

11.1. La ecuación general del movimiento armónico simple es:

puede escribirse en la forma equivalente:

- Determinénse las expresiones de las amplitudes de B y C en función de la amplitud A y del ángulo de fase inicial .

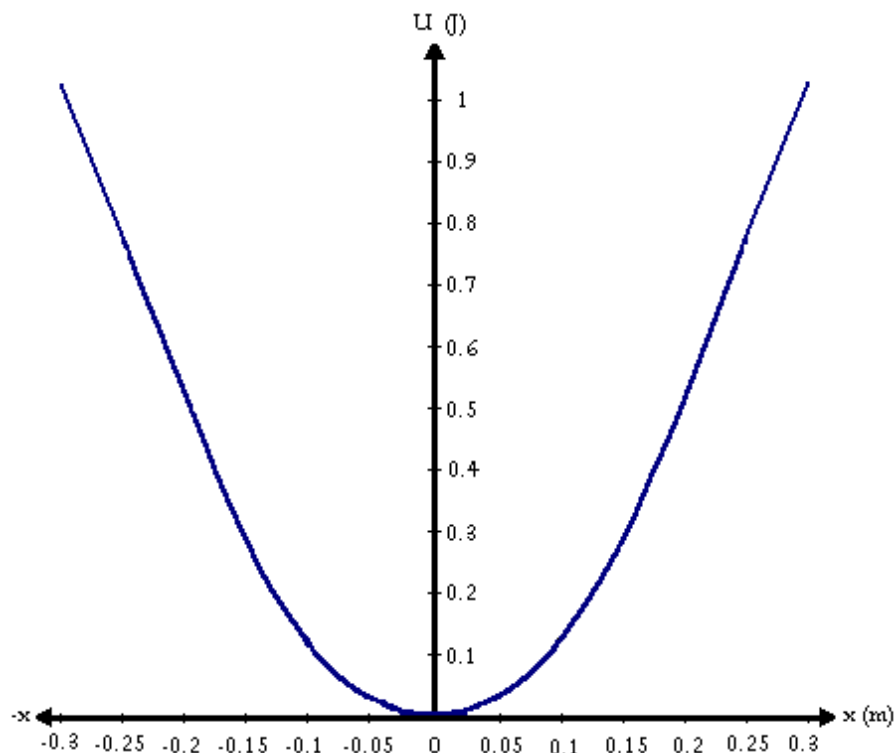
•

11.2. Un cuerpo de 0,25 Kg. De masa está sometido a una fuerza elástica restauradora, con constante de recuperación $k = 25\text{N/m}$.

- Dibújense la gráfica de la energía potencial elástica U en función del desplazamiento x en un intervalo de x comprendido entre $-0,3\text{m}$ y $+0,3\text{m}$. Tómense $1\text{cm}=1\text{J}$ en el eje vertical y $1\text{cm}=0,05\text{m}$ en el eje horizontal.

El cuerpo inicia su oscilación con energía potencial inicial de 0,6Jy energía cinética inicial de 0,2 J. A partir de la gráfica, respóndanse las cuestiones siguientes:

x	U
0	0
0,05	0.031
± 0.10	0.125
0,15	0.281
± 0.20	0.500
0,25	0.781
± 0.30	1.125



- ¿Cuál es la amplitud de la oscilación?.

$A = ?$

- ¿Cuál es la energía potencial cuando el valor de desplazamiento es la mitad que el de la amplitud?.
- ¿Para que valor del desplazamiento son iguales la energía cinética y potencial?
- ¿Cuál es la rapidez del cuerpo en el punto medio de su trayectoria?.

Calcúlense:

- El período T_1 .
- La frecuencia f_1 y
- La frecuencia angular .

$= ?$

- ¿Cuál es el ángulo de fase inicial si la amplitud $A=15\text{ cm}$, el desplazamiento inicial $X_0=7,5\text{cm}$ y la velocidad inicial V_0 es negativa?.

La posición del móvil que describe un M.A.S. en función del tiempo viene dada por la ecuación:

$$X=A.\cos(.t+)$$

entonces no da que :

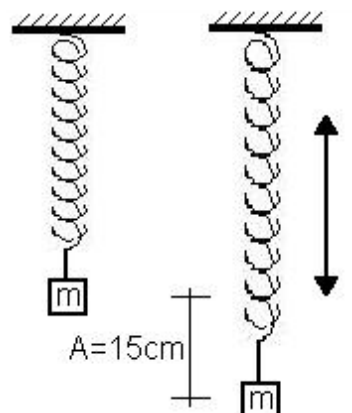
$$X=A.\cos.$$

por lo que para este caso como son las condiciones iniciales ($t=0$) se deduce que:

nos da pro consiguiente:

11.3. Un cuerpo está vibrando con movimiento armónico simple de 15cm de amplitud y 4Hz de frecuencia, calcúlense:

- Los valores máximos de la aceleración y de la velocidad.



