

ESTÁTICA DE FLUIDOS

Fluidos: La mayor parte de la materia del universo está en forma de fluidos (líquido o gas). Un fluido es un medio material continuo con resistencia nula a esfuerzos de cizalladura, presentando solo esfuerzos normales a la superficie en todo punto. No obedecen la ley de Hooke.

Hay dos tipos: líquidos, que carecen de forma propia, pero sí poseen volumen propio y son muy poco compresibles, y gases, que carecen de forma y volumen propio, y son muy compresibles.

También se pueden dividir en perfectos o ideales, en los cuales los esfuerzos internos (entre capas) son perpendiculares a la superficie, y viscosos o reales, que presentan esfuerzos de cizalladura internos.

Estática de fluidos: Estudia los fluidos en reposo y los objetos en el seno de dichos fluidos. En un fluido en reposo la fuerza que ejerce el fluido en cada punto y sobre cada elemento infinitesimal del mismo solo puede ser perpendicular a la superficie del elemento; si no fuera así la fuerza se podría descomponer en una fuerza perpendicular y otra tangencial que haría moverse el elemento, con lo que no estaría en reposo. A este esfuerzo o tensión se le llama presión.

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{dF_n}{dS}$$

La presión ejercida sobre un elemento infinitesimal del fluido en reposo con forma y posición cualquiera es independiente de la orientación de la superficie. Vemos un ejemplo.

Si tenemos un elemento infinitesimal como el de la figura en reposo:

Ecuación fundamental de la estática de fluidos: Si un fluido está en reposo, lo está cada uno de sus elementos infinitesimales. Veamos que fuerzas actúan sobre ellos.

Su masa vale:

Como está en equilibrio la fuerza neta total es nula:

Esta es la Ley fundamental de la Estática de fluidos.

De esto se derivan unas conclusiones:

1) La presión disminuye con la altura, siendo esa disminución debida al peso de las capas de fluido que se han sobrepasado, por tanto ya no ejercen presión.

2) Veamos que pasa entre dos alturas z y z_0

2.1) Para fluidos incompresibles ($\rho = \text{cte}$), y suponiendo que $g = \text{cte}$

Si z_0 es la superficie libre del líquido

$$p = p_0 + \rho g h = p_0 + \rho g (z_0 - z)$$

Nos da la presión en un punto situado a una profundidad h respecto de z_0 , en el cual la presión es p_0

2.2.) Para fluidos compresibles es necesario conocer (z) para poder integrar.

2.3) Para gases en recipientes ($<<$) las variaciones presión son despreciables, y puede considerarse que la presión es la misma en todos los puntos del recipiente que contiene dicho gas.

Consecuencias de la LFEF:

1) Todos los puntos del fluido en reposo que se encuentran a igual profundidad están sometidos a igual presión.

2) La presión aumenta con la profundidad.

3) El lugar geométrico de los puntos con igual presión son planos horizontales, siendo por ello plana la superficie del líquido.

4) Aprovechando eso se puede medir la presión atmosférica:

5) Vasos comunicantes:

$$P_A = P_B = P_C = P_D = P_{atm}$$

$$H_A = H_B = H_C = H_D$$

Si dos vasos comunicantes contienen distintos líquidos no miscibles

$$P_A = P_B \text{ (Están a la misma altura y pertenecen al mismo líquido)}$$

6) Principio de Pascal: Si la presión en la superficie libre del líquido varía en una cierta cantidad, la presión en cualquier punto interior también varía en la misma cantidad.

La transmisión del incremento de presión se produce como una onda (Es una onda), con la velocidad del sonido en el líquido que sea. Una de las aplicaciones del principio de Pascal es la prensa hidráulica.

Si S_2 es mucho mayor que S_1 , con fuerzas F_1 pequeñas se pueden conseguir fuerzas F_2 muy grandes.

Objetos en el seno de fluidos: Es el Principio de Arquímedes. Si un cuerpo está total o parcialmente sumergido en un fluido, el fluido ejerce una presión en todo punto de la superficie del cuerpo en contacto con el fluido, aumentada con la profundidad. Esto se debe a que el fluido ejerce la misma fuerza que si hubiera un volumen de fluido de igual forma ocupando el sitio del cuerpo. La resultante es una fuerza dirigida hacia arriba (empuje), de módulo igual al peso del volumen del líquido desalojado.

