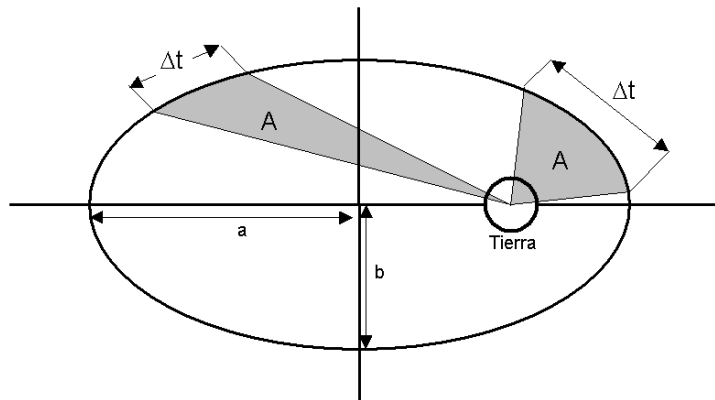


Estudio Geométrico de las órbitas.

Leyes de Kepler:

1ª. Las órbitas sujetas a análisis son elípticas y la tierra se encuentra en uno de los focos.

2ª. Conforme pasa el tiempo la órbita barre áreas iguales en tiempos iguales.



3ª. La relación del cuadrado del periodo al cubo del semieje mayor es constante.

Donde:

a – Semieje mayor

b – Semieje menor

A – área barrida por la órbita en un tiempo t

Sea:

Se definen:

Perigeo. Punto de la órbita que tiene la mínima distancia hacia el centro de la tierra.

Apogeo. Punto de la órbita que tiene la máxima distancia hacia el centro de la tierra.

De lo anterior se obtienen:

Para órbitas circulares las ecuaciones se simplifican:

$$e=0; a = b$$

$$R = cte$$

$$E(t) = (t)$$

$$= cte$$

Por lo tanto:

Trazo de la órbita.

El trazo de la órbita se define como la trayectoria del punto subsatélite sobre la superficie de la tierra.

Coordenadas de trazo:

Sea:

$s(t)$ – Latitud del punto subsatélite.

$s(t)$ – Longitud del punto subsatélite.

(t) – Longitud del nodo ascendente en el tiempo de referencia t_0 .

(t) – Elongación.

– Argumento del perigeo.

i – Inclinación de la órbita

La latitud será:

La longitud sin giro de la tierra será:

Donde (t) es la longitud del trazo con la tierra sin giro, es decir, la tierra se queda en donde esta cuando el satélite pasa por el punto de referencia (nodo ascendente).

Compensación del giro de la tierra.

Donde T_e es el periodo de giro de la tierra o día sideral.

ω es la velocidad angular de rotación de la tierra.

Geometría de la estación terrena.

Sean:

d – Distancia al satélite.

– Angulo de nadir.

– Angulo central.

Ecuación del ángulo central.

Ecuación del ángulo de elevación.

Ecuación del ángulo de nadir.

Ecuación de la distancia.

La órbita geoestacionaria.

La órbita geoestacionaria es una órbita circular de inclinación de 0° , con radio de aproximadamente 42,164.2 Km, la particularidad mas importante de esta órbita es que su periodo orbital es igual al periodo de rotación de la tierra, por lo tanto un satélite en esta órbita visto desde la tierra parece ser estático.

Sean:

i – Latitud de la estación terrena.

l – Longitud de la estación terrena.

s – Longitud del satélite (posición orbital).

Y

Angulo de nadir:

Angulo entre el eje norte – sur y el rumbo al satélite (A'):

Distancia al satélite:

Acimut:

- Si la estación terrena esta en el hemisferio norte.

1.a. Si el satélite esta al este de la estación terrena:

1.b. Si el satélite esta al oeste de la estación terrena:

- Si la estación terrena esta en el hemisferio sur.

2.a. Si el satélite esta al oeste de la estación terrena:

2.b. Si el satélite esta al este de la estación terrena:

Nota:

Para el caso en el que el la estación terrena se encuentre sobre el ecuador, acimut será:

- 90° , si el satélite se encuentra al oeste de la estación terrena.
- 270° , si el satélite se encuentra al este de la estación terrena.

Para el caso en el que la estación terrena se encuentre en el punto subsatélite, cualquier valor de acimut es válido y el ángulo de elevación es 90° .

