

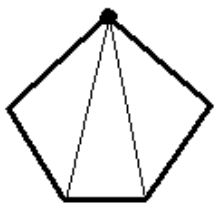
EJERCICIO 1

Los saludos

- Para averiguar los saludos que se darán **20 personas** vamos averiguar una fórmula primero con un nº más pequeño, para resolver el nº de saludos que se pueden dar.

Lo representaremos mediante un polígono, cada vértice representa una persona.

- Primero un polígono de 5 vértices.
- Ahora sacaremos una fórmula que lo confirme:



Desde cada vértice solo podemos sacar 2 diagonales porque las otras dos contiguas forman los lados y sobre él vértice mismo no es posible trazar ninguna línea. Es decir **podemos unir 5 – 3 diagonales**.

Sabemos que el total de diagonales es igual a la suma de consecutivos comenzando en 2 y que el último nº a sumar es el total de vértices (5) menos 2 ! $5 - 2$. Luego la suma de extremos es igual a $(5 - 2) + 2 = 5$ por tantas sumas como parejas de extremos ()

Entonces si multiplicamos la suma de extremos por tantas diagonales como podemos unir $(5 - 3)$ la fórmula final sería

Si resolvemos la fórmula: $= 10 / 2 = 5$ diagonales podemos trazar.

- ♦ Hemos comprobado que sí da el mismo resultado, pero para verificarlo lo haremos con el siguiente polígono de 6 lados, es decir ¿cuántos saludos se darían 6 personas?

$$= 18 / 2 = 9 \text{ saludos se darán}$$

Si lo representamos gráficamente y contamos las diagonales vemos que el resultado es cierto.

- ♦ Ahora resolvemos nuestro problema con 20 personas:

$$= 340 / 2 = \underline{\underline{170 \text{ saludos se darán 20 personas}}}$$

- ¿Y si hubiese n personas?

Aplicamos a n la misma fórmula:

- ¿Y cuántas personas en una reunión que se hayan intercambiado 1225 saludos?

Si miramos el ejercicio b) sabemos que n representa a los vértices o lo que es lo mismo a las personas, y todo ello es igual a los saludos intercambiados que es nuestra incógnita. Sin embargo ahora la incógnita es n y tenemos el total de saludos que son 1225, si lo aplicamos obtenemos una ecuación:

Si la resolvemos despejaremos la incógnita y tendremos el resultado:

$$(2n - 6) 2n = 2450$$

$$(2n) 2n = 2450 + 6$$

$$22n = 2456$$

$$4n = 2456$$

$n =$ = **614 personas se intercambiarán 1225 saludos.**

EJERCICIO 2

CASTILLO DE CARTAS

- ♦ Cada caseta esta compuesta por 3 cartas, y cada piso por una caseta más que el anterior, por tanto, podemos emplear la suma de extremos y enunciar una fórmula sencilla:

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + \text{-----} + 10 \cdot 3$$

$$\text{♦ } 2 \cdot 3 + (10 - 1) \cdot 3$$

$$\text{♦ } 1 \cdot 3 + 10 \cdot 3$$

♦

Si sumamos todas las operaciones que son la mitad del total de sumandos $10/2 = 5$ y restamos 10 cartas *—que viene de que no ponemos cartas en la base de la torre porque se apoya directamente en el suelo, y es la más mayor compuesta por 10 casetas con 10 bases cada una—* obtenemos el resultado.

Por tanto la fórmula a aplicar para hallar la solución teniendo en cuenta la que ya sabemos de la suma de números consecutivos $(x - 1) \cdot x/2$; es la siguiente:

$$(1 \cdot 3 + x \cdot 3) \cdot x/2 - x$$

$$(1 \cdot 3 + 10 \cdot 3) \cdot 10/2 - 10 = 33 \cdot 5 - 10 = 165 - 10 = \textbf{155 cartas necesitamos}$$

- ¿Y para una torre de 62 pisos?

Aplicamos la fórmula del ejercicio anterior.

$$(1 \cdot 3 + x \cdot 3) \cdot x/2 - x$$

$$(1 \cdot 3 + 62 \cdot 3) \cdot 62/2 - 62 = (190) \cdot 31 - 62 = 5890 - 62 = \textbf{5828 cartas necesitamos}$$

♦ EJERCICIO 3

Los azulejos del ayuntamiento

- Si contemplamos el dibujo en diagonal y contamos los azulejos del dibujo, comprobamos que hay por

cada fila de 4 negros, 3 blancos. Si sumamos el cuadrado de los cuadrados negros + el cuadrado de los azulejos blancos, el resultado es 25.

$$4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

– Si nos entretenemos a contar los azulejos del dibujo, vemos que efectivamente el resultado es 25 azulejos totales.

