

2.1. Ley de capitalización simple:

Se define como aquella en que el interés total de un intervalo de tiempo cualquiera es función de dos variables:

- **Co:** es el capital inicialmente invertido.
- **n:** es el número de períodos que dura la operación.

Supongamos una operación financiera en la cual colocamos un capital Co a un tipo de interés i durante n períodos de tiempo. Con estos datos vamos a generar la ley financiera de capitalización simple:

Período n	Tipo interés anual i	Inversiones que generan interés	" Interés I	Capital acumulado al final del período
0	–	–	–	Co
1	i	Co	i"Co	C1=Co+Co"i
2	i	Co	i"Co	C2=C1+Co"i
3	i	Co	i"Co	C3=Co(1+3"i)
n	i	Co	i"Co	Cn=Co(1+n"i)

La ley por tanto es:

$$C_n = Co(1 + n \cdot i)$$

La capitalización simple se caracteriza por ser una función lineal del tiempo, es decir, a medida que se va incrementando el tiempo los intereses se incrementan de forma lineal:

–Calcular el montante o capital final de 1.000 € colocados al 8% de interés simple anual durante 7 años:

$$Co = 1.000\text{€} \quad C_n = Co(1 + ni)$$

$$i = 8\% \text{ (simple anual)} \quad C_7 = 1.000(1 + 7 \cdot 0,08)$$

$$n = 7 \text{ años} \quad C_7 = 1.560\text{€} \text{ acumulados al final de los 7 años por}$$

$$C_n = ? \text{ capitalización simple.}$$

2.2. Cálculo del valor actual, del tiempo y del tanto:

de la ley financiera de capitalización simple despejamos el capital inicial o también denominado valor actual, obtendríamos la siguiente expresión:

$$Co = \frac{C_n}{1 + ni}$$

$$1 + ni$$

de la misma ley financiera despejamos el tiempo, tendríamos que operar de la siguiente forma:

$$C_n = Co(1 + ni) \quad ! \quad C_n = Co + Coni \quad ! \quad C_n - Co = Coni$$

$$n = \frac{C_n - C_o}{C_o \cdot i}$$

$C_o i$

-Calcular el tiempo que estuvo colocado un capital de 1.000€ al 12% anual simple si al final obtuvimos un capital de 1.350€

$$C_o = 1.000€ \quad n = \frac{C_n - C_o}{C_o \cdot i} \quad n = 2'9166 \text{ ! } 2 \text{ años}$$

$$i = 12\% \quad C_o i \quad 0'9166 \cdot 12 = 11 \text{ meses}$$

$$C_n = 1.350€ \quad n = \frac{1.350 - 1.000}{1.000 \cdot 0'12} \quad n = 2 \text{ años y } 11 \text{ meses}$$

$$n = ? \quad 1.000 \cdot 0'12$$

-¿Qué capital se colocó al 6% anual simple durante 3 años, si produjo unos intereses de 1.500€?

$$C_o = ? \quad I = C_n - C_o \quad 1.500 = C_n - C_o$$

$$i = 6\% \text{ anual simple } 1.500 = C_n - C_o \quad C_n = 1.500 + C_o \quad C_o = \underline{1.500}$$

$$n = 3 \text{ años } C_n = C_o(1 + ni)$$

$$I = 1.500€ \quad 1.500 + C_o = C_o(1 + ni) \quad C_o = \underline{1.500} = 8.333'3€$$

$$1.500 + C_o = C_o + C_o \cdot ni \quad 3 \cdot 0'06$$

calcular el interés en una operación financiera afectada de capitalización simple tendremos que despejar i de la ley financiera de capitalización:

$$C_n = C_o(1 + ni) \quad i = \frac{C_n - C_o}{C_o \cdot n}$$

$$C_n = C_o + C_o \cdot ni \quad C_n - C_o = C_o \cdot ni$$

$$C_n - C_o = C_o \cdot ni$$

el interés en unidades monetarias se puede calcular como la diferencia entre capital final y capital inicial:

$$I = C_n - C_o = C_o + C_o \cdot ni - C_o \quad I = C_o \cdot ni$$

-Calcular el tanto de interés simple al que estuvo colocado un capital de 7.500€ durante 3 años si produjo unos intereses de 1.000€:

$$i = ? \quad i = \frac{C_n - C_o}{C_o \cdot n} = \frac{1.000}{7.500 \cdot 3} = 4'44\%$$

$$C_o = 7.500€ \quad C_n = 7.500 + 1.000 = 8.500€$$

$$n = 3 \text{ años } i = 4'44\% \text{ de interés simple anual.}$$

$$I = 1.000€$$

2.3. Uniformidad en las unidades de medida:

A la hora de aplicar cualquier ley financiera a una operación, es importante que exista homogeneidad en el tiempo y en el tanto, es decir, que tanto el tiempo de la operación financiera como su tipo de interés, hagan referencia a las mismas unidades temporales.

A) Transformaciones en el tanto en capitalización simple:

La relación entre el tipo de interés anual y el tipo de interés de un subperíodo k es lineal, de forma que el interés anual será siempre k veces el interés del subperíodo. K es el número de divisiones temporales que hacemos en el año:

$i = K i_k$! $k=2$! i_2 ! interés semestral

$k=3$! i_3 ! interés cuatrimestral

$k=4$! i_4 ! interés trimestral

$k=6$! i_6 ! interés bimestral

–Calcular el capital final de 1.00€ colocados al 3% semestral simple en 4 años:

$Co = 1.000€$ Hay dos opciones: b) Transformamos el tiempo:

$i_2 = 3\%$ a) Transformamos el tanto: 4 años = 8 semestres

$n = 4$ años $i = k i_k = 2 \cdot 3 = 6\%$ $C_n = Co(1 + ni)$

$C_n = Co(1 + ni)$ $C_n = 1.000(1 + 8 \cdot 0.03)$

$C_n = 1.00(1 + 4 \cdot 0.06) = 1.240€$ $C_n = 1.240€$

B) Comparación en los intereses calculados en el año comercial:

Se define año comercial como el año utilizado en la mayoría de las operaciones financieras y que consta de 360 días. Se supone que cada mes tiene solamente 30 días. Asimismo se considera año civil como el año que coincide con la fecha corriente de la operación y tendrá 365 ó 366. Los intereses generados por el año comercial van a ser superiores a los generados por el año civil.

–Calcular mediante el año comercial y el año civil los intereses producidos por un capital de 10.000€ 8% anual y un vencimiento de 45 días:

a) año comercial: b) año civil:

$Co = 10.000€$ $C_n = Co(1 + ni)$ $C_n = 10.000(1 + \underline{45} \cdot 0.08) = 10.098'6€$

$i = 8\%$ anual $C_n = 10.000(1 + \underline{45} \cdot 0.08) = 10.100€$ 360

$n = 45$ días 360 $I = C_n - Co = 10.098'6 - 10.000$

$I = ?$ $I = C_n - Co = 10.100 - 10.000 = 100€$ $I = 98'6€$ de interés generado.

2.4. Numero comercial divisor fijo y multiplicador fijo:

Para el cálculo de los intereses generados por varios capitales en capitalización simple, existen determinados métodos abreviados cuando existen múltiples capitales y un interés igual. Además hay que tener en cuenta que la capitalización simple se utiliza para vencimientos inferiores a un año y cuando la duración de la operación generalmente está expresada en días.