- La aceleración y la velocidad cuando el desplazamiento es 9cm, y.

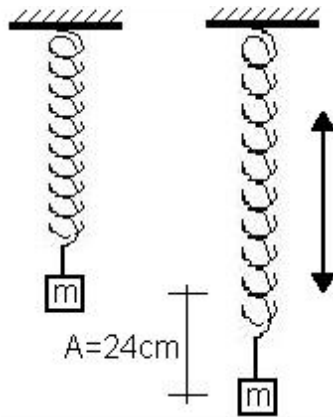
= ? y la = ? cuando $x = 9\text{cm}$

- El tiempo necesario para desplazarse desde la posición de equilibrio a un punto situado a 12 cm de la misma.

$$25t=0,64$$

seg.

11.4. Un cuerpo de 10gr. De masa se mueve con movimiento armónico simple de 24 cm. De amplitud y 4s. de período: El desplazamiento es +24 cm. Para $t = 0$. Calcúlense:



- La posición del cuerpo cuando $t = 0,5 \text{ s}$.

para

!

- La magnitud y dirección de la fuerza que actúa sobre el cuerpo cuando $t = 0,5\text{s}$.

,

la dirección está hacia abajo, porque al no completarse todavía el período ($X=16,97$), la fuerza lleva a la masa hacia abajo hasta su máxima amplitud.

- El tiempo mínimo necesario para que el cuerpo se mueva desde la posición inicial al punto en que $x = -12\text{cm}$, y

$t = ?$

- La velocidad de dicho cuerpo cuando $x = -12\text{cm}$.

!

11.5. El movimiento del pistón del motor de un automóvil es aproximadamente armónico simple.

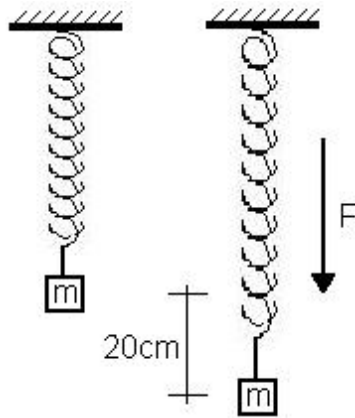
- Si la carrera de un pistón (dos veces la amplitud) es 10cm y el motor gira a

3600 rev/mm., calcúlese la aceleración del pistón al final de la carrera.

- Si el pistón tiene una masa de 0,5 Kg, ¿qué fuerza resultante ha de ejercerse sobre él en ese punto?.
- ¿Cuál es la velocidad del pistón, en kilómetros por hora, en el punto medio de su carrera?.

= ? en el punto medio, la velocidad es máxima.

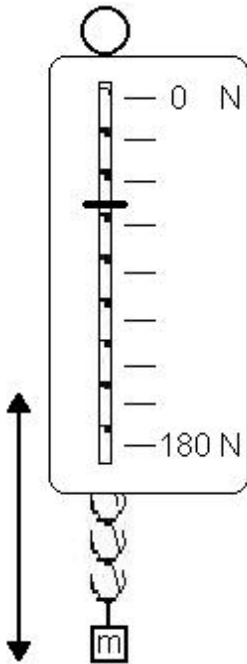
11.6. Un cuerpo de 2Kg. De masa está suspendido de un resorte de masa despreciable, y se produce un alargamiento de 20cm.



- ¿Cuál es la constante de recuperación del resorte?.
- ¿Cuál es el período de oscilación del cuerpo si se tira hacia abajo y se abandona así mismo?.
- ¿Cuál sería el período de un cuerpo de 4Kg de masa pendiente del mismo resorte?.

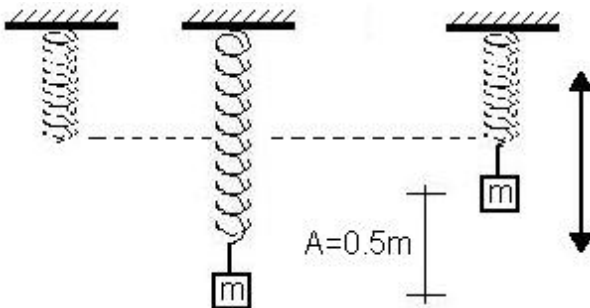
11.7. La escala de una balanza de resorte que registra de 0 a 180N tiene 9 cm de longitud. Se observa que un cuerpo suspendido de la balanza oscila verticalmente a 1,5 Hz. ¿Cuál es la masa del cuerpo?.

