

Monografía de **FÍSICA**

Fuerza de rozamiento de una bicicleta de montaña

ÍNDICE

Página

Resumen.....	2
Introducción.....	3
Desarrollo.....	3
–Rozamiento mecánico.....	4
+Rozamiento de las ruedas.....	4
+Rozamiento de la transmisión.....	7
–Rozamiento aerodinámico.....	8
Conclusión.....	10
Bibliografía.....	11

Resumen

¿Cómo se puede calcular el rozamiento que tiene que vencer una bicicleta de montaña? Responder a esta pregunta es el principal objetivo de esta monografía. Para relizar esta tarea el rozamiento se ha dividido en mecánico y aerodinámico. Tras realizar las hipótesis y llevarlas a experimentación se ha hecho la recogida de datos. Tras operar con ellos se ha llegado al resultado de que la fuerza de rozamiento mecánico es de 14 N aproximadamente y que la fuerza de rozamiento aerodinámico es igual a la velocidad al cuadrado por 0.25 ($F_{ra}=0.25 \cdot V^2$) y por tanto es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad. A una velocidad de paseo como pueden ser 15 km/h por tanto el rozamiento aerodinámico sería de 4.2 N que sumados al mecánico nos daría una fuerza total a vencer de unos 18.5 N.

INTRODUCÓN

Me gusta mucho el deporte y especialmente el ciclismo. Este deporte abarca dos modalidades, el ciclismo de carretera y el ciclismo de montaña también conocido como el mountain bike. La primera modalidad tiene gran importancia en nuestro país y en Europa entera, y aunque el ciclismo de montaña aún no es muy conocido a nivel competitivo cada vez son más los aficionados que practican este deporte. Un hecho de que cada vez está adquiriendo más atención es que desde 1996 es considerado como un deporte olímpico.

Es conocido entre los aficionados que la bicicleta es el medio de transporte que mejor aprovecha la energía humana. Si te gusta el deporte habrás podido percibir que es mucho más cansado desplazarse una misma distancia (en el mismo tiempo) corriendo que en bicicleta. Por esta razón sería interesante saber de una forma cuantitativa hasta que punto es aprovechada la energía en el medio de transporte más efectivo, utilizando como única fuente de energía el cuerpo humano, en definitiva calcular el rozamiento de la bicicleta. Éste será

el objetivo de la monografía. Esta tarea no será nada fácil debido a la cantidad de factores que influyen y a los múltiples puntos de fricción que existen en la bicicleta. Todos estos factores serán analizados y estudiados en el cuerpo de la monografía para después pasar a la experimentación. Los experimentos se realizarán sobre una bicicleta de montaña (debido al mayor interés que tengo por esta modalidad), con la que se hará la recogida de datos para después procesarlos.

Tras seguir los pasos anteriormente mencionados se llegará a la conclusión de que las bicicletas de montaña sufren una fuerza de rozamiento que oscila entre los 15 y los 25 Newtons para las velocidades más frecuentes, de 15 a 25 Km/h.

DESARROLLO

La fuerza de rozamiento se puede dividir en la fuerza de rozamiento mecánica y la aerodinámica. La primera a diferencia de la segunda no depende de la velocidad y por tanto será el rozamiento aerodinámico el que determinará la velocidad a la que podamos ir.

Hipótesis: el rozamiento aerodinámico a la velocidad normal de marcha (20 km/h) será mucho mayor que el mecánico.

Estudiaremos por separado los tipos de rozamiento:

Rozamiento mecánico:

Este rozamiento incluye la fricción de las ruedas con el suelo, la fricción de la cadena y la fricción de todos los cojinetes de la bici: los de las ruedas, pedales y bielas.

Hipótesis: la fricción de las ruedas con el suelo será la que ejerza un mayor rozamiento y dependerá del peso del ciclista, la fr. que ejerza la fricción de la cadena dependerá de la tensión y la fr. ejercida en los cojinetes también dependerá del peso del ciclista.

