M A T E M Á T I C A S

Números Reales

Racionales Irracionales

Son aquellos no periódicos

Infinitos: : 1.41421

: 3.1416

° Enteros *Fraccionarios

° Positivos ° Negativos *Positivos *Negativos.

*MIXTOS: 3 ¼

° Naturales (1,2,3,4,5,6....) *Finitos : = 0.5; = 0.75

° Primos (2,3,5,7,11,13,17...)

° Pares (.... −4,−2,0,2,4,6,..., ") *Periódicos infinitos : = 0.333; = 0.666

° Impares (−"...,−3,−1,0, 1,3,5,...,")

° Dígitos (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)

° Poli − dígitos: formados por la unión de

dos o mas dígitos: 10,142,1246, ... etc.

Propiedades de los números Reales

- Cerradura.− Cuando se operan con números reales se obtienen números reales.
- Tricotomía.− Propiedad de orden, entre dos números reales solo puede existir una de tres

relaciones. a > b ; a = b ó a < b.

- Conmutativa.− Se cumple solo para adición y productos. El orden de los sumandos o

factores no alteran la suma o producto.

- Asociativa. − Los sumandos o factores se pueden agrupar o asociar de diferente manera y

obtenerse el mismo resultado.

- Distributiva.− El producto de un número por la suma o diferencia de otros dos números

diferente será igual al producto de él número por cada sumando, o igual al producto del número por el minuendo menos el producto del número por él

sustraendo respectivamente.

- Existencia de elementos neutros.− Dado un número (a) siempre existe un número (b) tal que:

1) $a + b = a$ 2) $a - b = a$

3) $a * b = a$ 4) $a / b = a$

Siendo (b) en los dos primeros casos cero y en los casos 3 y 4 uno.

g) Inverso Aditivo. − El inverso aditivo de un número (a) es (−a) de tal forma que $a - a = 0$

y dado un número (−a) el inverso aditivo es (a) de tal forma que $-a + a = 0$.

Por lo tanto el inverso aditivo de un número real es el mismo número pero con signo contrario.

Inverso Multiplicativo. − El inverso multiplicativo de un número real, es el cociente de la

unidad entre el mismo número de tal forma que:

$a * 1 / a = 1$

h) Transitiva. − Sí a = b e independientemente b = c " a = c

Sí a > b e independientemente b > c " a > c

Sí a < b e independientemente b < c " a < c

- Leyes de la igualdad:

1) Sí x = y y p " ! "

$x + p = y + p$.

2) Sí x = y y q " ! "

$x * p = y * q$

ARITMETICA

OPERACIONES CON NUMEROS REALES

Leyes de los signos

Valor absoluto. Distancia en unidades recorridas sobre la recta numérica, del cero hacia él numero en cuestión sin observar el sentido.

° Suma. Valor numérico

(+) + (+) = + suma de valores absolutos. −−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−− (4) + (2) = 6

(−) + (−) = − suma de valores absolutos. −−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−−− (−7) + (−10) = −17

(+) + (−) = signo de él número con mayor valor absoluto. (20) + (−13) = 7

(−) + (+) = El valor numérico de la operación es la diferencia de valores absolutos.

° Producto

(+) (+) = + Valor numérico productos de los valores absolutos (3) (4) =12

(−) (−) = + (−6) (−5)=30

(+) (−) = − (9) (−2) = 18

(−) (+) = − (−10) (4) = −40

° Cociente

+/+ = + 8 / 2 = 4

−/− = + Valor numérico división de los valores absolutos. −35 / −5 = 7

+/− = − 12 / −4 = −3

−/+ = − −72 / 3 = −24

° Sustracción

(+) − (+) = + − (4) − (3) = 1

(−) − (−) = − + (−9) − (−25) = 16

(+) − (−) = + + (10) − (−10) = 20

(−) − (+) = − − se invierte el signo de él sustraendo y se aplica leyes (−14) − (16) = 30

de signos para la suma.