Despréciese la masa del resorte.



Por lo que si sustituimos en la ecuación se tiene que:

11.8. Un cuerpo de 4Kg. de masa está sujeto aun resorte helicoidal, y oscila verticalmente con movimiento armónico simple. La amplitud es de 0,5 m, y en el punto más alto del movimiento el resorte tiene su longitud natural. Calcúlese la energía potencial elástica del resorte, la energía cinética del cuerpo, su energía gravitacional respecto al punto más bajo del movimiento y la suma de estas tres energías, cuando el cuerpo está:



- En su punto más bajo.

$E_c = 0$ porque su velocidad es cero.

porque la h (altura es 0).

$$E_T = E_p + E_c + E_{pg} = 9,8 N.m$$

- En su posición de equilibrio, y

Cuando está en su punto de equilibrio la energía $E_p = 0$, porque $X = 0$.

entonces:

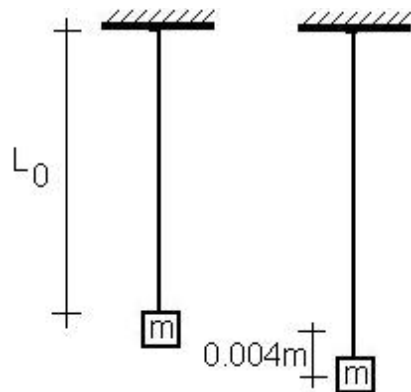
$$ET = Ep + Ec + Epg = 19,56 \text{ N.m}$$

- En su punto más alto.

Como es en este caso para el punto mas alto se considera la energía como negativa, definida así por su amplitud ($-A$).

$$ET = Ep + Ec + Epg = 9,8 \text{ N.m}$$

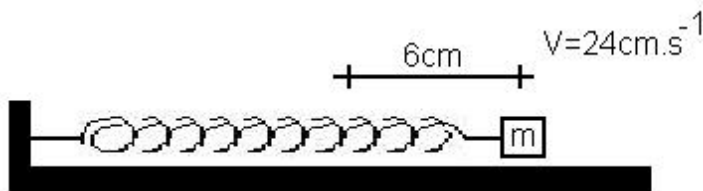
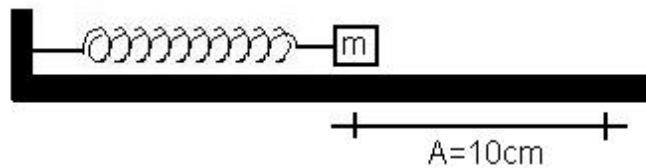
11.9. Una masa de 100kg. Suspendida de una alambre cuya longitud natural l_0 es de 4m, lo alarga 0,004m. La sección transversal del alambre, que se puede suponer constante, es 0,1 .



- Si se desplaza la carga hacia abajo una pequeña distancia y se abandona a sí misma, determínese a que frecuencia vibrará.

c) Calcúlense el módulo de Young del alambre.

11.10. Un bloque pequeño ejecuta un movimiento armónico simple en un plano horizontal con una amplitud de 10cm. En un punto situado a 6cm de distancia de la posición de equilibrio, la velocidad es de 24 cm/s.



!

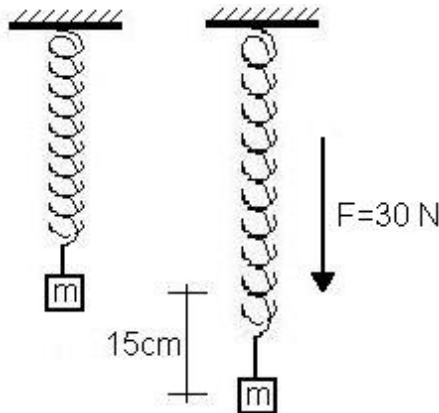
- ¿Cuál es el período?.

- ¿Cuál es el desplazamiento cuando la velocidad es 12 cm/s.
- Si un pequeño cuerpo que oscila sobre el bloque se encuentra justo a punto de deslizar sobre el en el punto final de la trayectoria, ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento?.