Rozamiento de las ruedas:

La fuerza de rozamiento de las ruedas (tanto como la fricción con el suelo como la de los cojinetes) se puede calcular de la siguiente manera: en un terreno llano (sin ningún cambio de nivel) se mide el tiempo que tarda en pararse la bicicleta (sin que tu ejerzas ninguna fuerza, es decir sin dar pedales) desde una velocidad inicial pequeña para poder despreciar la fuerza de rozamiento del aire. Al llevar este experimento a la práctica nos damos cuenta de que es muy impreciso esperar hasta que se detenga la bicicleta, depende de la habilidad del ciclista (su equilibrio), por tanto se medirá el tiempo que tarda la bicicleta en reducir la velocidad hasta unos pocos kilómetros por hora (velocidad final) Las velocidades cuanto más pequeñas sean mejor (más precisión) ya que estamos despreciando el rozamiento del aire y éste aumenta con la velocidad como veremos más adelante.

Con estos datos ya se puede calcular la fuerza de rozamiento de las ruedas mediante el primer principio de Newton: $F = m \cdot a$ Como la fuerza de la gravedad y la normal se anulan la fuerza de rozamiento es la fuerza resultante, la masa será la suma de la masa del ciclista y la de la bicicleta (se calcularán con un peso) y la aceleración es la diferencia de la velocidad ($v = v_f - v_i$) dividido entre el tiempo que ha tardado que serán los datos que recojamos. Por tanto la fuerza de rozamiento ejercida en las ruedas será:

$$V_f - V_i$$

$$F_r = m \cdot a = m \cdot \frac{V_f - V_i}{t}$$

t

Pero no es tan sencillo, hay muchos factores que influyen y que hay que tener en cuenta:

Lógicamente son muy importantes las cubiertas. Para bicicletas de montaña existen cubiertas desde 1 pulgada de anchura (para ir por carretera) hasta 2.5 pulgadas (para descensos). Cuanta más anchura tenga la rueda más rozamiento tendrán pues más superficie tendrán en contacto con el suelo. Lo mismo ocurre con el estado de la cubierta, cuanto más nueva sea ésta más rozamiento tendrá porque el tamaño de los tacos será mayor (menos redonda será la rueda)(es apreciable cuando sustituyes una cubierta muy vieja por una nueva, cuesta más dar pedales) También influirá la presión a la que estén hinchadas las ruedas, cuánto más hinchadas estén menor será la superficie de contacto con el suelo y por tanto menor el rozamiento.

Nosotros utilizaremos una cubierta delantera de 1.95 pulgadas y un trasera de 2.0 prácticamente nuevas y a una presión intermedia (la cubierta trasera está diseñada para rodar a una presión comprendida entre 2 y 4.5 bares (lo pone en todas las cubiertas) y en el experimento estará a 3.25 ± 0.1 bares (la media) y la delantera a 4.05 ± 0.1 la media de 2.5 y 5.6 bares)

También influirá la limpieza y lubricación de los cojinetes, en nuestros experimentos estarán limpios y lubricados.

Pero mucho más importante será el terreno por donde rueda la bici: cemento, asfalto, piedras, barro... Nuestros experimentos se realizarán en asfalto ya que aunque sea una bicicleta de montaña para llegar al monte hay que ir por carretera y se quiera o no al final es por donde más kilómetros se hacen.

Hipótesis: la fuerza de rozamiento aumentará si se está tomando una curva.

Para poder hacer estas mediciones con precisión se instala un cuentakilómetros en la bicicleta con lo que mediremos la velocidad.

Una vez hecho el experimento estos son los datos obtenidos:

Tabla 1

V.Inicial	V.Final	Vf-Vi	T(ida)	
5	4	1	3.81	
5	4	1	4.26	
5	4	1	3.99	
5	4	1	3.42	
5	4	1	3.95	
5	4	1	4.77	
5	4	1	3.74	
5	4	1	3.55	
5	4	1	3.47	
		T.medio	3.50	
Tabla 2				
V.Inicial	V.Final	Vf-Vi	T(ida)	T(vuelta)
7	4	3	10.54	12.02
7	4	3	7.67	11.71
7	4	3	10.35	12.58

7	4	3	9.35	12.79
7	4	3	9.89	13.00
7	4	3	9.73	12.92
7	4	3	11.14	11.46
7	4	3	10.39	12.84
7	4	3	10.18	12.02
		T.medio	9.92	12.37
Tabla 3				
V.Inicial	V.Final	Vf-Vi	T(ida)	T(vuelta)
7	4	3	10.20	11.83
7	4	3	10.42	9.73
7	4	3	11.03	10.20
7	4	3	11.48	11.77
7	4	3	11.26	9.81
7	4	3	10.12	10.95
		T.medio	10.75	10.72

