

RESUMEN DE VARIABLES ALEATORIAS

Variable aleatoria Discreta	$Rec(x)$	$P(X = k)$	$E(x)$	$V(x)$	$M_x(t)$	Observaciones
Bernoulli $Ber(b)$	$\{0,1\}$	$\binom{1}{k} p^k q^{1-k}$	p	pq	$q + pe^t$	$P(X = 0) = q$ $P(X = 1) = p$
Geométrica $Geo(p)$	$\{1,2,K, n,K\}$	pq^{k-1}	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{pe^t}{1-qe^t}$	
Binomial $Bi(n, p)$	$\{0,1,2,K, n\}$	$\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq	$(pe^t + q)^n$	Quando $n > 50$ $p < 0.01$ $P(X = k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$
Poisson $Poi(\lambda)$	$\{0,1,2,K, n,K\}$	$\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$	λ	λ	$e^{\lambda e^t - \lambda}$	

Variable aleatoria Continua	Densidad $f(x)$	Función de distribución $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$	$E(x)$	$V(x)$	$M_x(t)$	Observaciones
Uniforme $Unif(a,b)$	$\frac{1}{b-a}$ $a < x < b$ 0 p.t.o.v.	$\begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & x > b \end{cases}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{e^{bt} - e^{at}}{t(b-a)}$	
Exponencial $Exp(\theta)$	$\frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta}$ $x \geq 0$ 0 p.t.o.v.	$\begin{cases} 1 - e^{-\frac{x}{\theta}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$	θ	θ^2	$\frac{1}{(1-\theta t)}$	$\theta > 0$
Gama $Gama(\alpha, \beta)$	$\frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)}$ $x > 0$ 0 p.t.o.v.	$\int_0^x \frac{t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} dt$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^2$	$\frac{1}{(1-\beta t)^\alpha}$	$\alpha, \beta > 0$ - Si $\beta = \theta$ $\alpha = 1$ $\frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta}$

Ji cuadrado $\chi^{(2)}(n)$	$\frac{X^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})} \quad x > 0$ $0 \quad p.t.o.v.$	TABLA	n	$2n$	$\frac{1}{(1-2t)^{\frac{n}{2}}}$	$P \chi^{(2)} X_0 = p = 1$
Normal estándar $N(0,1)$	$\varphi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$ $-\infty < x < \infty$	TABLA	0	1	$e^{-\frac{t^2}{2}}$	$\Phi(x) + \Phi(-x) = 1$ $\Phi(x) - \Phi(-x) = 2\Phi(x) - 1$ $X^2 \chi^{(2)}(1)$
Normal $N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}}{\sigma \sqrt{2\pi}}$ $-\infty < x < \infty$	$\Phi \frac{x-\mu}{\sigma}$	μ	σ^2	$e^{\mu t + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$	Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

PROPIEDADES REPRODUCTIVAS

- Si $X_1, X_2, \dots, X_n$ son v.a. con distribución Bernoulli de parámetro (p) , e independientes

$$\sum_{j=1}^n X_j \sim Bi(n, p)$$

- Si $X_1, X_2, \dots, X_k$ son v.a. con distribución Binomial de parámetros $(n_1, n_2, \dots, n_k; p)$, e independientes

$$\sum_{j=1}^n X_j \sim Bi\left(\sum_{j=1}^k n_j, p\right)$$

- Si $X_1, X_2, \dots, X_n$ son v.a. con distribución Poisson de parámetros $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$, e independientes

$$\sum_{j=1}^n X_j \sim Poi\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j\right)$$

- Si $X_1, X_2, \dots, X_k$ son v.a. con distribución Gama de parámetros $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k; \beta)$, e independientes

$$\sum_{j=1}^k X_j \sim Gama\left(\sum_{j=1}^k \alpha_j, \beta\right)$$

OTRAS PROPIEDADES

- $P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) = P(-1 < \frac{x - \mu}{\sigma} < 1) = 2\Phi(1) - 1 = 0,68$
- $P(\mu - 2\sigma < x < \mu + 2\sigma) = P(-2 < \frac{x - \mu}{\sigma} < 2) = 2\Phi(2) - 1 = 0,95$
- $P(\mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma) = P(-3 < \frac{x - \mu}{\sigma} < 3) = 2\Phi(3) - 1 = 0,99$

Sea $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

a) $(y = x + a) \sim N(\mu + a, \sigma^2)$

b) $(w = kx) \sim N(k\mu, k^2\sigma^2)$ con $k > 0$

Si $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ y $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ y ambas independientes

$(a_1X_1 + a_2X_2) \sim N(a_1\mu_1 + a_2\mu_2, a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2)$

Sea $Z \sim N(0,1)$ y $W \sim \chi^2(n)$, entonces la variable T con Z y W independientes, es una variable T -Student de parámetro n , donde

$$T = \frac{Z}{\sqrt{W/n}}$$

Sea $W_1 \sim \chi^2(n_1)$ y $W_2 \sim \chi^2(n_2)$, entonces la variable F con W_1 y W_2 independientes, es una variable Fisher-Snedecor de parámetros n_1 y n_2 , donde

$$F = \frac{W_1/n_1}{W_2/n_2}$$

Teorema del Límite Central:

Sea $X_1, X_2, \dots, X_n$ v.a. con de parámetros μ_j, σ_j^2 bajo ciertas condiciones se tiene que:

$$\frac{\sum_{j=1}^n X_j - \sum_{j=1}^n \mu_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \sigma_j^2}} \xrightarrow{d} N(0,1), \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$