordenadas del vector u respecto de la base canÃ³nica tal que su imagen es el vector u=2e1+2e2+3e3

2.- Sea T: el endomorfismo definido como T(x,y,z)=(x+2y, 2y, -x+2y+2z) respecto de las bases canÃ³nicas. Se pide:

- Calcular la matriz de T respecto de la base canÃ³nica. Obtener los valores y vectores propios de T
- Discutir si T diagonaliza. ObtÃ©ngase AT(x).
- Calcular (T2-3T)8

3.- Sea (,o) un espacio euclÃdeo en una base {e1, e2, e3} y un producto escalar tal que e1 y e2 son ortonormales entre sÃ. y que el Ã¡ngulo formado entre los vectores u=2e1-e3 y v=-e1-e2 es siendo ademÃ¡s . Sea V=<e1-e2+e3> un subespacio de

- Obtener la matriz del producto escalar
- Calcular el subespacio incidente y ortogonal a V
- Ortonormalizar la base {e1+e2, e1-2e2, e1+e2+e3} de usando el producto escalar del enunciado
- Calcular el vector unitario que forma un Ã¡ngulo de con el vector u y de con el vector V

4.- Resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales:

TEST FINAL SEGUNDO PARCIAL 19 JUNIO 1998

1.-Sean {e1, e2} , {v1=e1-e2, v2=e1+2e2} dos bases de . Si T(v1)=2e1-e2, T(v2)=e1+e2, entonces la matriz de T respecto de la base {e1, e2} es:

- b)c)

2.- Sea a1y+a2y"+....+any(n=0 una ecuaciÃ³n diferencial de orden n. Si x2-3x+4 es una soluciÃ³n particular de dicha ecuaciÃ³n entonces n es:

- 2
- 3
- no se puede saber con estos datos

3.- Si AX=B es un sistema compatible determinado, entonces la matriz A:

- Tiene las columnas linealmente independientes
- Tiene determinante igual a cero
- Tiene determinante distinto de cero

4.- Sea {e1, e2, e3} una base de tal que ei.ej=0, , . La distancia de e2 a e3 es:

- 6

5.- Sea T un endomorfismo de un e.v de dimensiÃ³n 3. Si e1, e2 son 2 vectores propios l.i de valor propio 1 y e3 es un vector propio de valor propio 2, entonces:

- el anulador de T es (x-1)2(x-2)
- T no diagonaliza
- El determinante de T es 2

6.- Se aT un endomorfismo de un espacio vectorial E cuyo polinomio anulador es: AT(x)=(x-2)3

Si dim(Ker(T-2)3)=3, entonces:

- dim E=3
- T es diagonalizable
- Ninguna de las anteriores

7.- Sea P2(x)=<1,x,x2> y sea f: P2(x) la aplicaciÃ³n lineal definida por f(P(x))=, la matriz de f respecto de las bases {5,x,5x2} de P2; {5} de es:

- (5,10,15)

- (1/5, 1/10, 1/15)
- (1,1/10,1/3)

8.- Sea {e1, e2, e3} una base de tal que . Entonces la distancia del origen al vector e1-e2 es:

- 2
- 0

9.- Sea AX=B un sistema de 4 ecuaciones con 3 incÃ³gnitas y sea A* la matriz asociada a dicho sistema. Si entonces el sistema AX=B es:

- compatible determinado
- compatible indeterminado
- incompatible

10.- Sea T el endomorfismo de definido por T(x,y,z,y)=(x, 3x+2y, 2x+3y+3z, -x+4y+2z-4t). El determinante de la matriz T respecto de la base {(1,0,0,0), (1,1,0,0), (1,1,1,0), (1,1,1,1)} es:

- 24
- 12 c) -24

<u>EXAMEN SEGUNDO PARCIAL 29 MAYO DE 1998</u>

TEORÃ A:

1.- Criterio de diagonalizaciÃ³n con el polinomio caracterÃ−stico

2.- Demostrar con todo detalle que la polaridad asociada a un producto escalar es un isomorfismo que transforma V en Vo

PROBLEMAS:

1.- Sea f:un morfismo tal que (1,-1) Kerf y f()=().