Tabla 4

V.Inicial	V.Final	Vf-Vi	T(ida)	T(vuelta)
10	7	3	8.74	8.76
10	7	3	8.73	8.59
10	7	3	7.89	8.90
10	7	3	8.46	8.24
10	7	3	8.84	9.32
10	7	3	8.73	7.96
		T.medio	8.57	8.63
Tabla 5				
V.Inicial	V.Final	Vf-Vi	T(ida)	T(vuelta)
10	7	3	7.58	8.02
10	7	3	10.15	8.35
10	7	3	8.89	8.15
10	7	3	8.80	8.74
10	7	3	9.61	8.70
10	7	3	9.26	7.93
10	7	3	9.73	7.92
10	7	3	10.42	7.20
10	7	3	8.29	8.85
		T.medio	9.19	8.21

Una vez hecho el experimento observamos que por muy recto que parezca el terreno tarda más o menos en un sentido que en el otro (aunque sea poca la diferencia). Ignorarlo sería acumular un error más, pero se puede solucionar: la energía cinética final e inicial para ambos sentidos es el mismo, pero la diferencia de energía potencial es de signo contrario que es lo que hace que varíe la aceleración.

En el sentido que más tiempo tarda en disminuir la velocidad, es decir cuesta abajo, la energía potencial y cinética iniciales será igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento mecánico más la energía cinética final (la energía cinética final se tomará como referencia y por tanto será igual a cero):

$$E_{ci} + E_{pi} = F_{rm} \cdot x + E_{cf}$$

En sentido contrario (cuesta arriba) la energía cinética inicial (la energía potencial será en este caso considerada como cero) será igual al trabajo realizado por la fuerza de rozamiento más la energía cinética final y potencial:

$$E_{ci} = F_r \cdot x + E_{cf} + E_{pf}$$

Con estas dos ecuaciones se obtiene un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, por lo tanto se puede hallar la F_{rm} .

En la tabla 1ª tabla no se ha tomado tiempos en un sentido y en otro (por ser tan corto el camino que se recorre) y por tanto no hay que utilizar el sistema antes explicado. Hay que utilizar el segundo principio de Newton como se había comentado antes. Después de realizar los cálculos se obtiene que la fuerza de rozamiento es igual a 7.94 Newtons:

Tabla 1 $F_{rm} = 7.94 \text{ N}$

En la tabla 3ª y 4ª la diferencia de tiempo en un sentido y en el contrario es despreciable por lo que tampoco se utilizará un sistema de ecuaciones y F_{rm} se hallará de igual forma que en la primera tabla. Tras realizar operaciones estos son los resultados:

Tabla 3 $F_{rm} = 7.75 \text{ N}$.

Tabla 4 $F_{rm} = 9.69 \text{ N}$.

En las tablas 2ª y 5ª si que se utilizará un sistema de ecuaciones ya que la diferencia de tiempos en un sentido y en otro es notable. Estos son los resultados obtenidos después de realizar operaciones:

Tabla 2 $F_{rm} = 7.47 \text{ N}$.

Tabla 5 $F_{rm} = 9.58 \text{ N}$.

Valoración de los datos obtenidos:

El rozamiento obtenido en la tabla primera debía de ser menor que el de la segunda y tercera porque, aunque hemos despreciado el rozamiento aerodinámico, éste será mayor en la 2ª y 3ª que en la primera (aunque seguirá siendo muy pequeño) Sin embargo se ha obtenido lo contrario debido evidentemente al error que se comete al realizar el experimento.

