

Práctica 2. Estimación de las pérdidas de energía térmica de una persona en un ambiente dado.

Física del Medio Ambiente. Optativa de 1er ciclo Licenciatura en Física

1) Calcular el flujo de calor por conducción entre zapatos-suelo y entre la piel-ropa. (a) Zapatos-suelo.

$$Jq = [(T_c - T_s) \cdot k_z \cdot S_{pie}] / [e_{suela}]$$

Temperatura del cuerpo	T_c	$(31 \pm 0.5)^\circ\text{C}$
Temperatura del suelo	T_s	$(14 \pm 0.5)^\circ\text{C}$
Conductividad de los zapatos	K_z	$(100 \pm 1) \text{ cal/mh}^\circ\text{C}$
Superficie del pie	S_{pie}	$(234 \pm 5) \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
Grosor de la suela	e_{suela}	$(2.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$Jq = [(31^\circ\text{C} - 14^\circ\text{C}) \cdot (100 \text{ cal/mh}^\circ\text{C}) \cdot (234 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2)] / [2.0 \cdot 10^{-2} \text{ m}] = 1989 \text{ cal/h} = 2.3 \text{ W}$$

$$\delta Jq = \delta [Jq] / [T_c] \pm \delta [T_c] \pm \delta [Jq] / [T_s] \pm \delta [T_s] \pm \delta [Jq] / [K_z] \pm \delta [K_z] \pm \delta [Jq] / [S_{pie}] \pm \delta [S_{pie}] \pm \delta [Jq] / [e_{suela}] \pm \delta [e_{suela}] = \delta [K_z \cdot S_{pie}] / [e_{suela}] \pm \delta [T_c] +$$

$$\delta [-K_z \cdot S_{pie}] / [e_{suela}] \pm \delta [T_s] \pm \delta [(T_c - T_s) \cdot S_{pie}] / [e_{suela}] \pm \delta [K_z] \pm$$

$$\delta [(T_c - T_s) \cdot K_z] / [e_{suela}] \pm \delta [S_{pie}] \pm \delta [(T_c - T_s) \cdot S_{pie} \cdot K_z] / [(e_{suela})^2] \pm \delta [e_{suela}] = 0.9$$

$$Jq = (2.3 \pm 0.9) \text{ W}$$

b) A través de la ropa (Se modela el cuerpo como un cilindro, con L = altura (sin cabeza), re el radio medio con ropa y ri el radio medio hasta la piel).

$$Jq = [(T_c - T_r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)]$$

Temperatura del cuerpo	T_c	$(31 \pm 1)^\circ\text{C}$
Temperatura de la ropa	T_r	$(22 \pm 1)^\circ\text{C}$
$2 \cdot \pi$	$2 \cdot \pi$	(6.2832 ± 0.0001)
Conductividad de la ropa	k_r	$(0.060 \pm 0.001) \text{ J/ms}^\circ\text{C}$
Altura del cuerpo sin la cabeza	L	$(1.53 \pm 0.01) \text{ m}$
Radio medio con ropa	r_e	$(16 \pm 1) \cdot 10^{-2} \text{ m}$
Radio medio hasta la piel	r_i	$(15 \pm 1) \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$$Jq = [(31^\circ\text{C} - 22^\circ\text{C}) \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.060 \text{ J/ms}^\circ\text{C} \cdot 1.53 \text{ m}] / [\ln((16 \cdot 10^{-2} \text{ m}) / (15 \cdot 10^{-2} \text{ m}))] = 80.5 \text{ W}$$

$$\delta Jq = \delta [Jq] / [T_c] \pm \delta [T_c] \pm \delta [Jq] / [T_r] \pm \delta [T_r] \pm \delta [Jq] / [k_r] \pm \delta [k_r] \pm \delta [Jq] / [L] \pm \delta [L] \pm \delta [Jq] / [r_e] \pm \delta [r_e] \pm \delta [Jq] / [r_i] \pm \delta [r_i] =$$

