EXAMEN DE Ã LGEBRA ENERO 2003 PN

TEORÃ A

1.- Â¿Tiene el conjunto de los nÃºmeros naturales estructura de grupo con la operaciÃ³n habitual de suma? Â¿Y el conjunto de los nÃºmeros enteros con la misma operaciÃ³n, y con la operaciÃ³n habitual de producto? Â¿Por quÃ©?

2.- Demuestra que si E es un subespacio vectorial de dimensiÃ³n n, entonces todo conjunto de n vectores linealmente independientes es una base y que todo conjunto de generadores formado por n vectores es una base.

3.- Dado el siguiente sistema de ecuaciones, escrÃ−belo en forma matricial y en tÃ©rminos de aplicaciones lineales.

Â¿Es un sistema homogÃ©neo, porquÃ©?

4.- Demuestra que toda aplicaciÃ³n lineal que transforma bases en bases es un isomorfismo.

5.- Dado el subespacio vectorial calcula el subespacio ortogonal y las ecuaciones implÃ−citas de un subespacio suplementario.

6.- Demuestra el teorema de RouchÃ©-FrÃ¶benius.

7.- Dada la matriz del producto escalar G=, calcular la proyecciÃ³n ortogonal del vector u=(1,-2) sobre el vector v=(2,1)

8.- Dado el endomorfismo cuya matriz asociada es calcula sus valores y vectores propios.

EXAMEN DE Ã LGEBRA ENERO 2003 PN

PROBLEMAS:

1.- Sea el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2. Consideremos los siguientes subespacios vectoriales del mismo:

- Demostrar que, efectivamente, V es un subespacio vectorial de
- Calcular las bases, dimensiones y ecuaciones paramÃ©tricas e implÃ−citas de U, V, W
- Calcular una base de

2.- Sea la aplicaciÃ³n lineal dada por la matriz cuando consideramos la base canÃ³nica en ambos subespacios.

- Â¿Para quÃ© valores de a la aplicaciÃ³n no es epiyectiva?Â¿Para quÃ© valores de a la aplicaciÃ³n tiene nÃºcleo de dimensiÃ³n 2?
- Calcular para a=1 dimensiÃ³n, bases y ecuaciones implÃ−citas de los espacios Ker e Im
- Calcular par a=1 la matriz asociada a cuando consideramos la base en ambos subespacios, con

3.- Consideremos los subespacios:

- Teniendo en cuenta los valores de a , ampliar una base de V a una base de

- Â¿Para quÃ© valores da a V y W estÃ¡n en suma directa?

4.-Sea el producto escalar usual en , sea la base canÃ³nica de , y sea la base de definida como sigue:

con tal que es ortogonal al subespacio y forma un Ã¡ngulo con

- determinar a, b, c, d, f para que satisfaga las condiciones anteriores y sea ademÃ¡s una base ortonormal de
- Calcular una base del subespacio ortogonal a

Calcular el Ã¡ngulo que forman los vectores y ; y ; y la proyecciÃ³n de sobre

EXAMEN DE Ã LGEBRA SEPTIEMBRE 2003 PN

TEORÃ A

1.-Dado el conjunto E de , con las operaciones de suma y producto por escalares definidas del siguiente modo:

Determinar si tiene estructura de grupo.

2.- Demuestra que la condiciÃ³n necesaria y suficiente para que un conjunto de vectores sea linealmente dependiente, es que al menos uno de ellos se pueda poner como combinaciÃ³n lineal del resto.

3.- Dado el endomorfismo T, calcula su matriz asociada y determina si es un isomorfismo:

4.- Demuestra que si eÂ´ es una soluciÃ³n del sistema (T.e), entonces todas las soluciones pueden ponerse de la forma con

5.- Define Imagen de una aplicaciÃ³n lineal y demuestra que es un subespacio vectorial.

6.- Dados los subespacios vectoriales y Determinar si estÃ¡n en suma directa y si son suplementarios. Calcula el subespacio ortogonal a

7.- A partir de la base B={(2,5),(3,0)}, calcula una base ortonormal con el producto escalar usual.

8.- Dado el endomorfismo cuya matriz asociada es , estudia si diagonaliza.

EXAMEN DE Ã LGEBRA SEPTIEMBRE 2003 PN

PROBLEMAS

1.- Consideremos los siguientes subespacios de :

- **Calcular las ecuaciones implÃ−citas y paramÃ©tricas de los subespacios y**
- **Calcular las bases y dimensiones de los subespacios y**

2.- Sea el endomorfismo definido por:

T(x,y,z)=(z,x,y)

- **Calcular la matriz de T con respecto a la base B={ (1,1,0), (1,0,1), (0,1,1) }**
- **Usando matrices de cambio de base, calcular la matriz de T respecto de la base canÃ³nica**
- **Calcular las ecuaciones paramÃ©tricas e implÃ−citas, una base y la dimensiÃ³n del subespacio**

definido por:

3.- Discutir y resolver -siempre que sea posible- el siguiente sistema de ecuaciones lineales segÃºn los distintos valores que puede tomar el parÃ¡metro a

4.- Consideremos el espacio vectorial dotado de un cierto producto escalar. Sea una base de tal que:

donde Consideremos ademÃ¡s el subespacio vectorial , de tal forma que

- Calcular la matriz del producto escalar en la base dada
- Calcular el subespacio ortogonal a , donde