

REDISEÑO DEL EJE

$$V_{\text{ROLLO}} = \pi r^2 h \text{ donde } r_{\text{ext}} = 0.9 \text{ m y } r_{\text{int}} = 0.22 \text{ m}$$

$$V_{\text{ROLLO}} = (\pi r_{\text{ext}}^2 - \pi r_{\text{int}}^2) \cdot h$$

$$V_{\text{ROLLO}} = ((0.45\text{m})^2 - (0.11 \text{ m})^2) \cdot (3.23\text{m})$$

$$\mathbf{V_{\text{ROLLO}} = 1.93 \text{ m}^3}$$

Teniendo el volumen del rollo ahora puedo calcular la masa con la densidad del papel dada por el enunciado:

$$\rho_{\text{rollo}} = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ y como } \rho_{\text{rollo}} = m_{\text{rollo}} / V_{\text{rollo}}$$

$$m_{\text{rollo}} = \rho_{\text{rollo}} \cdot V_{\text{rollo}} = (1000 \text{ kg/m}^3)(1.93 \text{ m}^3)$$

$$\mathbf{m_{\text{rollo}} = 1930 \text{ kg}}$$

Ahora con la masa del rollo puedo determinar el peso que este ejerce sobre la uñas del montacargas:

$$W_{\text{rollo}} = m_{\text{rollo}} \cdot g.$$

$$W_{\text{rollo}} = (1930 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$\mathbf{W_{\text{rollo}} = 18914 \text{ N peso ejercido por el rollo sobre el acoplamiento en V}}$$

Teniendo el peso del rollo saco los torques resultantes que se producen sobre el rollo:

$$= - W_{\text{rollo}} \cdot (0.45 \text{ m}) = I_{\text{rollo}}. \quad \mathbf{(1)}$$

De acuerdo a la expresión anterior, para el cálculo adecuado determino I_{rollo} y :

Por pendiente:

se supone que :

$$45^\circ \text{ X}$$

$$360^\circ \text{ 2 rad}$$

$$X = 45^\circ \cdot (2 \text{ rad}) / (360^\circ) = \mathbf{0.785 \text{ rad}}$$

Como se demora 20s en recorrer 90° , se tardará 80 s en recorrer los 360° , por tanto:

$$80\text{s} \times 1 \text{ minuto}/60\text{s} = \mathbf{1.33 \text{ minutos}} \text{ y } 1 \text{ rev} / 1.33\text{min} = \mathbf{0.750 \text{ rpm}}$$

$$0.750 \text{ rpm} \times (2 \text{ rad}) / (60 \text{ s}) = \mathbf{0.078 \text{ rad/s}}$$

Por tanto para el cálculo de θ , determino la pendiente como:

$$m = (Y_2 - Y_1)/(X_2 - X_1) = (0.078 - 0)/(10) = \mathbf{0.0078 \text{ rad/s}^2}$$

Ahora cálculo el momento de inercia para el rollo:

$$I_{\text{rollo}} = \frac{1}{2} m_{\text{rollo}}(r_{\text{ext}}^2 - r_{\text{int}}^2) = \frac{1}{2} (1930 \text{ kg}) ((0.45\text{m})^2 - (0.11\text{m})^2) = \mathbf{183.73 \text{ kg.m}^2}$$

Ya teniendo I_{rollo} y m , ahora determino el torque resultante de la sumatoria de (1):

$$= -W_{\text{rollo}}(0.45 \text{ m}) - I_{\text{rollo}} \cdot m = T$$

$$-18914 \text{ N}(0.45\text{m}) - (183.73 \text{ kg.m}^2)(0.0078 \text{ rad/s}^2) = T$$

$$\mathbf{T = -8512.73 \text{ N.m}}$$

Ahora determino el momento máximo que se produce en el rollo en la posición 1:

$$M_{\text{máx}} = (w/4) \cdot (L/2) = (18914 \text{ N}/4) \cdot (3.23 \text{ m}/2) = \mathbf{7636.52 \text{ N.m} = M_{\text{máx}} \text{ (posición 1)}}$$

Momento máximo que se produce en el rollo en la posición 2:

$$M_{\text{máx}} = (w/2) \cdot (L/2) = (18914 \text{ N}/2) \cdot (3.23 \text{ m}/2) = \mathbf{15273.05 \text{ N.m} = M_{\text{máx}} \text{ (posición 2)}}$$

De acuerdo a los valores obtenidos de los momentos, entonces tenemos como:

$$M_{\text{máx}} = 15273.05 \text{ N.m} \text{ y } M_{\text{mín}} = 7636.52 \text{ N.m}$$

Por tanto:

$$M_{\text{medio}} = (M_{\text{máx}} + M_{\text{mín}}) / 2 = (15273.05 \text{ N.m} + 7636.52 \text{ N.m})/2 = \mathbf{11454.78 \text{ N.m}}$$

$$M_{\text{alterno}} = (M_{\text{máx}} - M_{\text{mín}}) / 2 = (15273.05 \text{ N.m} - 7636.52 \text{ N.m})/2 = \mathbf{3818.26 \text{ N.m}}$$