$$\pm \delta [2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)] \pm \delta [T_c] + \delta [-2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)] \pm \delta [T_r]$$

$$\pm \delta [2 \cdot \pi \cdot (T_c - T_r) \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)] \pm \delta [k_r] \pm \delta [2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot (T_c - T_r)] / [\ln(r_e / r_i)] \pm \delta [L] \pm$$

$$\pm \delta [2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot L \cdot (T_c - T_r)] / [(\ln(r_e / r_i))^2 \cdot (1 / r_e)] \pm \delta [r_e] + \delta [2 \cdot \pi \cdot k_r \cdot L \cdot (T_c - T_r)] / [(\ln(r_e / r_i))^2 \cdot (1 / r_i)] \pm \delta [r_i] =$$

=24

$$Jq = (81 \pm 24) \text{ W}$$

2) Calcular el flujo de calor por convección desde la ropa al aire que rodea a la persona.

Cálculo: Se determina la altura a la que comienza el régimen turbulento. El flujo de calor se calcula mediante:

$$Jq = S_{\text{cuerpo}} \cdot h \cdot (T_r - T_a)$$

donde el coeficiente de convección se calcula mediante:

$$\text{laminar: } h = 1.07 \cdot [(T_r - T_a)/x]^{(1/4)}$$

$$\text{turbulento: } h = 1.13 \cdot [(T_r - T_a)]^{(1/3)}$$

y el área del cuerpo se estima mediante la fórmula de Dubois:

$$S_{\text{cuerpo}} = (101/500) \cdot M^{(17/40)} \cdot H^{(29/40)}$$

Temperatura de la ropa	T_r	$(295 \pm 5)^\circ\text{K}$
Temperatura ambiente	T_a	$(289 \pm 5)^\circ\text{K}$
Altura a la que el flujo se hace turbulento	x	$(0.98 \pm 0.01) \text{ m}$
Coeficiente de convección	h	$(4.0 \pm 0.1) \text{ Kg/s}^3 \cdot ^\circ\text{K}$
Altura de la persona	H	$(1.83 \pm 0.01) \text{ m}$
Masa de la persona	M	$(80.0 \pm 0.1) \text{ kg}$
Superficie del cuerpo	S_{cuerpo}	$(2.158 \pm 0.001) \text{ m}^2$

Calculo del coeficiente de convección:

1º-. Calculo de la altura x a la que el flujo pasa de ser laminar a turbulento:

$$x = [(109 \cdot 2) / (B \cdot (T_r - T_a) \cdot g)]^{(1/3)}$$

Suponiendo el gas ideal: $B = 1/T_{\text{media}} = 1/[(295+289)/2] = 1/292(^{\circ}\text{K})^{-1}$

Viscosidad dinámica del aire: $= 14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$x = [(109 \cdot (14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2) / ((1/292(^{\circ}\text{K})^{-1}) \cdot 6^{\circ}\text{K} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2)]^{(1/3)} = 0.98 \text{ m}$$

Luego:

$$0.98 \text{ } 1.83$$

$$h = (107/100) \cdot ((T_r - T_a)/x)^{(1/4)} dx + (113/100) \cdot (T_r - T_a)^{(1/3)} dx = 3.94 \pm 4$$

$$0 \text{ } 0.98$$

Calculo del error asociado al área del cuerpo:

$$\delta S_{\text{cuerpo}} = \delta [S_{\text{cuerpo}}] / [H] \delta H + \delta [S_{\text{cuerpo}}] / [M] \delta M =$$

$$\frac{2929 \cdot M(17/40)}{(20000 \cdot H(11/40))} \frac{dT}{dt} + \frac{1717 \cdot H(19/40)}{(20000 \cdot M(23/40))} \frac{dM}{dt} =$$

$$= 9.06 \cdot 10^{-3} \frac{dT}{dt}$$

$$J_q = 2.158 m^2 \cdot 4.0 \text{ Kg/s}^{\circ}\text{K} \cdot 6^{\circ}\text{K} = 51.792 \text{ W}$$