Ejemplos :

1) [−2+6−4+9] + [−7+10−12+13] − [−4+6−16] = [15−6]+[23−19]−[6−20] = [9]+[4]−[−14] =

9+4+14= **27**

2) [(−4+3−9+10)(6−10+25+4)] − [(−3+5+15−30)−(11+4−5)] = [(13−13)(35−10)]−[(20−33)−(15−5)] =

[(0)(25)]−[(−13)−(10)] = −[−13−10] = −[−23] = **23**

3) [(−2+4−16+20) ÷ (−16+15+17−14)] + [(4+3−13)−(9+3)] = [(24−18)÷(32−30)] + [(7−13)−(12)] =

[(6) ÷ (2)] + [−6−12] = [3] + [−18] = **−15**

OPERACIONES CON RACIONALES FRACCIONARIOS

SUMA

1)

2)

RESTA

1)

2)

PRODUCTO

-) ( ) = ( ) ( ) =

( ) (4) =

DIVISION

÷ =

÷ =

DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

La descomposición de factores primos, consiste en la división de los números que se quieran descomponer entre los diferentes números primos.

Para el 126 = 2 * 32 * 7 y para el 304 = 24 * 19.

Mínimo común múltiplo. Son el producto de los factores primos comunes que existen entre un par de números, una de las aplicaciones se encuentra en la obtención de él común denominador en los números racionales fraccionarios.

60 12 2

30 6 2 El M.C.M es = 22 * 3 * 5 = 60

15 3 3

5 1 5

1

16 42 2

8 21 2

4 7 2 El M.C.M es = 24*3*7= 336

2 1 2

1 3

7

El máximo común divisor.− Es el producto de los factores primos comunes de menor exponente.

El M.C.D de 20, 300 y 400 es:

20 2 300 2 400 2

10 2 150 2 200 2

5 5 75 3 100 2

1 25 5 50 2 20 = 22*5

5 5 25 5 300 = 22*3*52

1 5 5 400 = 24*52

1

Los factores primos comunes con menor

exponente son: 22*5 " el M.C.D es 20.

Razones y Proporciones

Una razón equivale a un cociente, relación ó división.

Una proporción es una igualdad entre dos razones, relaciones, cocientes ó divisiones.

a1 a2 a1 y b2 Son los llamados extremos

= a2 y b2 son los llamados medios

b1 b2

MEDIA PROPORCIONAL

2 x X2 = 16

= X = ±

x 8 X = ± 4

TERCERA PROPORCIONAL O REGLA DE TRES

2 ! 6 (2) (x) = (6) (4)

4 ! x X = 24 / 2

X = 12

TANTO POR CIENTO (Porcentajes)

Existen dos formas distintas de obtener el porcentaje de un numero determinado, las cuales son exactamente las mismas lo que cambia es la interpretación.

¿ Cuál es el 35% de 129?

- Se realiza el producto del número 2) El producto obtenido se divide entre

por él porcentaje que se quiere obtener. 100.

129

x 35 = 45.15

645

  - 3) El 35% de 129 es: 45.15

  -

La Segunda Forma es:

¿ Cuál es el 43% de 536?

- Se divide el valor de él porcentaje entre cien.

430 ÷ 100 = 0.43.

- El cociente se multiplica por él numero al cual corresponde el porcentaje.

536 * 0.43 = 230.48.

- El producto obtenido es el 43% de 536

LEYES DE LOS EXPONENTES

1) **a n * a m = a n + m** Ejemplos: 32 * 36 = 38 ; x4 * x −1 = x3

2) **(a * b) n = a n b n** (2 * 5) 3 = 2 3 * 5 3 ; (x y) 2 = x 2 y 2

3) **(a / b) n = a n / b n** (4 / 2) 2 = 4 2 / 2 2 ; (x / y) 3 = x 3 / y 3

4) **(a n) m = a n * m** (3 2) 5 = 3 10 ; (x 2) 4 = x 8

5) **a 1 = a** 3 1 = 3 ; x 1 = x

6) **a 0 = 1** 9 0 = 1 ; x 0 = 1

- **a n** 5 7 x4

a n − m = 5 4 ; = x 4 − (−8) = x12

a m 53 x −8

7') **1** 1 1

a − n = 3 − 2 = ; x − 4 =

a n 32 x4

8) **a n / m =** 3 4 / 3 = x 3 / 2 =

ÁLGEBRA

Expresiones algebraicas.− Son cantidades que se representan por números constantes y por letras que también representan cantidades. Toda expresión algebraica debe contener los siguientes elementos:

exponente

- a x 3

signo factor literal o

variable

factor numérico o

coeficiente

La expresión algebraica anterior es la más simple y es denominada término.