Con el momento medio y alterno, ahora determino los esfuerzos normales medio y alterno que se producen:

$$\mathbf{medio} = (M_{\text{medio}} \cdot d/2) / (\cdot d^4/64) = (11454.78 \text{ N.m}) \times 32 / (\cdot d^3) = \mathbf{116677.43/d^3}$$

$$\mathbf{alterno} = (M_{\text{alterno}} \cdot d/2) / (\cdot d^4/64) = (3818.26 \text{ N.m}) \times 32 / (\cdot d^3) = \mathbf{38892.47/d^3}$$

Ahora determino los esfuerzos cortantes medio y alterno, que se producen con los torques generados, por tanto, tengo que:

$$T = -8512.73 \text{ N.m} \text{ (posición 1) y } T = 0 \text{ (posición 2)}$$

$$T_{\text{medio}} = T_{\text{alterno}}$$

$$T_{\text{medio}} = (T_{\text{máx}} + T_{\text{mín}}) / 2 = -8512.73 \text{ N.m} + 0 / 2 = \mathbf{-8512.73 \text{ N.m}}$$

$$T_{\text{alterno}} = (T_{\text{máx}} - T_{\text{mín}}) / 2 = -8512.73 \text{ N.m} - 0 / 2 = \mathbf{-8512.73 \text{ N.m}}$$

$$\mathbf{medio} = \mathbf{alterno} = 16(-8512.73 \text{ N.m}) / d^3 = \mathbf{-43354.97 / d^3}$$

Como el eje está trabajando a condiciones de flexión y torsión en fatiga se tiene que:

$S_e = S_e' \cdot C_{\text{carga}} \cdot C_{\text{superficie}} \cdot C_{\text{temperatura}} \cdot C_{\text{confiabilidad}} \cdot C_{\text{tamaño}}$

$S_e' = 0.5 S_{ut}$, para un material 1040 laminado en frío $S_{ut} = 586 \text{ Mpa}$.

$S_e' = 0.5 (586 \text{ Mpa}) = 293 \text{ Mpa}$

$C_{\text{carga}} = 1$ (por torsión y flexión)

$C_{\text{tamaño}} = \text{para } 8 \text{ mm} < d < 250 \text{ mm} : C_{\text{tamaño}} = 1.18 d^{-0.097}$

$C_{\text{superficie}} = A \cdot (S_{ut})^b$, $A = 4.51$ $b = -0.265$

$C_{\text{superficie}} = (4.51) \cdot (586 \text{ Mpa})^{-0.265}$

$C_{\text{superficie}} = 0.83$

$C_{\text{temperatura}} = 1$ (ya que no hay una temperatura de trabajo establecida)

$C_{\text{confiabilidad}} = 0.897$, para una confiabilidad de un 90%.

Por tanto

$S_e = (293 \text{ Mpa}) \cdot (1) \cdot (0.83) \cdot (1) \cdot (0.897) \cdot (1.18 d^{-0.097})$

$S_e = 257.40 d^{-0.097} (\text{Mpa})$

bajo las condiciones de trabajo, se debe utilizar la ecuación del factor de seguridad para fatiga:

donde **$f = (S_e \times S_{ut}) / (alt' \cdot S_{ut} + medio' \cdot S_e)$**

0 0

y **$alterno' = ((x_{xa})^2 + (y_{ya})^2 - (x_{xa})(y_{ya}) + 3 a^2)^{1/2}$**

$alterno' = ((x_{xa})^2 + 3 a^2)^{1/2}$

$alterno' = ((38892.47/d^3) + (3 \cdot (-43354.97 / d^3)^2)^{1/2}$

$alterno' = 84567.04 / d^3$

$medio' = ((x_{xm})^2 + (y_{ym})^2 - (x_{xm})(y_{ym}) + 3 m^2)^{1/2}$

$medio' = ((x_{xm})^2 + 3 m^2)^{1/2}$

$medio' = ((116677.43/d^3)^2 + 3(-43354.97 / d^3)^2)^{1/2}$

$medio' = 138753.67/d^3$

Ahora reemplazo en la ecuación del factor de seguridad, asumimos un factor de seguridad de 2.5 por tanto :

$f = (S_e \times S_{ut}) / (alt' \cdot S_{ut} + medio' \cdot S_e)$

$$2.5 = [(257.40 \times 10^6 d - 0.097 \text{ (N/m}^2\text{)}) (586 \times 10^6 \text{ N/m}^2) / (84567.04 / d^3 \cdot 586 \times 10^6 \text{ N/m}^2) (138753.67 / d^3 \cdot 257.40 \times 10^6 d - 0.097 \text{ (N/m}^2\text{)})]$$

Haciendo el cálculo en la ecuación anterior se obtiene el diámetro para el eje:

$$d_{\text{eje}} = 0.107 \text{ m}, d_{\text{eje}} = 107 \text{ mm.}$$

0.45m

Wrollo

t(s)

n(rpm)

0.75

20

10

t(s)

w(rad/s)

0.078

20

10

10 , 0.078

Posición 2

Posición 1

Mmín

Mmáx

t

Tmáx