$$\frac{dJ_q}{dt} = \frac{dJ_q}{dT_a} \frac{dT_a}{dt} + \frac{dJ_q}{dT_r} \frac{dT_r}{dt} + \frac{dJ_q}{dh} \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dJ_q}{dScuerpo} \frac{dScuerpo}{dt} = -h \cdot Scuerpo \frac{dT_a}{dt} + h \cdot Scuerpo \frac{dT_r}{dt}$$

$$(T_r - T_a) \cdot Scuerpo \frac{dh}{dt} + (T_r - T_a) \cdot h \frac{dScuerpo}{dt} = 18.583$$

$$J_q = (52 \pm 19) \text{ W}$$

3) Estimar el flujo de calor por convección desde la cabeza de la persona al ambiente con la expresión:

$$J_q = Scab \cdot h \cdot (T_{cab} - T_a)$$

donde el coeficiente de convección viene dado por $h = 5 \cdot (T_{cab} - T_a)^{1/4}$. Para calcular el área de la cabeza se supone ésta una esfera.

Temperatura de la cabeza	T_{cab}	$(28 \pm 2)^{\circ}\text{C}$
Temperatura ambiente	T_a	$(16 \pm 2)^{\circ}\text{C}$
Coeficiente de convección	h	$(7.83 \pm 0.03) \text{ Kg/s}^{\circ}\text{C}$
Área de la cabeza	$Scab$	$(123 \pm 5 \cdot 10^{-3}) \text{ m}^2$

$$J_q = 123 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 7.83 \text{ Kg/s}^{\circ}\text{C} \cdot 12^{\circ}\text{C} = 11.557 \text{ W}$$

$$\frac{dJ_q}{dt} = \frac{dJ_q}{dT_a} \frac{dT_a}{dt} + \frac{dJ_q}{dT_{cab}} \frac{dT_{cab}}{dt} + \frac{dJ_q}{dh} \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dJ_q}{dScab} \frac{dScab}{dt} = -h \cdot Scab \frac{dT_a}{dt} + h \cdot Scab \frac{dT_{cab}}{dt}$$

$$(T_{cab} - T_a) \cdot Scab \frac{dh}{dt} + (T_{cab} - T_a) \cdot h \frac{dScab}{dt} = 2.44$$

$$J_q = (12 \pm 3) \text{ W}$$

4) Las pérdidas de calor totales vendrán dadas por la suma de los flujos de calor hallados en 2) y 3) y el flujo por radiación. Para calcular este último, haga uso de la siguiente expresión:

$$J_q = 0.7 \cdot Scuerpo \cdot \sigma \cdot ((T_r)^4 - (T_a)^4)$$

Temperatura de la ropa	T_r	$(295 \pm 2)^{\circ}\text{K}$
Temperatura ambiente	T_a	$(289 \pm 2)^{\circ}\text{K}$
Emisividad de la persona	σ	(0.70 ± 0.09)
Constante de Stefan-Boltzmann		$((56.7051 \pm 0.0001) \text{ n}) \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$
Superficie del cuerpo	$Scuerpo$	$(2.158 \pm 0.001) \text{ m}^2$

$$J_q = 0.7 \cdot 2.158 \text{ m}^2 \cdot (56.7051 \text{ n}) \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 \cdot 0.70 \cdot 597593174^{\circ}\text{K}^4 = 35.832 \text{ W}$$

$$\frac{dJ_q}{dt} = \frac{dJ_q}{dT_a} \frac{dT_a}{dt} + \frac{dJ_q}{dT_r} \frac{dT_r}{dt} + \frac{dJ_q}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dt}$$

$$\frac{\delta Q}{[Scuerpo]} = \frac{\delta(-14 \cdot \delta \cdot (Ta)^3)}{(5) \cdot \delta \cdot [Ta]} +$$

$$\frac{\delta(14 \cdot \delta \cdot (Tr)^3)}{(5) \cdot \delta \cdot [Tr]} \frac{\delta(((Tr)^4 - (Ta)^4) \cdot 7 \cdot Scuerpo)}{(10) \cdot \delta \cdot \delta} \delta$$

$$\frac{\delta(((Tr)^4 - (Ta)^4) \cdot 7 \cdot \delta)}{(10) \cdot \delta \cdot [Scuerpo]} = 6.06$$

$$Jq = (36 \pm 6) W$$

5) Las pérdidas totales de calor sensible se obtienen sumando los obtenidos en 2), 3) y 4). Obtenga este resultado y estime las pérdidas de energía en 24 horas. Comente dicho resultado.