Fenómenos de superficie en líquidos: Las moléculas de cualquier materia ejercen unas sobre otras fuerzas intermoleculares, que dependen de la distancia ($F = k \cdot 10^{-7}$). Hay una determinada distancia r_0 a la cual la fuerza es nula; a menor distancia la fuerza es repulsiva, y a mayor es atractiva, disminuyendo con la distancia. Debido a ello los sólidos y líquidos pueden soportar elevadas presiones, mientras que los gases no, pues para ellos r_0 es muy pequeño.

A las fuerzas de atracción intermoleculares, entre moléculas del mismo cuerpo, se les llama fuerzas de cohesión, y a las fuerzas intermoleculares, entre moléculas de diversos cuerpos se les llama fuerzas de adhesión.

Las moléculas poseen un cierto radio de acción, más allá del cual su interacción es despreciable, y con ello sus

fuerzas de cohesión y adhesión.

Tensión superficial: En los líquidos la separación intermolecular es menor que el radio de acción de sus moléculas, y por ello existen fuerzas de cohesión entre ellas.

Sean dos moléculas A y B. Dichas moléculas están en el centro de una esfera de radio su radio de acción.

Todas las fuerzas que se ejercen sobre la molécula A se anulan por simetría, con lo que está en equilibrio. En la molécula B hay un casquete que está situado fuera del líquido, y por ello la acción de las moléculas del casquete simétrico no está equilibrada, con lo que las moléculas del casquete inferior atraen a B hacia el interior del líquido.

Por tanto, para aumentar la superficie libre del líquido, llevando a ella moléculas del interior, es necesario realizar un trabajo, aumentado así la energía del sistema. Dicho aumento será proporcional al número de moléculas llevadas a la superficie, es decir, será proporcional al aumento de dicha superficie.

Por tanto la superficie del líquido posee una cierta energía potencial proporcional a su área. Debido a que los sistemas físicos tienden a situaciones de energía potencial mínima, el líquido adoptará la forma tal que su superficie sea mínima.

Si quitamos la solución jabonosa del interior del hilo, éste adquiere forma circular, ya que es la que corresponde a que la superficie libre de la solución jabonosa sea mínima. Sobre cada elemento de longitud del hilo, la membrana (líquido) ejerce una fuerza perpendicular al elemento. A esa fuerza se la llama tensión superficial:

Una forma de medir dicha tensión es :

B'C' es un lateral móvil.

La película jabonosa BB'CC' ejerce una fuerza sobre B'C' para tratar de minimizar su superficie, que se iguala al peso de las pesas en el platillo. Cuando B'B' esté en equilibrio, las fuerzas serán iguales.

El factor 2 es debido a que son dos las capas que tiran del lateral, la superior y la inferior

Otra forma de definir la tensión superficial sería: Si el lateral B'C' realiza un desplazamiento elemental dx , la fuerza realiza un trabajo:

Es decir, es la energía necesaria para variar la superficie libre del líquido por la unidad de superficie.

La tensión superficial disminuye con la temperatura (disminuyen las fuerzas de cohesión). No depende del área de la superficie, sí de la presencia de impurezas, de la forma y del espesor de la superficie del líquido. La tensión superficial de los gases vale cero.

Membranas líquidas: Las superficies líquidas curvadas solo pueden estar en equilibrio si existe una diferencia de presión entre ambos lados de la membrana que compense a la fuerza producida por la tensión superficial, tendente a minimizar la superficie. Por ejemplo:

En una burbuja de jabón la presión interior ha de ser mayor que la exterior, para que así aparezca una fuerza hacia el exterior que contrarreste a la que tiende a encoger la burbuja.

La diferencia de presión puede expresarse en función de la tensión superficial del líquido y de los radios de curvatura de la superficie

$dS''dl_1dl_2$

Siendo r_1 y r_2 los radios de curvatura de los arcos dl_1 y dl_2

F_1 y F_2 son las fuerzas que la membrana ejerce sobre cada lado del elemento.

Las componentes horizontales se anulan, las verticales tienen todas igual dirección y sentido. Dicha fuerza neta es la debida a la tensión superficial.

Siendo F_T perpendicular a la superficie en P

Para que la película líquida esté en equilibrio debe existir una fuerza en sentido contrario y también perpendicular a la superficie. Dicha fuerza viene dada por la diferencia de presión entre el exterior y el interior.