Un día sideral es el tiempo que tarda la tierra en realizar una revolución con respecto a las estrellas lejanas, y difiere del día solar debido a la traslación de la tierra con respecto del sol. El día sideral dura 23h, 56min, 4.1s. es decir 86164.1s.

$$\text{Sen}[\phi_s(t)] = \text{Sen}(i) \text{Sen}[\omega(t)]$$

$r_p = a(1 - e)$ – radio del perigeo.

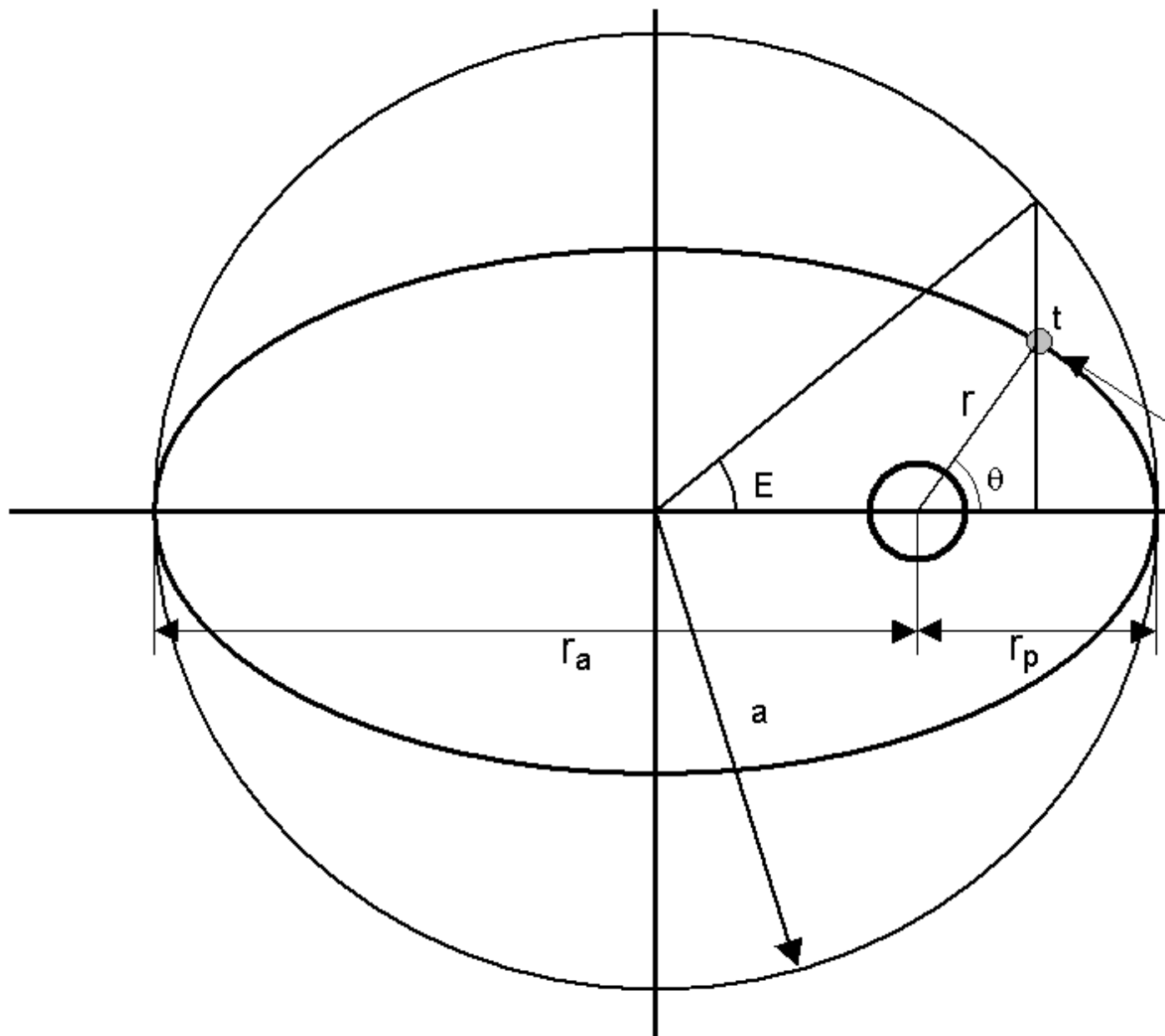
$r_a = a(1 + e)$ – radio del apogeo.