$$Jq = (184 \pm 53) W$$

La energía perdida durante un día es:

$$E = Jq \cdot t = 184 W \cdot 86400 s = 15897600 J$$

$$E = (158976 \pm 100) J$$

Comentario:

Una energía impresionante, suficiente para subir 6 veces una montaña de 3000m.

6) Para obtener un balance completo de las pérdidas es necesario considerar el calor latente que se pierde por evaporación y en la respiración. En reposo este llega a suponer el 10 % del total pero con actividad física puede llegar a un 50 % del total. Estime a partir de los resultados del apartado 5) entre que valores fluctúa el flujo de calor perdido por el cuerpo humano en reposo y con actividad física fuerte.

Calculo de perdidas de energía al realizar ejercicio físico:

Temperatura del cuerpo	T_c	$(35 \pm 0.5) ^\circ C$
Temperatura del suelo	T_s	$(14 \pm 0.5) ^\circ C$
Conductividad de los zapatos	K_z	$(100 \pm 1) cal/mh^\circ C$
Superficie del pie	$Spie$	$(234 \pm 5) \cdot 10^{-4} m^2$
Grosor de la suela	$esuela$	$(2.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-2} m$

$$Jq = [(35^\circ C - 14^\circ C) \cdot (100 cal/mh^\circ C) \cdot (234 \cdot 10^{-4} m^2)] / [2.0 \cdot 10^{-2} m] = 1989 cal/h = 2.86 W$$

$$\frac{\delta Jq}{\delta [Jq]} = \frac{\delta [Jq]}{\delta [T_c]} \frac{\delta [Jq]}{\delta [T_s]} \frac{\delta [Jq]}{\delta [K_z]} \frac{\delta [Jq]}{\delta [Spie]} \frac{\delta [Jq]}{\delta [esuela]} = \frac{\delta [K_z \cdot Spie]}{[esuela]} \frac{\delta [T_c]}{\delta [T_s]} +$$

$$\frac{\delta [-K_z \cdot Spie]}{[esuela]} \frac{\delta [T_s]}{\delta [T_c]} \frac{\delta [(T_c - T_s) \cdot Spie]}{[esuela]} \frac{\delta [K_z]}{\delta [(T_c - T_s) \cdot K_z]} \frac{\delta [(T_c - T_s) \cdot Spie \cdot K_z]}{[(esuela)^2]} \frac{\delta [esuela]}{\delta [(T_c - T_s) \cdot K_z]} = 1$$

$$Jq = (3 \pm 1) W$$

Temperatura del cuerpo	T_c	$(34 \pm 1) ^\circ C$
Temperatura de la ropa	Tr	$(23 \pm 1) ^\circ C$

2·Pi		
Conductividad de la ropa	$2 \cdot \delta$	(6.2832 δ 0.0001)
Altura del cuerpo sin la cabeza	k_r	(0.060 δ 0.001) J/ms°C
Radio medio con ropa	L	(1.53 δ 0.01) m
Radio medio hasta la piel	r_e	(16 δ 1 δ -10-2 m
	r_i	(15 δ 1 δ -10-2 m

$$J_q = [(34^\circ\text{C} - 23^\circ\text{C}) \cdot 2 \cdot \delta \cdot 0.060 \text{ J/ms}^\circ\text{C} \cdot 1.53 \text{ m}] / [\ln((16 \cdot 10^{-2} \text{ m}) / (15 \cdot 10^{-2} \text{ m}))] = 98.3 \text{ W}$$