Y esta es la Ecuación de Laplace

Para su uso hay que tener en cuenta un criterio de signos:

El radio tiene signo positivo si el centro está en el líquido, y negativo si está fuera del líquido

En el primer caso la superficie es convexa, y r_1 y r_2 son positivos. En el segundo la superficie es cóncava y r_1 y r_2 son negativos. El primer caso se dice Sobrepresión debajo de la superficie ($P_B > P_A$), y el segundo Depresión debajo de la superficie ($P_B < P_A$)

La ecuación de Laplace tiene muchas aplicaciones:

Para gotas líquidas esféricas

$P_B > P_A$

Para burbujas (pompa de jabón)

Hay dos superficies, una cóncava y otra convexa.

$P_B > P_A > P_C$

Que nos da la diferencia de presión entre el interior y el exterior de la burbuja

Se plantea un caso interesante, que es aquel en el cual dos burbujas se ponen en contacto

$P_A = P_A'$ $P_B < P_B'$

La burbuja pequeña es aspirada por la grande, al tratar de igualar presiones

Contacto líquido-sólido: La superficie de un líquido en contacto con una superficie sólida forma un ángulo con respecto a la superficie del sólido. Llamado ángulo de contacto. Este fenómeno se debe a la competencia entre las fuerzas de cohesión (intermoleculares líquido-líquido) y las de adhesión (intermoleculares sólido-líquido) en el contacto. Dependen del sólido y del líquido de que se traten.

En el primer caso el ángulo es mayor de 90° . Son, pues, mayores las fuerzas de cohesión que las de adhesión (Mercurio). Se dice entonces que el líquido No moja. La superficie es convexa

En el segundo caso el ángulo es menor de 90° . Las fuerzas de adhesión que las de cohesión (Agua). Se dice entonces que el líquido moja. La superficie es concava

Este fenómeno tiene varias consecuencias. Una de ellas es el efecto de capilaridad. Un líquido sube o baja por un tubo capilar (Tubo abierto de pequeño diámetro) si moja o no moja respectivamente. La altura a la que sube o baja el líquido viene dada por el ángulo de contacto.

Veamos como depende la altura en un líquido que moja.

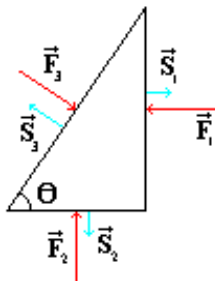
Se produce una fuerza debida a la tensión superficial. Las componentes horizontales se anulan por simetría. Las verticales dan una fuerza neta vertical hacia arriba, que provoca que el líquido suba hasta que se equilibre con el peso de la columna de agua que ha ascendido.

Si el líquido no moja el planteamiento es el mismo, solo que ahora la altura es negativa, por ser el coseno negativo.

Este mismo efecto se produce si introducimos dos láminas paralelas muy próximas en un líquido.

Si d es pequeña, el líquido sube o baja dependiendo de si moja o no moja

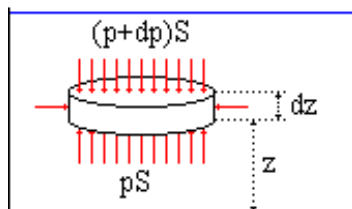
$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{dF_n}{dS}$$



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

$$F_3 \sin \theta = F_2 \quad F_1 = F_3 \cos \theta$$

$$P_2 = \frac{F_2}{S_2} = \frac{F_3 \sin \theta}{S_2} = \frac{P_3 S_3 \sin \theta}{S_2} = P_3 = \frac{P_3 S_3 \cos \theta}{S_1} = P_1$$



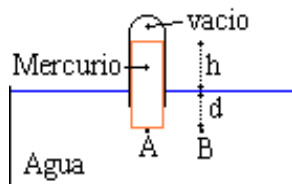
$$dm = \rho dv = \rho S dz$$

$$(p + dp)S + gdm = pS$$

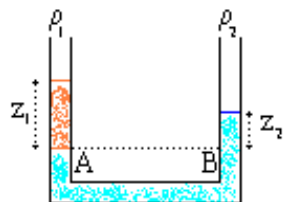
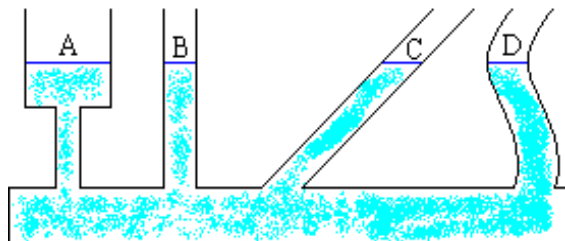
$$dpS + g\rho Sdz = 0 \quad \frac{dp}{dz} = -g\rho$$