μ es el coeficiente de rozamiento, N es la normal. De aquí podemos sacar:

adimensional. Nótese que las m (masa) en el instante de armar la ecuación se eliminan por lo que se extrae fácilmente el μ

11.11. Una fuerza de 30N estira 15 cm un resorte vertical.



- ¿Qué masa ha de suspenderse del resorte para que el sistema oscile con un período de
- Si la amplitud del movimiento es de 5cm, ¿dónde está el cuerpo y en que dirección se mueve después de haber sobrepasado la posición de equilibrio, dirigiéndose hacia abajo?.

$$x = 5 \cdot \cos(8t)$$

se tiene que:

$v = -40 \cdot \sin(8t)$! $v = -20 \text{ cm/s}$; esto nos da a conocer que el cuerpo se está moviendo hacia el centro, desde abajo hacia arriba.

- ¿Qué fuerza ejerce el resorte sobre el cuerpo cuando está 3cm por debajo de la posición de equilibrio y moviéndose hacia arriba?.

Tenemos que cuando está 3cm debajo de la posición de equilibrio la fuerza es:

$F = -k \cdot x$! $F = -6 \text{ N}$; pero como se necesita la fuerza total que es:

$F_T = F_{eq} + F$; entonces:

$$F_T = m \cdot g + F$$

$$F_T = 3,125 \cdot 9,8 + 6$$

$$F_T = 36,6 \text{ N}$$

11.12. Un cuerpo de masa m se halla suspendido de un resorte helicoidal habiéndose medido el tiempo empleado en 100 oscilaciones completas para los siguientes valores de m :

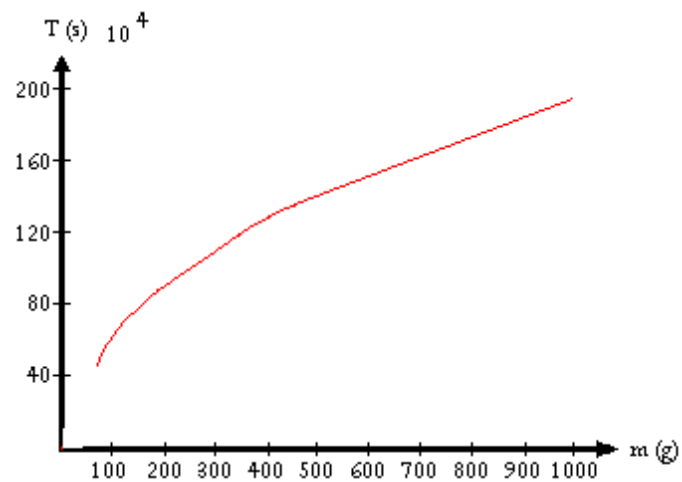
$m(g)$100 200 400 1000

Tiempo empleado en 100 oscilaciones(s).....23,4 30,6 41,8 64,7

Dibújense las graficas de los valores medidos de:

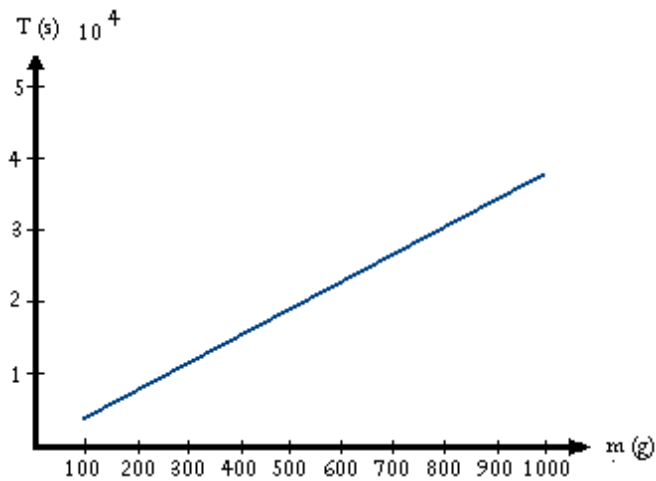
- t en función de m

m	T
100	62.83
200	88.857
400	126.663
1000	168.691



- en función de m

M	T^2
100	$0.39 \cdot 10^{-4}/k$
200	$0.79 \cdot 10^{-4}/k$
400	$1.5 \cdot 10^{-4}/k$
1000	$3.9 \cdot 10^{-4}/k$



- ¿Concuerdan los resultados experimentales con la teoría?.

Si, concuerdan por sus gráfica e t.

- ¿Es alguna de las gráficas recta?.

Si la correspondiente a la de t2.

- ¿Pasa la recta por el origen?.

No pasan por el origen, si así fuera no existiría el movimiento, ya que la masa es cero.