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} \quad e = \frac{r_p - r_a}{r_p + r_a} \quad r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{\cos(E) - e}{1 - e \cos(E)} \quad \frac{2\pi}{T}(t - t_p) = E - e \sin(E)$$

$$v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad \text{Donde } \mu = GM_t = 398,600.5 \text{ Km}^3/\text{s}$$

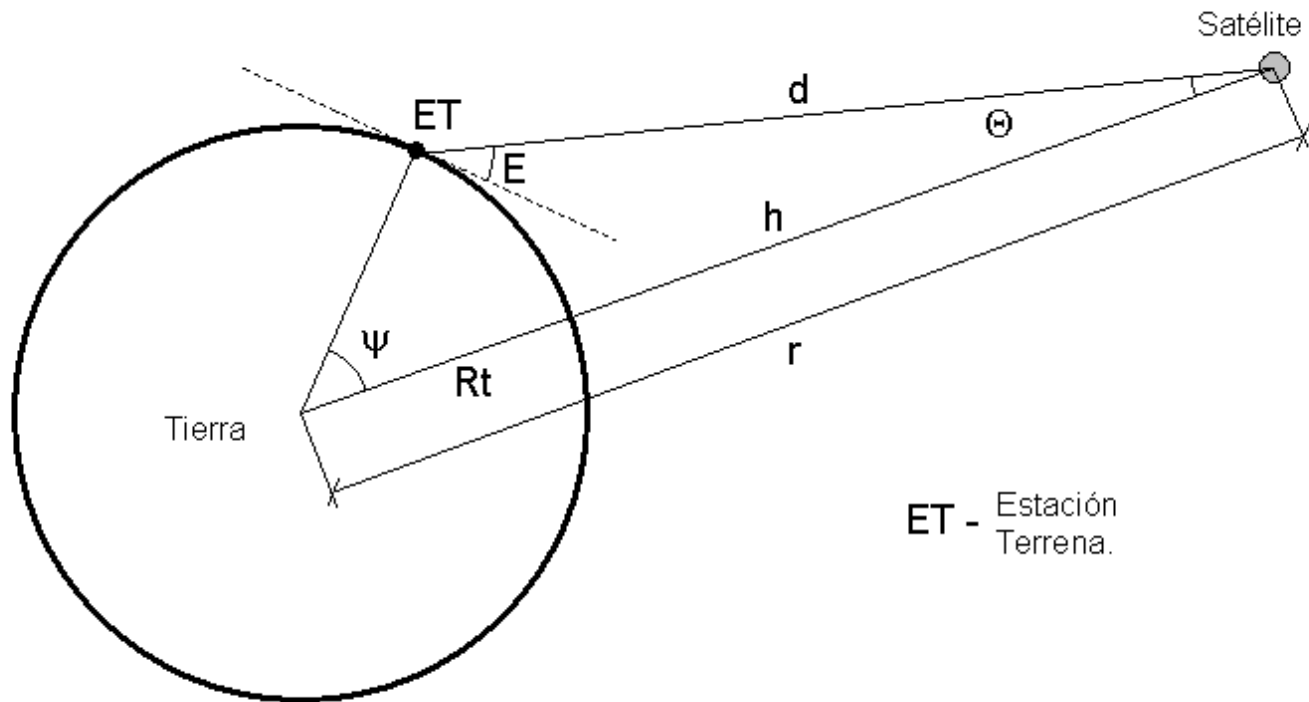
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$$



$$\sin[\phi_s(t)] = \sin(i) \sin[\omega(t)]$$

$$\cos[\phi_s(t)] \cos[\lambda(t) - \lambda_0] = \cos[\omega(t)]$$

$$\lambda_s(t) = \lambda(t) - \omega(t - t_0) = \lambda(t) - \frac{2\pi}{T_e}$$



$$\cos(\psi) = \sin(\phi_t) \sin(\phi_s) + \cos(\phi_t) \cos(\phi_s) \cos(\lambda_t - \lambda_s)$$

$$E = \arctg \frac{\cos(\psi) - R_t/r}{\sin(\psi)} \quad ; \quad r = R_t + h$$

$$\Theta = \arctg \frac{\sin(\psi)}{\frac{r}{R_t} - \cos(\psi)}$$

$$d = \sqrt{R_t^2 + r^2 - 2R_t r \cos(\psi)}$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad y \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\mu}}$$

$$x = \cos(\theta_i) \cos(|\theta_i - \theta_s|)$$

donde :

$$|\theta_i - \theta_s| = \begin{cases} \theta_i + \theta_s & \text{Si estan en hemisferios dierentes} \\ \theta_i - \theta_s & \text{Si estan en el mismo hemisferio} \end{cases}$$