El resultado obtenido a partir de los datos de las tablas 4 y 5 es notablemente superior al obtenido a partir de las demás, esto es debido a que la velocidad a sido mayor que en los demás experimentos y por tanto la fuerza de rozamiento aerodinámico es mayor. Por esta razón se tomarán como válidos los otros resultados que serán más precisos (estamos despreciando la F_{ra}) y haciendo la media de éstos obtenemos el resultado final:

$$F_{rm1} = 7.72 \text{ N}$$

Fuerza de rozamiento de la transmisión

Para calcular esta fuerza de rozamiento pondremos pesos en los pedales. El ciclista estará montado en la bicicleta porque de no ser así la F_{rm} disminuiría. Los pesos se colocarán cuando el pedal esté en su altura más alta y se dejará que por su peso la bicicleta adquiera velocidad. Una vez hecho esto con la siguiente ecuación se podrá calcular la F_{rm} :

$$E_p = E_c + F_{rm} \cdot x$$

La energía potencial que tienen los pesos se transformará en la energía que adquiera la velocidad y el trabajo que realice la F_{rm} .

Despejando:

$$E_p - E_c$$

$$F_{rm1} = \frac{\quad}{\quad}$$

x

Una vez realizado el experimento estos son los datos obtenidos:

		At (seg)	
		1.3	
		1.5	
		1.7	
		1.3	
		1.2	
		1.6	
		1.6	
		1.4	<i>T.medio</i>

Una vez echas las operaciones obtenemos que la fuerza de rozamiento es:

$$F_{rm} = 14.27 \text{ N}$$

Si a esta fuerza le restamos la calculada anteriormente obtendremos la fuerza de rozamiento que se produce en la transmisión: cadena, pedales, eje de pedalier,,,

$$F_{rm2} = 6.55 \text{ N}$$

Valoración del resultado: es posible que el resultado sea bastante impreciso debido a la dificultad del experimento, sin duda alguna será mucho más preciso el resultado obtenido del rozamiento mecánico de las ruedas.

Rozamiento aerodinámico:

El rozamiento aerodinámico es producido por el choque de las moléculas que componen el aire, que al chocar cambia su cantidad de movimiento y ejerce una fuerza normal a la superficie. Cuanto mayor sea la velocidad a la que se desplace el ciclista mayor variación sufrirá la cantidad de movimiento de las moléculas y mayor será la fuerza normal que ejerzan. Por otra parte el deslizamiento de las moléculas también produce un importante rozamiento.

Como hemos dicho el rozamiento aerodinámico depende de la velocidad, pero por más razones que las anteriormente explicadas. El flujo alrededor del ciclista puede ser laminar o turbulento (mirar el dibujo). A velocidades bajas el flujo será laminar y por tanto el rozamiento muy pequeño, pero a velocidades más altas el flujo laminar se vuelve inestable y las capas del aire comienzan a separarse, como consecuencia el

flujo se vuelve turbulento y el rozamiento es mucho mayor. Sin embargo, la mayor fuerza de rozamiento tiene lugar en la región cercana de transición de los dos flujos, pudiendo ser hasta 5 veces mayor que en la región del flujo turbulento. Cuando uno se traslada en bici este rango de transición se encuentra desgraciadamente entre los 15 y los 20 km/h, las velocidades más frecuentadas en la práctica del mountain bike.

A pesar de ser tan complejo hay una ecuación en función de la velocidad (al cuadrado) que se aproxima de forma fiable al valor de la fuerza de rozamiento aerodinámica¹:

$$F_{ra} = \frac{1}{2} C_r \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

1 Fórmula extraída del libro Physics for Scientists and Engineers

Donde C_r es el coeficiente de arrastre, ρ es la densidad del aire, A el área frontal proyectada y v la velocidad relativa del aire con respecto a la superficie sobre la que se está circulando, en este caso la bicicleta.

C_r y ρ se pueden considerar constantes, así que la F_{ra} dependerá de la v y de A que cambia notablemente con la posición del ciclista.

Para realizar los experimentos la posición del ciclista será la misma en todas las pruebas por lo que el área frontal proyectada también se considerará constante. De esta forma la F_{ra} vendrá definida por la ecuación:

$$F_{ra} = K \cdot v^2$$

$$\text{Donde } k = \frac{1}{2} C_r \cdot \rho \cdot A$$

Para calcular esa constante haremos el siguiente experimento. En una cuesta de pendiente constante sin dar pedales dejamos que la bicicleta gane velocidad hasta que esta se estabilice. Cuando esto ocurra la F_r se habrá igualado al peso multiplicado por el seno del ángulo () que forma la cuesta con la horizontal (la fuerza normal y $P \cdot \cos$ se anulan)