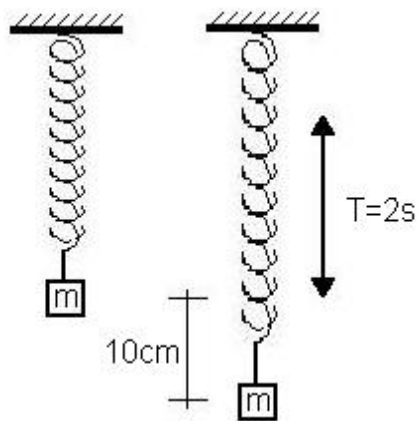
- ¿Cuál es la constante de recuperación del resorte?.

Haciendo algunas aproximaciones, utilizando la fórmula , se tiene que $K=8,52 \text{ din.cm}$

- ¿Cuál es su masa?.

La masa del resorte utilizando aproximaciones,

11.13. Un cuerpo de 100g de masa cuelga de un largo resorte helicoidal. Cuando se tira de él 10cm por debajo de su posición de equilibrio y se abandona a sí mismo , oscila con un período de 2 s.

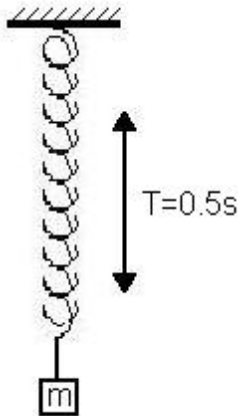


- ¿Cuál es su velocidad al pasar por la posición de equilibrio?.

- ¿Cuál es su aceleración cuando se encuentra 5cm por encima de la posición de equilibrio?.
- Si se está moviendo hacia arriba. ¿Cuánto tiempo tarda en desplazarse desde un punto situado 5cm por debajo de su posición de equilibrio a otro situado 5cm por encima de ella?.
- ¿Cuánto se acortará el resorte si se quita el cuerpo?.

Se acortaría los 9,33cm, que para casos de cálculo se toma como si estuviéramos partiendo desde $x = 0$ que es la posición de equilibrio.

- Un cuerpo de 5Kg de masa cuelga de un resorte y oscila con un período de 0,5s. ¿Cuánto se acortará el resorte al quitar el cuerpo?.



- Cuatro pasajeros con una masa total de 300Kg observan que al entrar en un automóvil los amortiguadores se comprimen 5cm. Si la carga total que soportan los amortiguadores es de 900Kg, hállese el período de oscilación del automóvil cargado.

$$M=300Kg.$$

$$X=5cm.$$

$$Carga\ total=900Kg.$$

$$K=F/x$$

$$K=$$

11.16.

- Un bloque suspendido de un resorte oscila con movimiento armónico simple. En el instante en que el desplazamiento es igual a la mitad de la amplitud, ¿Qué fracción de la energía total del sistema es cinética y cuál potencial? Supóngase $L=0$ en la posición de equilibrio.

luego sustituimos x por A , tenemos:

despejamos para dejar en función de la energía total:

luego volvemos a sustituir A en vez de X para que nos de la energía total, entonces armamos la ecuación:

- Cuando el bloque está en equilibrio, la longitud del resorte es mayor en una cantidad que cuando no está estirado. Demuéstrese que

11.17.

a) ¿Con qué fuerza ha de tirarse de un resorte vertical que mantiene en equilibrio cuerpo de 4Kg, para que al soltarlo realice 48 oscilaciones completas en 32s con una amplitud de 5cm?

- Que fuerza ejerce el resorte sobre el cuerpo cuando se encuentra en el punto mas bajo, en el centro y en el punto mas alto de su trayectoria?

En el punto más bajo.

hacia arriba.

En el centro.

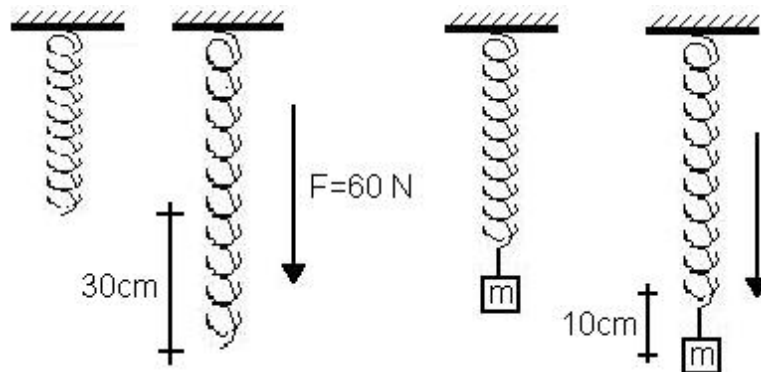
porque se encuentra en equilibrio.