- Calcular la matriz de f respecto de las bases canÃ³nicas.
- Calcular una base de Kerf e Imf. Determinar si f es inyectiva y/o epiyectiva. Indica bajo quÃ© condiciones es isomorfismo.
- Dadas las bases B'={e1=(1,0), e2=(1,2)} de y B={u1=(1,1,1), u2=(1,1,0), u3=(1,0,0)} de , calcular la matriz de f respecto de dichas bases.
- Dado el vector v=e1-2e2 , indica la expresiÃ³n en coordenadas de su imagen por f respecto de la base canÃ³nica de utilizando las matrices de cambio de base

2.- Consideremos el endomorfismo T: tal que verifica que T(1,0,0)=(2,2,1), T(1,1,1)=(2,0,1) y (1,1,0) es un vector propio de valor propio 2.

- Calcular la matriz de T respecto de la base canÃ³nica.
- Calcular una base en la que el endomorfismo T diagonalice
- Calcula el valor de (T+I)4(T-2I)3
- Razona si se pueden encontrar dos vectores propios linealmente independientes de valor propio -1. Dado el vector u=(0,2,1), calcula T7(u)

3.- Consideremos en la base {e1,e2,e3} tal que e2 es unitario, e2 es ortogonal a e1 y a e3, y e1.e3=1. Sea V=<e1+e2,e1+e2+e3> un subespacio de .

- Calcula el subespacio incidente y el ortogonal a V
- Averigua si los vectores u=e1+e2+e3 y v=e1-4e2 son ortogonales con el enterior producto escalar.
- Ortonormalizar la base{e1+e2,e1+e3,e2+e3} de , usando el producto escalar del enunciado
- Usando el producto escalar del enunciado, indica quÃ© expresiÃ³n han de tener los vectores w que verifican que su mÃ³dulo es proporcional al coseno del Ã¡ngulo formado por el propio vector w con el vector e1+e2+e3

4.- Discute segÃºn los valores reales de y el siguiente sistema de ecuaciones:

Resuelve ademÃ¡s, utilizando el mÃ©todo de factorizaciÃ³n L-U el anterior sistema para

<u>TEST SEGUNDO PARCIAL 29 MAYO DE 1998</u>

1.- Sea T un endomorfismo de cuyos valores propios son 2 y -1. Si el rango de T-2Id es 1, entonces:

- T diagonaliza
- No se puede calcular AT(x)
- No existe una base formada por vectores propios

2.- Sea T:una aplicaciÃ³n lineal epiyectiva, y sea A es la matriz asociada a T. El sistema AX=B es:

- compatible determinado
- compatible indeterminad
- depende de B

3.- Sea T un endomorfismo de cuya matriz en la base {e1,e2} es . La matriz de la aplicaciÃ³n lineal T* respecto de la base dual de {e1,e2} es:

-

4.- Si =Ker(T-3)Ker(T-2), entonces:

- T diagonaliza
- T no diagonaliza
- es un nÃºmero impar

5.- Sean {e1,e2,e3} tres vectores de tales que la matriz de los productos escalares G=(ei.ej) es

- los vectores e1 y e3 son ortogonales
- {e1,e2,e3} es una base ortonormal
- {e1,e2,e3} son linealmente dependientes

6.- Sea {e1,e2} una base de y sea {w1,w2}, su base dual. Si la matriz de cambio de base de la base{w1,w2} a una base {} es , entonces las coordenadas de 3w1-2w2 respecto de la base {} son:

- 3,-1 b) 5,-7 c) 4,1

7.- y= es soluciÃ³n de la ecuaciÃ³n diferencial:

- y'''-3y'+2y=0
- y''-3y'=2
- ninguna de las anteriores

8.- Sea f un endomorfismo de tal que Kerf=<(1,2,3)>. Si (2,1,3) es una soluciÃ³n particular del sistema AX=B, donde A es la matriz asociada a f, entonces:

- AX=B es compatible determinado
- (3,3,4) es otra soluciÃ³n del sistema
- (2,1,3) no puede ser soluciÃ³n del sistema AX=B

9.- Sea T un endomorfismo de cuya matriz en una base B es diagonal. Entonces:

- 0
- AT(x) tiene tres raÃces reales distintas
- T-3Id es diagonal

10.- Sea P2(x) =<1,x,x2>, y sea f el endomorfismo de P2(x) definido por: f(p(x))=p'(x) cuya matriz en la base {1,x,x2} es A. Entonces:

- f es biyectiva
- el sistema AX= es compatible
- f no es lineal

<u>EXAMEN SEGUNDO PARCIAL 30 MAYO DE 1998</u>

TEORÃ A:

1.- Sea T un endomorfismo de y A la matriz asociada a T respeto de una base {e1,...,en}. Demostrar que T es biyectiva precisamente si (5.12)

2.- ClasificaciÃ³n de sistemas de ecuaciones lineales.

PROBLEMAS:

1.- Sea f:un morfismo tal que f (1,-1)=(0,1,3) y f()=()

- Calcular la matriz de f respecto de las bases canÃ³nicas.
- Calcular una base de Kerf e Imf. Determinar si f es inyectiva y/o epiyectiva. Indica bajo quÃ© condiciones es isomorfismo.
- Dadas las bases B'={e1=(1,2), e2=(1,1)} de y B={u1=(2,1,2), u2=(1,0,1), u3=(0,1,-1)} de , calcular la matriz de f respecto de dichas bases.
- Dado el vector v=2e1-3e2 , indica la expresiÃ³n en coordenadas de su imagen por f respecto de la base canÃ³nica de utilizando las matrices de cambio de base

2.- Consideremos el endomorfismo T: tal que verifica que T(1,0,1)=(3,4,7), T(1,2,1)=(-1,-2,-5) y (0,0,1) es un vector propio de valor propio 1.

- Calcular la matriz de T respecto de la base canÃ³nica.
- Calcular una base en la que el endomorfismo T diagonalice

- Calcula el valor de (T+I)3(T-I)4
- Razona si se pueden encontrar dos vectores propios linealmente independientes de valor propio -1. Dado el vector u=(2,2,2), calcula T7(u)

3.- Consideremos en la base {e1,e2,e3} tal que e1 y e2 son unitarios, , e1 es ortogonal a e2 y ang(e2,e3)=ang(e1,e3)= Sea V=<3e1+e2+e3, e3> un subespacio de .

- Calcula el subespacio incidente y el ortogonal a V
- Averigua si los vectores u=3e1+e2+e3 y v=3e1+e2+2e3 son ortogonales con el anterior producto escalar.
- Ortonormalizar la base{e1-e2,e1-e3,e2+e3} de , usando el producto escalar del enunciado
- Usando el producto escalar del enunciado, indica quÃ© expresiÃ³n han de tener los vectores u que verifican que el mÃ³dulo de su proyecciÃ³n ortogonal sobre el vector (1,0,1) es constante

4.- Discute segÃºn los valores reales de y el siguiente sistema de ecuaciones:

Resuelve ademÃ¡s, utilizando el mÃ©todo de factorizaciÃ³n L-U el anterior sistema para

TEST SEGUNDO PARCIAL 30 MAYO DE 1998

1.- Sea T un endomorfismo de cuyos valores propios son 2 y -1. Si el rango de T-2Id es 2, entonces:

- T diagonaliza
- CT(x)=(x-2)2(x+1)
- Ninguna de las anteriores

2.- Sea T:una aplicaciÃ³n lineal inyectiva, y sea A es la matriz asociada a T. El sistema AX=B es:

- compatible determinado
- compatible indeterminad
- depende de B

3.- Sea T un endomorfismo de cuya matriz en la base {e1,e2} es . La matriz de la aplicaciÃ³n lineal T-1 respecto de la base {e1,e-2} es:

-

4.- Si = Ker(T-2), entonces:

- T diagonaliza
- T no diagonaliza
- es un nÃºmero impar

5.- Sean {e1,e2,e3} una base de respecto de la cual la matriz del producto escalar es

- Ã“ngulo(e1,e3)=
- d(e1,e2)=
- d(e1,e2)=6

6.- Sea {e1,e2} una base de y sea {w1,w2}, su base dual. Si la matriz de cambio de base de la base{w1,w2} a una base { } es , entonces las coordenadas de 3w1+2w2 respecto de la base { } son:

- 3,-1 b) 5,-7 c) 1,1

7.- y= es soluciÃ³n de la ecuaciÃ³n diferencial:

- y”'-3y'+2y=0
- y”-3y'=2
- ninguna de las anteriores

8.- Sea f un endomorfismo de tal que Kerf=<(1,2,1)>. Si (2,1,3) es una soluciÃ³n particular del sistema AX=B, donde A es la matriz asociada a f, entonces:

- AX=B es compatible determinado
- (0,-3,1) es otra soluciÃ³n del sistema
- (1,2,1) es otra soluciÃ³n del sistema AX=B

9.- Sea T un endomorfismo de cuya matriz en una base B es diagonal. Entonces:

- 0
- AT(x) tiene todas las raÃ−ces reales y distintas
- T-3Id es biyectiva

10.- Sea P2(x) =<1,x,x2>, y sea f el endomorfismo de P2(x) definido por: f(p(x))=p'(x) cuya matriz en la base {1,x,x2} es A. Entonces:

- f es biyectiva
- el sistema AX= es compatible
- f 3=0

EXAMEN FINAL PRIMER PARCIAL 18 DE JUNIO DE 1998

TEORÃ A:

1.- Teorema de reflexividad.

2.- Demostrar que E1+E2 y E1E2 son subespacios de E

PROBLEMAS:

TEST FINAL PRIMER PARCIAL 18 DE JUNIO DE 1998

1.- Sea E={(x,y,z)/ x=, y=, z=}. Entonces dim(E) es:

- 3
- 2
- 1

2.- Sea V={(x,y,z,t) /x+2y-z=0, 2x-y=0, 3x+y-z=0} un subespacio vectorial de . Entonces:

- dim(Vo)=3
- dim(Vo)=2
- Vo no existe, dado que V es un subespacio del dual de

3.- Sea f:E una aplicaciÃ³n lineal. Si Kerf=<(2,1,4)>, entonces:

- KerfImf es de dimensiÃ³n 1
- Dim(Imf)=4
- Dim(Imf)=2

4.- Sea {e1,...,e5} la base ordinaria de y sea E1={(x,y,z,t,h) /2x+y-3z+t=0} un subespacio vectorial de . Entonces el vector 2e1+e2-3e3+e4 es:

- una base de un suplementario de E1
- una base de
- no es vector de

5.- Sean E1=<e1=(1,2,5), e2=(2,1,4)>, E2=<u1=(1,-1,-1), u2=(3,3,9)> dos subespacios vectoriales de . Las coordenadas del vector 2e1-3e2 respecto de la base E2 son:

- 2,-3,0
- 1,-1
-

6.- En se definen las operaciones + y . de la siguiente manera:

(x,y)+(x',y')=(x+y',x'+y),(x,y)=(y, x). Entonces:

- no es un espacio vectorial
- es espacio vectorial
- no se pueden definir estas operaciones en

7.- Sea E=<1,Sen2, Cos3> un subespacio de . El espacio incidente a E es:

- de dimensiÃ³n 0
- de dimensiÃ³n 1
- no existe

8.- Sea A=. Se define en A la siguiente relaciÃ³n: . El elemento es:

- maximal
- minimal
- ninguna de las anteriores

9.- En se define la siguiente relaciÃ³n aRba2+b20 . Entonces:

- R es una relaciÃ³n de orden parcial
- R es una relaciÃ³n de equivalencia
- R no es transitiva

10.- Sea f: tal que f(x,y)=. Entonces:

- f es inyectiva

- f no es aplicaciÃ³n
- f es epiyectiva

EXAMEN FINAL PRIMER PARCIAL 19 DE JUNIO DE 1998

TEORÃ A:

1.- Demostrar que si dim(E)=n entonces dim(E*)=n

2.- Ecuaciones paramÃ©tricas e implÃcitas de un subespacio vectorial E' de dimensiÃ³n K de un espacio vectorial E de dimensiÃ³n n

PROBLEMAS:

1.- Consideremos el espacio vectorial de las matrices 2x2 con coeficientes reales M2() y sean :