El experimento se ha realizado en una cuesta de 8.5% de pendiente ($\tan = 0.085$) con lo que valdrá 4.860

La masa de la bicicleta y el ciclista suman 97 Kg. Y la bicicleta ha cogido una velocidad estable a los 61.5 km/h (17.1 m/s) Con estos datos ya se puede aplicar la ecuación:

$$F_r = (F_{rm1} + F_{ra}) \cdot P \cdot \sin = 97 \cdot 9.81 \cdot \sin 4.86$$

$$F_{rm1} + F_{ra} = 80.59 \text{ N}$$

La F_{rm} . Sólo es la de las ruedas (F_{rm1}) porque no se dan pedales al realizar el experimento. F_{rm1} ya es conocida (7.72 N) entonces la F_{ra} a esa velocidad valdrá:

$$F_{ra} = 80.59 - F_{rm1} = 80.59 - 7.72 = 72.87 \text{ N.}$$

Ahora utilizando la otra ecuación:

$$F_{ra} = K \cdot v^2 = 72.87$$

$$K = 0.25$$

Recordando que $k = \frac{1}{2} C_r \cdot A$ se puede hallar el área frontal proyectada ya que la densidad del aire aproximada sería de 1.3 kg/m³ y C_r 0.90 también de forma aproximada. Despejando A :

$$A = 0.43 \text{ m}^2$$

Cifra bastante coherente.

Con este dato y la ecuación de la fuerza de rozamiento aerodinámica ya podemos hallar el rozamiento aerodinámico para cualquier velocidad. Y utilizando esa ecuación y los datos ya obtenidos del rozamiento mecánico se pueden plasmar todos los datos en la gráfica de la página siguiente.

Todos los datos obtenidos anteriormente se pueden recoger en la siguiente gráfica:

Conclusión

He calculado el rozamiento de la bicicleta, tanto el mecánico como el aerodinámico utilizando mis conocimientos de física y apoyándome en un libro de física (mirar bibliografía) y más concretamente en el ensayo de la página 356 de Robert G. Hunt sobre la aerodinámica de la bicicleta. Los resultados obtenidos parecen bastante fiables en mayor grado los de rozamiento aerodinámico, sin embargo el rozamiento mecánico me parece demasiado alto. He comparado los resultados con algunos datos sueltos que aparecen en el ensayo que anteriormente he citado y la fuerza de rozamiento mecánica vale aproximadamente 3 N. Éste dato se refiere para bicicletas de carretera por lo que lógicamente tiene que ser menor pero aún así me parece excesiva la diferencia. El rozamiento mecánico de las ruedas que yo he obtenido es bastante fiable y ya son casi 8 N, pero lógicamente es donde se distinguirá el rozamiento de las bicicletas de montaña del de las bicicletas de carretera. El rozamiento de la transmisión sin embargo deberían de ser parecidos y sin embargo es de otros 6.5 N. Por esas razones este último dato no me parece nada fiable. El error tan grande se ha cometido debido a la dificultad de esta parte del experimento como ya he señalado anteriormente. Se podría hallar de otra forma pero con los medios que tengo se me escapa de las manos. Sin embargo este error no afecta al rozamiento aerodinámico ya que para hallarlo solamente se ha utilizado el dato de la fuerza de rozamiento de las ruedas, que como ya he dicho es bastante fiable.

El título o tema de la monografía en un principio era El rendimiento de una bicicleta de montaña, pero no pude encontrar de ninguna manera una ecuación para hallarlo. Llegué a conclusiones absurdas como que el rendimiento era 0: cuando alcanzas una velocidad y la mantienes constante toda la energía que aportas es absorbida por la fuerza de rozamiento. El rendimiento de cualquier máquina se obtiene dividiendo la energía beneficiosa obtenida entre la energía aportada y siguiendo el razonamiento anterior el numerador valdría cero (no se obtiene ninguna energía beneficiosa toda se desperdicia en rozamiento) y por tanto el rendimiento sería cero. Todavía no he encontrado una solución.

Bibliografía

Prof.Dr.Aguilar Peris. Physics for Scientists and Engineers,Third edition. Editorial Reverté, S.A.,1994. Barcelona.

1

1

F.Rozamiento