En el punto más alto.

Se toma 2 veces la amplitud por que el efecto empieza desde el extremo inferior, lo cual influye para restaurar el movimiento.

- ¿Cuál es la energía del sistema cuando el sistema se encuentra 2cm por debajo del punto medio de la trayectoria ¿ ¿Cuál es su energía potencial? (Supóngase $U = 0$ en la posición de equilibrio.)

11.18. Una fuerza de 60N estira 30cm cierto resorte. Se cuelga del resorte un cuerpo de 4Kg de masa y se le deja llegar al reposo. Después se tira hacia abajo 10cm y se abandona a sí mismo.



- ¿Cuál es el período del movimiento? .

; por consiguiente:

- ¿Cuáles son la magnitud y dirección de la aceleración del cuerpo cuando se encuentre 5cm por encima de la posición de equilibrio, moviéndose hacia arriba?.

hacia arriba.

- ¿Cuál es la tensión del resorte cuando el cuerpo se encuentra 5 cm por encima de la posición de equilibrio?.

$$T = 4.2,5 = 10N.$$

- Cuál es el tiempo mínimo necesario para pasar de la posición de equilibrio a la del punto situado 5cm por encima?.

sustituyendo:

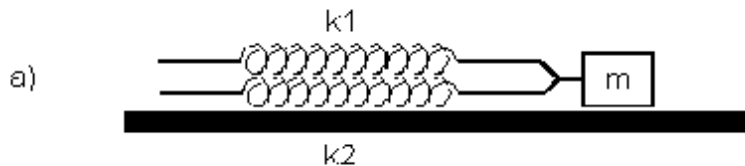
- Si se colocara un pequeño objeto sobre el cuerpo que oscila, ¿permanecería en contacto con el cuerpo, o no?.

No, no se permanecería en contacto con el, porque el instante en que el cuerpo agarrado del resorte oscile, desplazaría al pequeño objeto enviándolo hacia arriba por la velocidad que lleva este, se estaría hablando de un efecto tipo catapulta

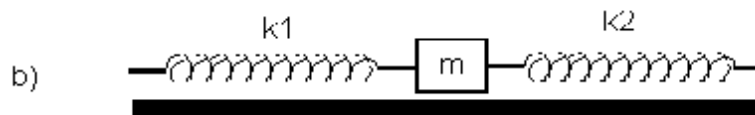
- Si se colocara un pequeño objeto sobre el cuerpo que oscila y se duplica su amplitud, ¿ Dónde empezaría a separarse los dos cuerpos?.

Los cuerpos empezarían a separarse en el medio, ya que ahí está la máxima velocidad, luego esta disminuye, mientras que el pequeño cuerpo permanecería con esta por un tiempo pequeño saliendo del contacto con el cuerpo grande, todo esto debido al MAS, que es una característica de ella, luego de su $X=0$ que es la velocidad máxima, esta disminuye hasta los extremos.

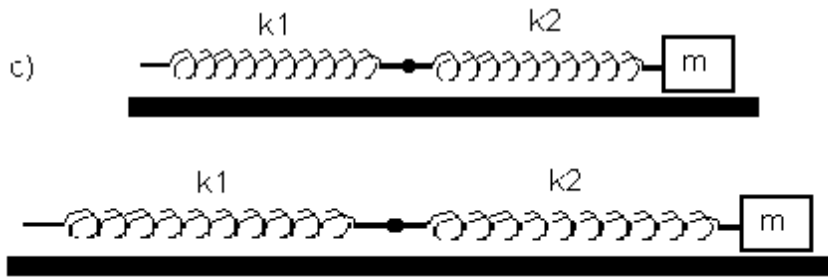
11.19 Dos resortes de la misma longitud natural pero con diferentes constantes de recuperación k_1 , y k_2 , se encuentran unidos a un bloque de masa m , situado sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Calcúlese la constante de recuperación efectiva en cada uno de los tres casos (a), (b) y (c), representados en la figura.



$$\begin{aligned} F_1 &= k_1 \cdot x \\ F_2 &= k_2 \cdot x \\ F &= k \cdot x \end{aligned}$$