$$\gamma = \arccos(x)$$

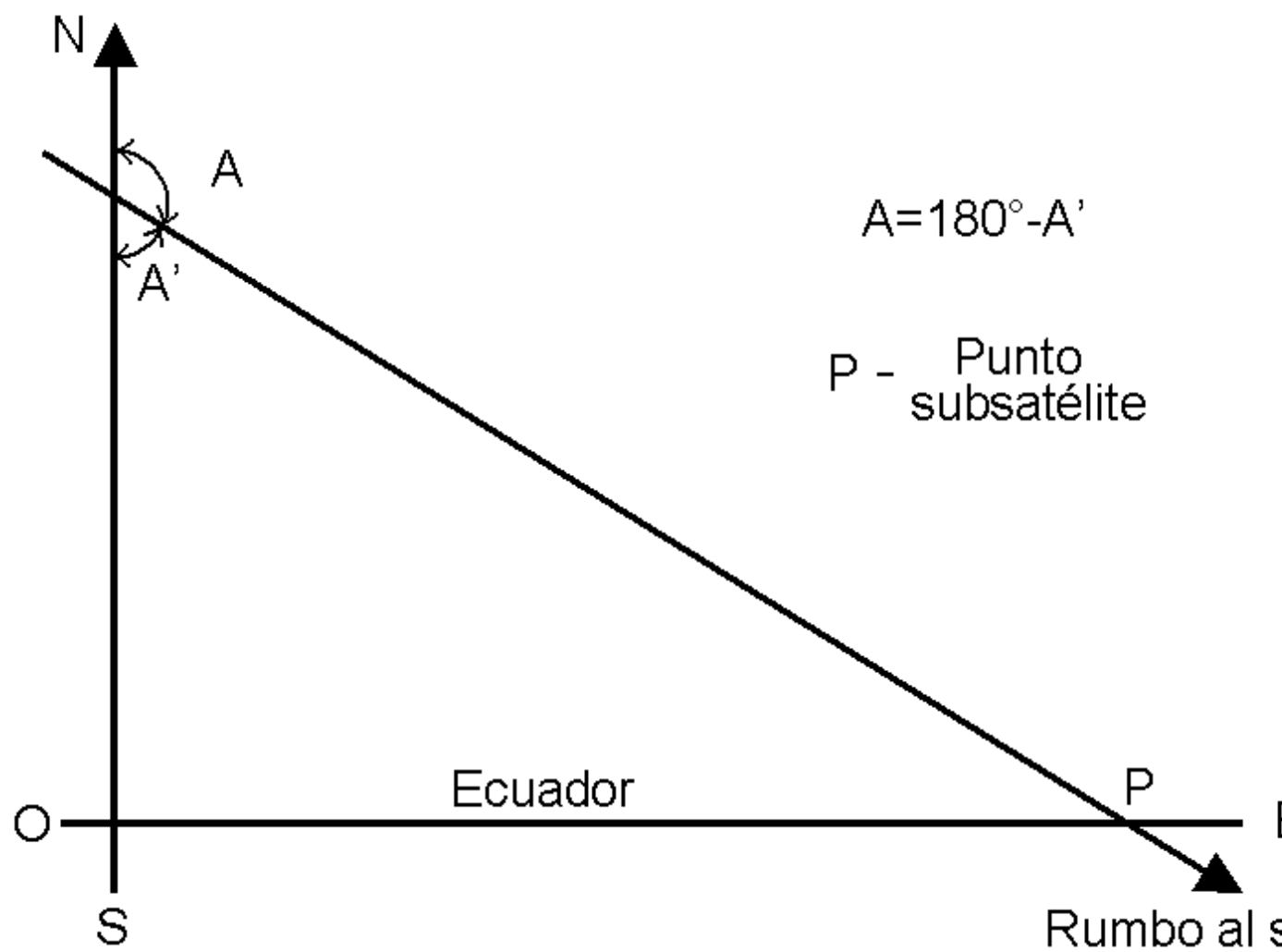
$$\delta = \arctg \frac{(R_o - R_t x)}{R_t \sin(\gamma)}$$

$$E = \delta - \gamma$$

$$\alpha = \arcsen \frac{R_t}{R_o} \cos(E)$$

$$A' = \arctg \frac{\text{tg}(|\theta_L - \theta_s|)}{\sin(\theta_L)}$$

$$d = \sqrt{R_o^2 + R_t - 2R_t R_o \sin(E + \alpha)}$$



Rumbo al satélite

O

P

Ecuador

$$A = 360^\circ - A'$$

P - Punto
subsatélite

S

$$A = 180^\circ + A'$$

P - Punto
subsatélite

