

FINAL ÁLGEBRA ENERO 2003

PROBLEMAS:

1.- Sea el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2. Consideremos los siguientes subespacios vectoriales del mismo:

- Demostrar que, efectivamente, V es un subespacio vectorial de
- Calcular las bases, dimensiones y ecuaciones paramétricas e implícitas de U, V, W
- Calcular una base de

2.- Sea la aplicación lineal dada por la matriz cuando consideramos la base canónica en ambos subespacios.

- ¿Para qué valores de a la aplicación no es epiyectiva? ¿Para qué valores de a la aplicación tiene núcleo de dimensión 2?
- Calcular para $a=1$ dimensión, bases y ecuaciones implícitas de los espacios $\text{Ker } e \text{ Im}$
- Calcular para $a=1$ la matriz asociada a cuando consideramos la base en ambos subespacios, con

3.- Consideremos los subespacios:

- Teniendo en cuenta los valores de a , ampliar una base de V a una base de
- ¿Para qué valores da a V y W están en suma directa?

4.- Sea el producto escalar usual en \mathbb{R}^4 , sea la base canónica de \mathbb{R}^4 , y sea la base de definida como sigue:

con tal que es ortogonal al subespacio Y y forma un ángulo con

- determinar a, b, c, d, f para que satisfaga las condiciones anteriores y sea además una base ortonormal de
- Calcular una base del subespacio ortogonal a
- Calcular el ángulo que forman los vectores y_1, y_2, y_3 y la proyección de sobre

FINAL ÁLGEBRA JUNIO 2003

PROBLEMAS:

1.- Consideremos los subespacios U, V, W contenidos en \mathbb{R}^4 , definidos como sigue:

- Calcular las dimensiones y una base de los espacios $V, V \cap W$
- Obtener las ecuaciones paramétricas e implícitas de $W \cap U$
- Obtener un subespacio complementario de $V \cap W$

2.- Estudiar para qué valores reales de la t , la siguiente matriz es diagonalizable en el campo real:

3.- Sea V el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que uno, con las operaciones usuales: Sea f el endomorfismo de V que verifica las condiciones siguientes:

- $f(1+x)=2-x$
- El núcleo coincide con la imagen, es decir, $\text{Ker } f = \text{Im } f$

Se pide:

- Matriz del endomorfismo en la base $B=\{1,x\}$
- Calcular una base de $f(W)$ siendo W el subespacio de \mathbb{R}^3 donde son coordenadas en la base B
- Imagen inversa del conjunto $\{(1,1),(0,0)\}$

4.- Sea un espacio euclídeo cuyo producto escalar en la base canónica, satisface las siguientes condiciones es ortogonal a los vectores $\langle \cdot, \cdot \rangle$; es unitario. El $\langle \cdot, \cdot \rangle = \langle \cdot, \cdot \rangle$; $g(\cdot) = 0$, $g(\cdot) = 4$; ;

Sea $V =$

- Dar una base de \mathbb{R}^3 en estos subespacios en suma directa?
- Calcule una base ortonormal de

FINAL ALGEBRA SEPTIEMBRE 2003

PROBLEMAS:

1.- La productora de cine CINEMA planea la realización de un corto para darse a conocer. Para ello, ha de contratar operarios (de sonido, camararas, ...) y actores "famosillos" y actores de reparto. Para contratar actores, tanto famosillos como de reparto, realiza un casting previo durante 2 días. Necesita 10 días para negociar y contratar los actores famosillos, 5 días para la contratación de los actores de reparto y 5 días para la contratación de los distintos operarios. Una vez contratado todo el personal (operarios y actores) comienza una campaña publicitaria de 5 días de duración. Necesita 10 días para diseñar y preparar las diferentes localizaciones y decorados. Terminando el asunto del decorado y las contrataciones, pero sin tener en cuenta la campaña publicitaria, realizará una serie de ensayos durante 3 días, tras los cuales comenzará a rodarse el corto. ¿Conseguirá empezar a rodar el corto antes de 20 días? Para su comprobación se pide: relaciones de precedencias, grafo PERT asociado, tiempos, duración, holguras y caminos críticos.

2.- Consideremos los subespacios U, V, W contenidos en \mathbb{R}^3 , definidos como sigue:

- Calcular las dimensiones y una base de los espacios $V, V \cap W$
- Obtener las ecuaciones paramétricas e implícitas de $W \cup U$
- Obtener un subespacio suplementario de $V \cap W$

3.- Calcular usando para ello propiedades de diagonalización de:

4.- Sea V el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que uno, con las operaciones usuales: Sea f el endomorfismo de V que verifica las condiciones siguientes:

- $f(1+x) = 2-x$
- El nucleo coincide con la imagen, es decir, $\text{Ker } f = \text{Im } f$

Se pide:

- Matriz del endomorfismo en la base $B=\{1,x\}$
- Calcular una base de $f(W)$ siendo W el subespacio de \mathbb{R}^3 donde son coordenadas en la base B

Imagen inversa del conjunto $\{(1,1),(0,0)\}$