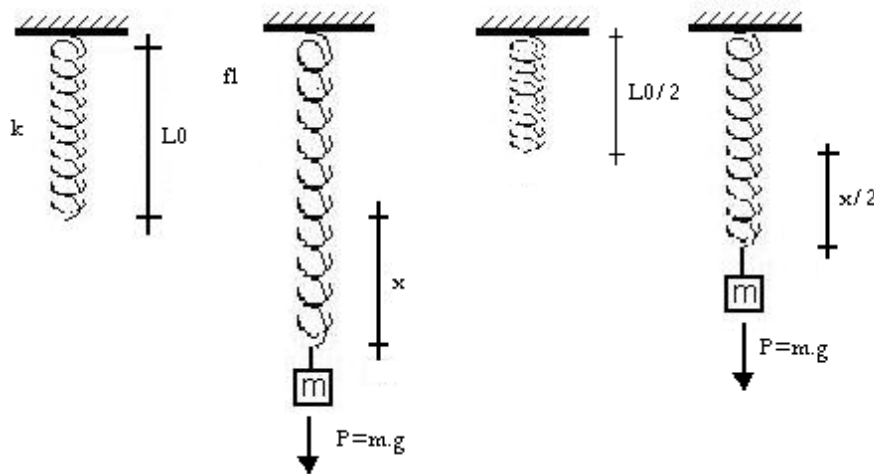
$$\begin{aligned} F_1 &= k_1 \cdot x \\ F_2 &= k_2 \cdot x \\ F &= k \cdot x \end{aligned}$$



por lo que es la misma fuerza:

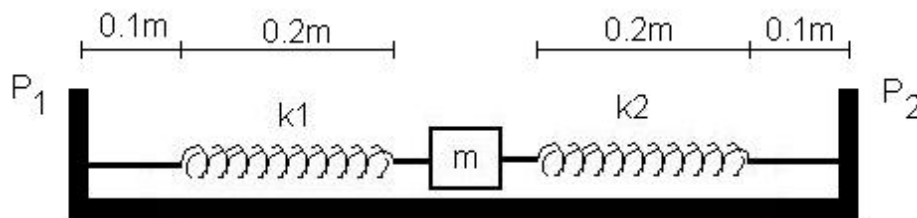
(resortes en paralelo también conocido).

d) Un cuerpo de masa m suspendido de un resorte con constante de recuperación k , oscila con frecuencia f_1 . Si el resorte se corta por el punto medio y se suspende el mismo cuerpo de una de las 2 mitades. La frecuencia es f_2 . ¿Cuál es la relación de f_2/f_1 ?



11.20. Dos resortes, de 0.2m de longitud natural cada uno, pero con constantes de recuperación k_1 y k_2 diferentes, están unidos a las caras opuestas de un bloque de masa m situado sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Los dos extremos de los resortes se fijan a dos clavos P_1 y P_2 situados a 10cm de las posiciones iniciales de los resortes. Sean

$k_1 = 1 \text{ N.m}^{-1}$, $k_2 = 3 \text{ N.m}^{-1}$, $m = 0.1 \text{ Kg}$.



- Calcúlese la longitud de cada resorte cuando el bloque está en la nueva posición de equilibrio, después de sujetar los resortes a los clavos.

Teniendo en cuenta que se tiene las longitudes originales a cuales las denominaremos L_{o1} y $L_{o2} = 0.2\text{m}$, tendremos la resultante de las fuerzas por los 2 resortes:

$$x_1 = x_2 = 0,1m$$

$$k_1 = 1N/m$$

$$k_2 = 3N/m$$

$$F_T = F_1 + F_2$$

Deduciendo y aplicando , tenemos:

$$K_{total}.x_{total} = k_1.x_1 + k_2.x_2$$

$$K_{total} = k_1 + k_2 ; y ,$$

$$x_{total} = x_1 + x_2 ; \text{ por consiguiente:}$$

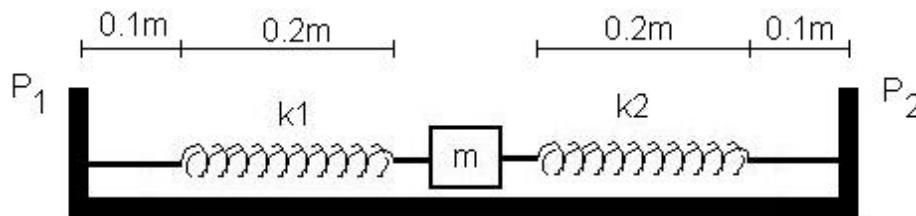
$$4(x_1 + x_2) = k_1.x_1 + k_2.x_2$$

dejamos todo para despejar x_2 , que es el factor a sacar su valor:

Ahora $L_1 = 0,1m$ y L_2 es $0,3m$

- **Determinése el período de oscilación del bloque si este se desplaza ligeramente de su nueva posición de equilibrio y se abandona a si mismo.**

11.21. El bloque del problema 11.20, representado en la figura, oscila con amplitud de $0.05m$. En el instante en que pasa por su posición de equilibrio, se deja caer verticalmente sobre el bloque una masa de barro de $0.1Kg$ que se adhiere a él.