Términos semejantes.− Son aquellos que tienen él o los mismos factores literales y cada uno de ellos tiene respectivamente el mismo exponente.

Son términos semejantes: 3 x 2 y 2 z y − y 2 z x 2

NO son términos semejantes: − a 2 b 2 c y a b 2 c 2

A D I C I Ó N O S U M A

La suma de expresiones algebraicas se obtiene agrupando los términos semejantes y reduciendo los coeficientes, poniendo mucha atención a los signos de cada término.

Ejemplo:

(3x2 + 6x − 4 + 2xy) + (3 − 4x + 3yx − 9x2) =

3x2 + 6x + 2xy − 4

− 9x2 − 4x + 3yx + 3

$- 6x2 + 2x + 5xy - 1$

Si se tienen coeficientes fraccionarios el procedimiento es exactamente el mismo:

$(x4 - x + 6) + (- + 4 x + x4) =$

$x4 - x + 6$

$x4 + 4 x -$

$x4 + x +$

S U S T R A C C I Ó N O R E S T A

Se realiza la misma agrupación que para la suma, el cambio que presenta la sustracción es la inversión de signos en cada término del sustraendo.

$(- 3 x + 6 x2 - 9 x3 + 6 x y) - (2 x2 + 3x3 - 9 x y + 3) =$

$(- 3 x + 6 x2 - 9 x3 + 6 x y) - 2 x2 - 3x3 + 9 x y - 3 =$

$- 9 x3 + 6 x2 - 3 x + 6 x y$

$- 3 x3 - 2 x2 + 9 x y - 3$

$-12 x3 + 4 x2- 3 x + 15 x y - 3$

P R O D U C T O Ó MULTIPLICACIÓN.

Para el producto de expresiones algebraicas se utiliza la propiedad distributiva de los números reales; a (b + c) = a b + a c y a (b − c) = a b − a c , es decir, se multiplica cada término del 1er factor por cada término del 2do factor, el producto realizado anteriormente tiene que implicar las leyes de los signos y las leyes de los exponentes.

Ejemplos:

$(- 3 x + 6 - 4 x 2 - y) (x 2 + 3 x -) =$

$= - x3 - 9 x2 + x + 9 x2 + 18 x - 2 - 6 x4 - 12 x3 + 4/3 x2 - 3/4 yx2 - 3/2 xy + 1/6 y =$

$= - 6 x4 - 33/2 x3 + 4/3 x2 - 3/4 x2y - 3/2 xy + 19 x + 1/6 y -2$

Independientemente de él número de términos de ambos factores, el producto se realiza: cada término del primer factor por cada término del segundo factor.

Otro ejemplo:

$(3x + 6y2 - 2x2) (- 2 + 6x2 + 3x) =$

$= - 6x + 18x3 + 9x - 12y2 + 36x2y2 + 18xy2 + 4x2 - 12x4 - 6x3 =$

$= - 6x + 12x3 - 12y2 + 36x2y2 + 18xy2 + 13x2 - 12x4 =$

$= -12x^4 + 12x^3 + 36x^2y^2 + 13x^2 - 6x + 18xy^2 - 12y^2$

P R O D U C T O S N O T A B L E S

1) $(a \pm b)^2 = (a \pm b)(a \pm b) = a^2 \pm ab \pm ba + b^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

Binomio al cuadrado = Trinomio Cuadrado Perfecto

El producto de un binomio al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primero por el segundo término, más el cuadrado del segundo término .

Ejemplos:

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

$(x^2 + 5x)^2 = x^4 + 10x^3 + 25x^2$

2) $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$

Binomios conjugados = Diferencia de cuadrados

El producto de binomios conjugados es igual al cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término.

Ejemplos:

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

$(3x + 4)(3x - 4) = 9x^2 - 16$

$(2y^2 - 6)(2y^2 + 6) = 4y^4 - 36$

3) $(a + b)(a + c) = a^2 + ac + ba + bc = a^2 + (b + c)a + bc$

Binomios con Término Común = Trinomio de 2do grado o Cuadrático

El producto de binomios con término común es igual al cuadrado del primer término, más el producto de la suma de los dos términos no comunes por el término común más el producto de los términos no comunes.