V1={E}

V2=<>

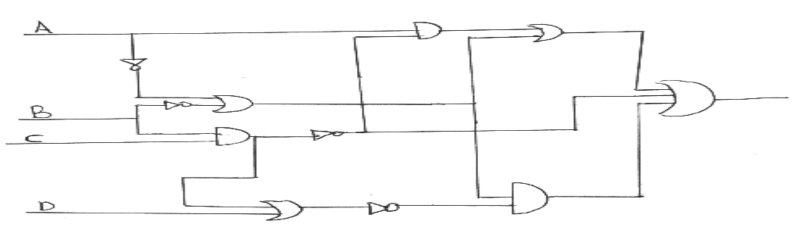
V3={

Tres subespacios vectoriales de M2()

- Calcular las respectivas bases, dimensiones, ecuaciones implÃcitas y paramÃ©tricas de dichos subespacios vectoriales
- Â¿Son V1 y V2 suplementarios? Y Â¿V1 y V3?
- Â¿QuÃ© condiciÃ³n ha de cumplir el parÃ¡metro real "a" para que la matriz pertenezca a ?
- Calcular una base, la dimensiÃ³n y las ecuaciones paramÃ©tricas e implÃcitas de

2.- Simplificar:

Comparar con:



3.- Dadas las relaciones : A antes de D; E, F, G despuÃ©s de B; C antes de E,F,G,I; F y G despuÃ©s de D; E antes de H; y H despuÃ©s de F.

- Calcular el GRAFO, caminos crÃticos ....etc Sabiendo que la duraciÃ³n de las actividades es:

A(6), B(4), C(10), D(2), E(3), F(1), G(4), H(3) e I(2).

- A los 3 dÃas se hace un control observÃ¡ndose que B y E estÃ¡n terminados, quedan 2 dÃas para finalizar A y 1 dÃa para finalizar C. Calcular lo de siempre.

4.- Consideremos el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales, P2(x)

Vk=<x+(k-1), (x+k-2)2> para k=1,2

- calcular las bases, dimensiones, ecuaciones paramÃ©tricas e implÃcitas de V1 y V2
- Â¿Son V1 y V2 suplementarios. Calcular la dim(V1+V2)
- Calcular una base, la dimensiÃ³n y las ecuaciones paramÃ©tricas e implÃcitas de (V1+V2)s+W donde W={P2(x)/P(x)=x con }

<u>EXAMEN 4 DE SEPTIEMBRE DE 1998</u>

TEORÃ A:

1.- Demostrar a partir del teorema de Steinitz; todos los teoremas que conducen a la fÃ³rmula: Dim E01= dim E - dim E1

2.- FÃ³rmula de cambios de base para endomorfismos: enunciado y demostraciÃ³n.

PROBLEMAS:

1.- Dadas las relaciones de precedencia:

A antes de B, C

D,C antes de E,F

J despuÃ©s de F,G,I

B antes de K

B,E antes de H,I

Escribir el grafo Pert asociado y calcular las flechas mÃ¡s tempranas y mÃ¡s tardÃas asÃ como las holguras y caminos crÃticos sabiendo que las duraciones

(en dÃas) de las actividades son:

A(4) B(2) C(3) D(5) E(11) F(14) g(10) H(5) I(4) J(5) K(6)

2.- Se consideran los siguientes subespacios E1={p(x)=a+bx+cx2+dx3 donde :

con

E2={<1+x2, 2-x+2x2, 3-2x+3x2 >} del e.v de los polinomios de grado menor o igual que 3 p3(x).

- Calcular las bases, dimensiones, de E1, ecuaciones implÃcitas y paramÃ©tricas de E1, E2, E1+E2 y de E1E2
- Â¿ Se verifica que P2(x)=E1E2. Razonar la respuesta.
- Calcular ((E1+E2)sW)s donde w=<1+x+x2-x3>

3.- Sea T: el endomorfismo definido como T(x,y,z)=(x+2y, 2y, -x+2y+2z) respecto de las bases canÃ³nicas.

Se pide:

- Calcular la matriz de T respecto de la base canÃ³nica. Obtener los valores y vectores propios de T
- Discutir si T diagonaliza. ObtÃ©ngase AT(x).
- Calcular (T2-3T)8