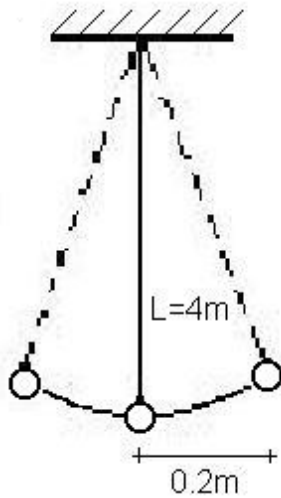
- **Determinése el nuevo período.**
- **¿Ha habido pérdida de energía mecánica? En caso afirmativo, ¿en qué se emplea?.**

Sí, ha existido una pérdida de energía mecánica la cual se convierte en calor por el coeficiente de rozamiento, ya que el movimiento es en el plano horizontal.

- **¿Serían iguales las respuestas si se hubiera dejado caer la masa de barro sobre el bloque cuándo este se encontrara en un extremo de su trayectoria?.**

No, porque de igual forma existiría otra fuerza la cual cambia los valores originales por lo que permanece la pérdida de energía mecánica.

11.22. Un péndulo simple de $4m$ de longitud oscila con amplitud de $0.2m$.



- Calcúlese la velocidad del péndulo en el punto más bajo de la trayectoria.

$$A = 0,2m.$$

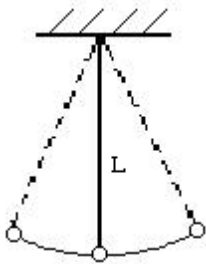
$$L = 4m.$$

; el en péndulo simple se considera que:

- Calcúlese la aceleración en los extremos de su trayectoria.

; aplicando para el péndulo se obtiene:

11.23. Determínese la longitud de un péndulo simple cuyo período es exactamente 1s en un punto donde $g = 9.80 \text{ m.s}^{-2}$.



11.24. a) ¿Cuál es la variación t del período de un péndulo simple cuando la aceleración de la gravedad g varía en g ?

(Indicación: El nuevo período $t + t$ se obtiene sustituyendo g por $g + g$:

Para obtener una expresión aproximada, desarróllese el factor $(g + g)^{-1/2}$ utilizando el teorema del binomio y considerando sólo los dos primeros términos:

$$(g + g)^{-1/2} = g^{-1/2} - \frac{1}{2} g^{-3/2} g + \dots$$

Los otros términos contienen potencias más altas de g y son muy pequeños cuando g es pequeño.).

b) Un reloj de péndulo que funciona correctamente en un punto donde $g = 9.80 \text{ m.s}^{-2}$ atrasa 10s diarios a una altura mayor. Utilícense los resultados del apartado a) para determinar el valor aproximado de g

en la nueva localización.

Se determina en base a la ecuación desarrollada:

, despejando nos queda:

; anteriormente se tiene que conocer L que va a ser un valor exagerado, pero solo es para valores de cálculo, por tanto:

=; reemplazando en la ecuación anterior se determina el valor de la gravedad nueva.

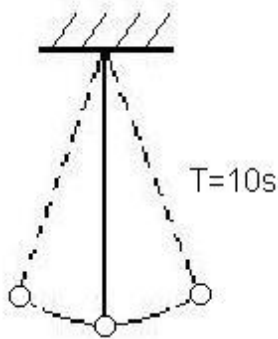
; ahora el nuevo valor de la gravedad será: $10,00 \text{ m.s}^{-2}$.

11.25. Cierta péndulo simple tiene en la tierra un período de 2s ¿Cuál sería su período en la superficie de la luna, donde $g = 1.7 \text{ m.s}^{-2}$.

[Nota: La aproximación echa en el problema 11.24 no es adecuada en este caso porque g no es pequeño comparado con g .].

!

11.33. Se desea construir un péndulo de período 10s.



- **¿Cuál es la longitud de un péndulo simple que tenga este período?.**
- **Supóngase que el péndulo ha de montarse en una caja cuya altura no exceda de 0.5 m ¿Puede idearse un péndulo que satisfaga este requisito con un período de 10 s?.**

Si, se puede considerar de esa manera, ya que la gravedad en 0,5m, es la misma prácticamente que la 0,5m abajo, siempre y cuando se mantenga las condiciones del péndulo de la L ; por tanto el período se mantendrá.