Ejemplos:

$(x + 2)(x - 4) = x^2 - 2x - 8$

$(3x - 1)(3x + 6) = 9x^2 + 15x - 6$

$(6x^2 - 8)(6x^2 - 7) = 36x^4 - 90x^2 + 56$

D I V I S I O N

Para la división de expresiones algebraicas, se requiere de la utilización de las leyes de los signos y de las leyes de los exponentes.

1er caso. Cuando el divisor es un monomio.

$6\ x2y - 4\ x3y3 + 18\ xy\ 6\ x2y - 4\ x3y3 + 18\ xy$

$= + + =$

$-\ ¾\ xy - ¾\ xy - ¾\ xy - ¾\ xy$

$= - x + x2y2 - = x2y2 - 8\ x - 24$

2do caso. Cuando el divisor es un binomio.

$x3 - y3$ 1) Sé reacomodan de mayor a menor

= exponente con respecto a una variable

$x - y$ y se colocan dentro de una galera.

$x2 + xy + y2$ $x - y\ x3 - y3$ $- x3 + x2y$ $+ x2y$ $- x2y + xy2$ $+ xy2 - y3$ $- xy2 + y3$ 0 0	2) Se divide él primer término del dividendo, entre él primer término del divisor. 3) El cociente se multiplica por cada término del divisor y se coloca en los términos semejantes del dividendo para reducir. 4) Se repiten el 2do y 3er paso para cada nuevo dividendo encontrado.

FACTORIZACION

La factorización como su nombre lo dice, es descomponer en factores primos un producto.

Para factorizar expresiones algebraicas comunes se tienen dos variantes, cuya utilización de pende de la forma de dichas expresiones.

1era Factorización por factor común.

Factorizar:

$6x2y - 4x3y2z2 + 16x2y2v$

Los factores literales comunes son x e y porque se encuentran en todos los términos de la expresión. Se toman los mínimos exponentes de cada uno de esos factores literales comunes.

El factor numérico común o máximo común divisor de los coeficientes es dos, por lo tanto se coloca junto con el factor común literal.

$2x^2y\ (3 - 2xyz^2 + 8yv)$

2da Factorización por agrupación.

Teniéndose:

$ax + by + ay + bx$

Como no se tiene un factor común para todos los términos de la expresión se agrupan aquellos términos que si tienen factor común y sé factoriza:

$ax + bx + ay + by$

$x (a + b) + y (a + b)$

Como la expresión obtenida es un binomio que tiene un factor común, que es (a + b) sé factoriza nuevamente:

$(a + b) (x + y)$

Ejemplo:

$x^2 + 5x + 4x + 20$

$(x^2 + 5x) + (4x + 20)$

$x (x + 5) + 4 (x + 5)$

$(x + 5) (x + 4)$

FACTORIZACION DE PRODUCTOS NOTABLES

Trinomio Cuadrado Perfecto.− Un trinomio es cuadrado perfecto si el doble producto de las raíces de los extremos produce el término lineal o medio. Por lo tanto para factorizarlo únicamente se colocan las raíces en un paréntesis con el signo del término lineal, y el conjunto elevado al cuadrado.

Teniéndose : $x^2 + 10x + 25$

Aplicando el criterio anterior:

1) Las raíces de los extremos son: x y 5 respectivamente.

2) El doble producto de las raíces es: 2 (5x) = 10x

3) Podemos decir que el trinomio es cuadrado perfecto, por lo tanto la factorización es:

$(x + 5)^2$ ó $(x + 5) (x + 5)$

Otro ejemplo:

Teniendo: $49y^2 - 42y + 9$

1) Las raíces son: 7y *y* 3

2) El doble producto es: $2(7y * 3) = 2 (21y) = 42y$

3) De aquí se observa que es T.C.P por lo tanto:

$(7y - 3)^2$ ó $(7y - 3) (7y - 3)$

Trinomio de 2do grado o cuadrático.

1er caso.− Un trinomio es cuadrático cuando NO cumple el criterio anterior, por lo tanto se buscaran dos números que sumados proporcionen el coeficiente del término lineal incluyendo el signo y multiplicados el término constante también incluyendo su signo. Para encontrarlos más fácilmente se descompone en factores primos el número resultante del producto y se forman pares de números con los factores.

Teniéndose: $x^2 + 9x + 20$

( ) + ( ) = 9

( ) ( ) = 20

Descomponiendo en factores primos se tiene:

20 2 2 y 10

10 2