$$\int_{p_0}^p dp = - \int_{z_0}^z \rho g dz$$

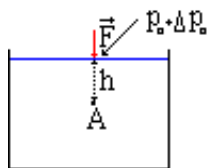
$$p - p_0 = -\rho g(z - z_0) = \rho g(z_0 - z)$$



$$P_A = P_B \quad \begin{aligned} P_A &= 0 + \rho_{Hg} g(h + d) \\ P_B &= P_{atm} + \rho_{Hg} gd \end{aligned} \quad P_{atm} = \rho_{Hg} gh$$



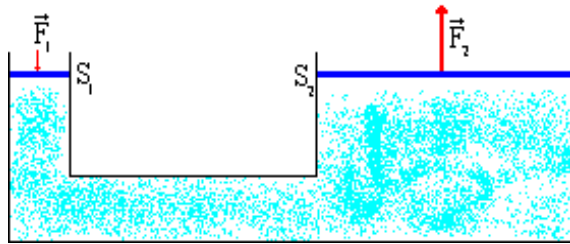
$$\begin{aligned} P_A &= P_{atm} + \rho_1 g z_1 \\ P_B &= P_{atm} + \rho_2 g z_2 \end{aligned} \quad \rho_1 z_1 = \rho_2 z_2 \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$



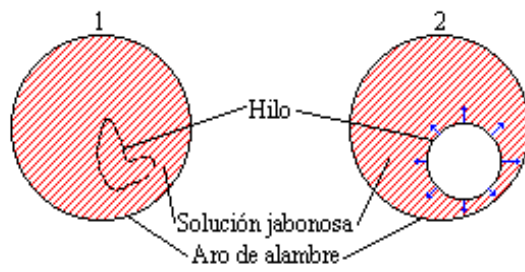
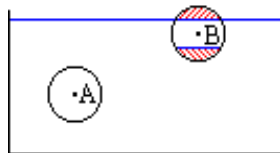
$$P_A = p_0 + \Delta p_0 + \rho gh = P_A + \Delta p_0$$

$$\Delta P_A = P_A - P_A = \Delta p_0$$

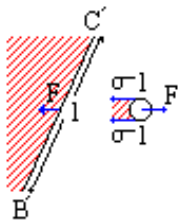
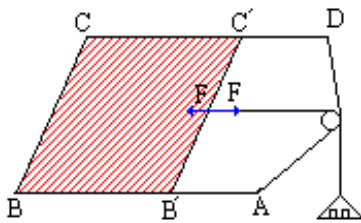
$$\Delta p_0$$



$$P_1 = P_2 \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$



$$\sigma = \frac{F}{L}$$

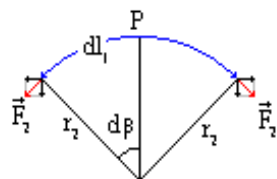
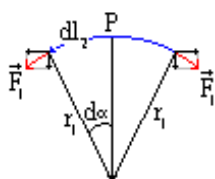
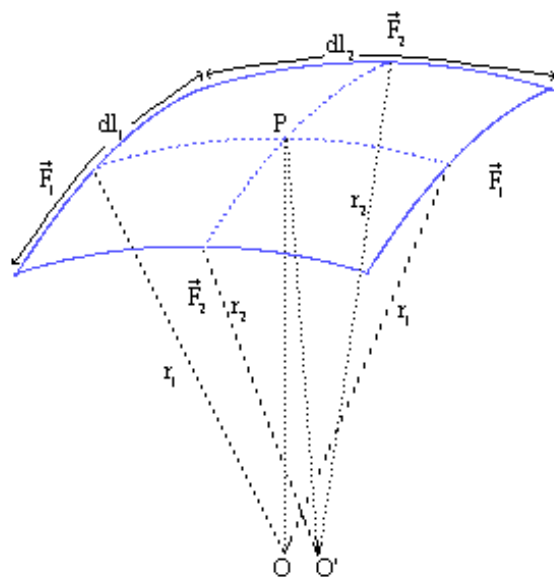