$$\delta J_q = \delta [J_q] / [T_c] \delta \delta [T_c] \delta \delta [J_q] / [T_r] \delta \delta [T_r] \delta \delta [J_q] / [K_r] \delta \delta [K_r] \delta \delta [J_q] / [L] \delta \delta [L] \delta \delta [J_q] / [r_e] \delta \delta [r_e] \delta \delta [J_q] / [r_i] \delta \delta [r_i] =$$

$$\delta \delta [2 \cdot \delta \cdot K_r \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)] \delta \delta [T_c] + \delta [-2 \cdot \delta \cdot K_r \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)] \delta \delta [T_r]$$

$$\delta \delta [2 \cdot \delta \cdot (T_c - T_r) \cdot L] / [\ln(r_e / r_i)] \delta \delta [K_r] \delta \delta [2 \cdot \delta \cdot K_r \cdot (T_c - T_r)] / [\ln(r_e / r_i)] \delta \delta [L] \delta$$

$$\delta \delta [2 \cdot \delta \cdot K_r \cdot L \cdot (T_c - T_r)] / [(\ln(r_e / r_i))^2 \cdot (1 / r_e)] \delta \delta [r_e] + \delta \delta [2 \cdot \delta \cdot K_r \cdot L \cdot (T_c - T_r)] / [(\ln(r_e / r_i))^2 \cdot (1 / r_i)] \delta \delta [r_i] =$$

$$= 23.6$$

$$J_q = (99 \delta 24) \text{ W}$$

Temperatura de la ropa	T_r	(296 δ $\delta \delta$ °K
Temperatura ambiente	T_a	(289 δ $\delta \delta$ °K
Altura a la que el flujo se hace turbulento	x	(0.98 δ 0.01 δ m
Coeficiente de convección	h	(4.14 δ 0.01 δ Kg/s3·°K
Altura de la persona	H	(1.83 δ 0.01 δ m
Masa de la persona	M	(80.0 δ 0.1 δ kg
Superficie del cuerpo	S_{cuerpo}	(2.158 δ 0.001 δ m δ

Calculo del coeficiente de convección:

1º-. Calculo de la altura x a la que el flujo pasa de ser laminar a turbulento:

$$x = [(109 \cdot 2) / (B \cdot (T_r - T_a) \cdot g)]^{(1/3)}$$

$$\text{Suponiendo el gas ideal: } B = 1 / T_{\text{media}} = 1 / [(296 + 289) / 2] = 3.42 \cdot 10^{-3} (\text{°K})^{-1}$$

$$\text{Viscosidad dinámica del aire: } = 14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$x = [(109 \cdot (14 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})^2) / ((1/292.5 (\text{°K})^{-1}) \cdot 7^\circ\text{K} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2)]^{(1/3)} = 0.95 \text{ m}$$

Luego:

$$0.95 \text{ } 1.83$$

$$h = \delta (107/100) \cdot ((T_r - T_a) / x)^{(1/4)} dx + \delta (113/100) \cdot (T_r - T_a)^{(1/3)} dx = 4.14$$

$$0 \text{ } 0.95$$

$$J_q = 2.158 \text{ m}^2 \cdot 4.14 \text{ Kg/s}^3 \cdot \text{°K} \cdot 7^\circ\text{K} = 62.47 \text{ W}$$

$$\dot{Q}Jq = \dot{Q} [Jq]/[Ta] \cdot \dot{Q} [Ta] \cdot \dot{Q} [Jq]/[Tr] \cdot \dot{Q} [Tr] \cdot \dot{Q} [Jq]/[h] \cdot \dot{Q} [h] \cdot \dot{Q}$$

$$\dot{Q} [Jq]/[Scuerpo] \cdot \dot{Q} [Scuerpo] = \dot{Q} - h \cdot Scuerpo \cdot \dot{Q} [Ta] + \dot{Q} h \cdot Scuerpo \cdot \dot{Q} [Tr] \cdot \dot{Q}$$