Supongamos que tenemos cierto capital C a un vencimiento de h días y a un tipo de interés anual simple i. Los intereses generados por este capital serían:

$$I = C \cdot \frac{h}{360} \cdot i$$

360

Se define números comerciales como el producto entre el capital y el vencimiento. Es decir:

$$N = C \cdot h$$

Además definimos el divisor fijo como el cociente entre 360 y el interés:

$$D = \frac{360}{i}$$

i

Teniendo en cuenta estas variables podemos calcular el interés acumulado por un capital mediante:

$$I = \frac{N}{D} = \frac{C \cdot h}{\frac{360}{i}} = C \cdot \frac{h}{360} \cdot i$$

$$D = \frac{360}{i}$$

Método del i

divisor fijo

Se define la variable multiplicador fijo como el cociente entre el interés y el año comercial. Es decir:

$$\text{Multiplicador fijo } M = \frac{i}{360}$$

360

Utilizando el método del multiplicador fijo los intereses generados por un capital serían:

$$I = M \cdot N$$

Supongamos ahora que tenemos m capitales con sus respectivos m vencimientos, es decir:

$$C_1 ! h_1$$

$$C_2 ! h_2$$

$$C_3 ! h_3$$

$$C_m ! h_m$$

y todos ellos colocados a un tipo de interés anual simple. Si deseamos calcular los intereses totales generados por estos capitales podríamos optar por cualquiera de las tres siguientes formas:

• **Realizando la suma parcial de los intereses:**

$$I_{\text{totales}} = C_1 \frac{h_1}{360} i + C_2 \frac{h_2}{360} i + C_3 \frac{h_3}{360} i + \dots + C_m \frac{h_m}{360} i$$

$$360 \quad 360 \quad 360 \quad 360$$

• **Por el método del divisor fijo:**

$$I_{\text{totales}} = \frac{N}{D} i = \frac{1}{D} (C_1 h_1 + C_2 h_2 + C_3 h_3 + \dots + C_m h_m)$$

$$D \quad D$$

• **Por el método del multiplicador fijo:**

$$I_{\text{totales}} = M(C_1 h_1 + C_2 h_2 + C_3 h_3 + \dots + C_m h_m)$$

–Calcular los intereses totales producidos por los siguientes capitales: 10.000€ durante 36 días, 3.000€ durante 45 días y 7.000€ durante 20 días. Suponer que el tipo de interés es del 8% anual simple utilizando además el año comercial. Resolver mediante:

a) suma parcial de intereses:

$$I_1 = 10.000 \frac{36}{360} 0,08 = 80€ \quad I_{\text{total}} = 141'11€$$

$$360$$

$$I_2 = 3.000 \frac{45}{360} 0,08 = 30€$$

$$360$$

$$I_3 = 7.000 \frac{20}{360} 0,08 = 31'11€$$

$$360$$

b) método del divisor fijo:

Capitales	Vencimientos	Nos comerciales
10.000	36	36.000
3.000	45	135.000
7.000	20	140.000
		635.000

$$I_{\text{total}} = \frac{1}{D} (635.000) = \frac{111}{360} 635.000 = 141'11€$$

$$D \quad 360$$

$$0,08$$

c) método del multiplicador fijo:

$$I_{total} = M'' \text{ suma de nos comerciales} = 0'08 \cdot 635.000 = 141'11€$$

360

2.5. Tiempo necesario para que un capital se haga múltiplo suyo:

A partir de la ley financiera de capitalización simple podemos obtener el tiempo necesario para que un capital se haga múltiplo suyo:

$$C_n = X C_0$$

$$C_n = C_0(1 + ni)$$

$$X C_0 = C_0(1 + ni)$$

$$X = (1 + ni)$$

$$n = \frac{X-1}{i}$$

i

–Calcular el tiempo necesario para que un capital de 10.000€ al 8% anual simple se triplique:

hay 2 opciones:

- $C_0 = 10.000€$ $n = \frac{X-1}{i}$ $n = \frac{3-1}{0'08} = 25 \text{ años}$

$$i = 8\% \text{ anual simple } i = 0'08$$

triplique

- $C_n = C_0(1 + ni)$

$$30.000 = 10.000(1 + n \cdot 0'08)$$

$$3 = (1 + n \cdot 0'08)$$

$$n = 25 \text{ años}$$

Tema 2: Capitalización simple.

5