$$F_T = 2\sigma l$$

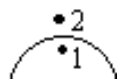
$$\sigma = \frac{F}{2l}$$

$$dW = Fdx = \sigma 2ldx = \sigma dS$$

$$\sigma = \frac{dW}{dS}$$



$$\begin{aligned} F_T &= 2F_1 \sin(d\alpha) + 2F_2 \sin(d\beta) \\ F_1 &= \sigma dl_1 \quad d\alpha \ll \sin(d\alpha) \quad \alpha \\ F_2 &= \sigma dl_2 \quad d\beta \ll \sin(d\beta) \quad \beta \\ F_T &= 2\sigma (dl_1 d\alpha + dl_2 d\beta) \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} dl_1 &= r_2 d\beta & dl_2 &= r_1 d\alpha \\ F_T &= 2\sigma \frac{dl_1 dl_2}{2r_1} + \frac{dl_2 dl_1}{2r_2} = \\ &= \sigma dS \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \end{aligned} \right.$$



$$p = \frac{dF}{dS}$$

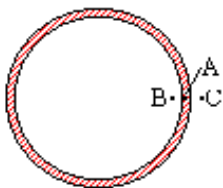
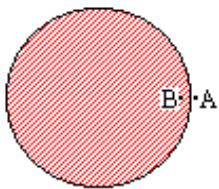
$$F_1 - F_2 = \Delta p dS$$

$$F_1 > F_2$$

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$\Delta p dS = \sigma dS \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\boxed{\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$$

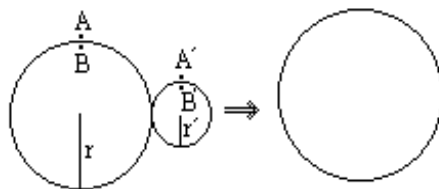


$$\Delta p = P_B - P_A = \sigma \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r} \right) = \frac{2\sigma}{r}$$

$$P_B - P_A = \Delta p = \frac{2\sigma}{r} > 0$$

$$P_A - P_C = \Delta p = \frac{2\sigma}{r} > 0$$

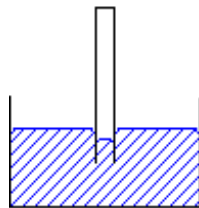
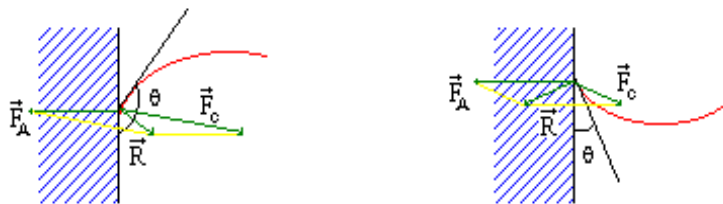
$$P_B - P_C = \Delta p + \Delta p = \frac{4\sigma}{r} > 0$$



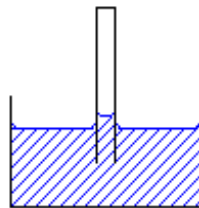
$$\Delta p = \frac{4\sigma}{r}$$

$$\Delta p < \Delta p \quad (\Delta p = P_B - P_A; \Delta p = P_B - P_A)$$

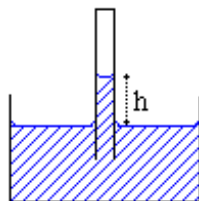
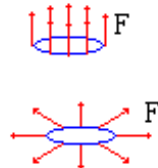
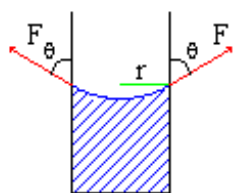
$$\Delta p = \frac{4\sigma}{r}$$



NO MOJA



MOJA

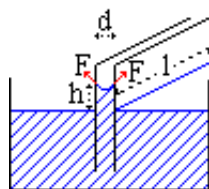


$$F_v = \sigma 2\pi r \cos\theta$$

$$mg = \rho g V = \rho g \pi r^2 h$$

$$\rho g \pi r^2 h = \sigma 2\pi r \cos\theta$$

$$h = \frac{\sigma 2 \cos\theta}{\rho g r}$$



$$2\sigma l \cos\theta = \rho g h d l$$

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g d}$$