$$\dot{Q} (Tr - Ta) \cdot Scuerpo \cdot \dot{Q} [h] \cdot \dot{Q} \dot{Q} (Tr - Ta) \cdot h \cdot \dot{Q} [Scuerpo] = 18.73$$

$$Jq = (63 \pm 19) W$$

Temperatura de la cabeza	Tcab	(30 ± 3 °C
Temperatura ambiente	Ta	(16 ± 3 °C
Coeficiente de convección	h	(9.67 ± 0.07 Kg/s3 °C
Área de la cabeza	Scab	(123 ± 5 ± 10 -3 m2

$$Jq = 123 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot 9.67 Kg/s^3 \cdot ^\circ C \cdot 14^\circ C = 16.65 W$$

$$\dot{Q}Jq = \dot{Q} [Jq]/[Ta] \cdot \dot{Q} [Ta] \cdot \dot{Q} [Jq]/[Tcab] \cdot \dot{Q} [Tcab] \cdot \dot{Q} [Jq]/[h] \cdot \dot{Q} [h] \cdot \dot{Q}$$

$$\dot{Q} [Jq]/[Scab] \cdot \dot{Q} [Scab] = \dot{Q} - h \cdot Scab \cdot \dot{Q} [Ta] + \dot{Q} h \cdot Scab \cdot \dot{Q} [Tcab] \cdot \dot{Q}$$

$$\dot{Q} (Tcab - Ta) \cdot Scab \cdot \dot{Q} [h] \cdot \dot{Q} \dot{Q} (Tcab - Ta) \cdot h \cdot \dot{Q} [Scab] = 3.1$$

$$Jq = (17 \pm 3) W$$

$$Jq = 0.7 \cdot Scuerpo \cdot \dot{Q} \cdot ((Tr)^4 - (Ta)^4)$$

Temperatura de la ropa	Tr	(296 ± 3 °K
Temperatura ambiente	Ta	(289 ± 3 °K
Emisividad de la persona	ε	(0.70 ± 0.09)
Constante de Stefan-Boltzmann		((56.7051 ± 0.0001)n) W/m2 °K4
Superficie del cuerpo	Scuerpo	(2.158 ± 0.001 ± m2

$$Jq = 0.7 \cdot 2.158 m^2 \cdot (56.7051 n) W/m^2 \cdot ^\circ K^4 \cdot 0.70 \cdot 700806015^\circ K^4 = 42.03 W$$

$$\dot{Q}Jq = \dot{Q} [Jq]/[Ta] \cdot \dot{Q} [Ta] \cdot \dot{Q} [Jq]/[Tr] \cdot \dot{Q} [Tr] \cdot \dot{Q} [Jq]/[\epsilon] \cdot \dot{Q} [\epsilon] \cdot \dot{Q}$$

$$\dot{Q} [Jq]/[Scuerpo] \cdot \dot{Q} [Scuerpo] = \dot{Q} (-14 \cdot \dot{Q} \cdot (Ta)^3)/(5) \cdot \dot{Q} [Ta] +$$

$$\dot{Q} (14 \cdot \dot{Q} \cdot (Tr)^3)/(5) \cdot \dot{Q} [Tr] \cdot \dot{Q} (((Tr)^4 - (Ta)^4) \cdot 7 \cdot Scuerpo)/(10) \cdot \dot{Q} [\epsilon] \cdot \dot{Q}$$

$$\dot{Q} (((Tr)^4 - (Ta)^4) \cdot 7 \cdot \dot{Q})/(10) \cdot \dot{Q} [Scuerpo] = 6.12$$

$$Jq = (42 \pm 6) W$$

Las pérdidas totales de calor sensible son:

$$Jq = (224 \pm 53) W$$

Si todo el día estuviésemos haciendo ejercicio a este ritmo perderíamos una energía equivalente a:

$$E = Jq \cdot t = 224 W \cdot 86400 s = 19353600 J$$

$$\underline{E = (193536 \pm 88888) \cdot 100J}$$

Comentario:

Una energía impresionante, suficiente para subir 8 veces una montaña de 3000m.

5