- ¿Y si tiene 149 azulejos de anchura, qué total tendrá?

Podemos entretenernos a contar los azulejos diagonales, pero teniendo en cuenta la deducción anterior, buscaremos una fórmula.

a = anchura n = azulejos negros b = azulejos blancos

N = total de azulejos

a = n + b ! sabemos que la suma de los 2 tipos de azulejos es igual a la anchura total

b = n - 1 ! siempre hay un azulejo mas negro por cada fila de blancos

N = n² + b² ! El total de azulejos es igual al cuadrado de 1 fila de negros + 1 fila de blancos

- Ahora despejaremos incógnitas:

$(n - 1) = b$; $a = (n - 1) + n$! si tomamos el primer ejemplo resuelto:

$$7 = (n - 1) + n$$

$$7 + 1 = (n) + n$$

$$8 = 2n$$

$8/2 = n$; $n = 4$ azulejos negros, por tanto $4-1=3$, son los azulejos blancos.

Resolvemos:

$$\text{Si ! } N = n^2 + b^2$$

$$N = 4^2 + 3^2$$

$$N = 25$$

– Para comprobar que la fórmula es válida, probamos con menos azulejos de modo que podamos contar para comprobar, la anchura es 3:

$$3 = (n - 1) + n$$

$$3 + 1 = 2n$$

$$4 = 2n ; n = 4/2 = 2 \text{ azulejos negros y } 2-1=1 \text{ blancos}$$

$$N = n^2 + b^2$$

$$N = 2^2 + 12^2$$

$$N = 4 + 1$$

$N = 5$ azulejos totales ; si los contamos vemos que es cierto, por tanto la fórmula es válida.

– Por fin aplicamos la fórmula para el caso que se nos pregunta en el problema: anchura de 149 azulejos.

$$149 = (n - 1) + n$$

$$149 + 1 = n + n$$

$$150 = 2n$$

$$n = 150/2 = 75 \text{ azulejos negros y } 75 - 4 = 74 \text{ azulejos blancos}$$

$$N = n^2 + b^2$$

$$N = 75^2 + 74^2$$

$$N = 5476 + 5625 = \underline{\underline{11.101 \text{ azulejos totales}}}$$

* Una fórmula más sencilla y también válida sería:

Si $N = \text{anchura}$

$$(N + 1 / 2)^2 + (N - 1 / 2)^2$$

EJERCICIO 4

LA TORRE

–Una torre de 6 metros de altura:

Para averiguar cuantos cubos necesitamos, sumaremos la altura de la torre (6) a la formula $X+1.X$ y la dividimos entre 2 y luego lo multiplicamos por 4 paredes que tiene la torre:

$$6 + [(5+1).5/2].4 = 6 + 30/2.4 = 6 + 15.4 = 6 + 60 = \underline{\underline{66 \text{ cubos necesitamos}}}$$

–Una torre de 12 cubos de altura:

$$12 + [(11+1).11/2].4 = 12 + 132/2.4 = 12 + 66.4 = 12 + 264 = \underline{\underline{276 \text{ cubos necesitamos}}}$$

–Una torre de altura N

Si N es la altura, llamaremos M al número máximo de altura que tienen las 4 paredes que sujetaran la torreta, por tanto, aplicando las condiciones anteriores saber la suma de los números consecutivos $M+1.M/2$ y multiplicando por el número de paredes queda la siguiente formula:

$N + [(M+1) \cdot M/2] \cdot 4$ esta es la altura de una torre N

Otra forma posible de obtener el resultado:

Fórmula: $n + 2n(n-1) ! n = \text{número de cubos en altura}$

$$a) n + 2n(n-1) = 6 + 12(6-1) = 6 + 60 = \mathbf{66 \text{ cubos}}$$

$$b) n + 2n(n-1) = 12 + 24 \cdot 11 = \mathbf{276 \text{ cubos}}$$

$$c) n + 2n(n-1)$$

Mi fórmula también válida es:

$$N \cdot [(N - 1) + 1] \cdot$$

EJERCICIO CUADRICULA

En esta cuadrícula de 8x8 tienes que averiguar cuántas

cuadrículas de todos los tamaños hay; las vas

buscando a ojo: **8**

Cuadrículas de 8x8 : hay 1 : 1 al cuadrado

Cuadrículas de 7x7 : hay 4 : 2 al cuadrado

Cuadrículas de 6x6 : hay 9 : 3 al cuadrado

Cuadrículas de 5x5 : hay 16 : 4 al cuadrado

Cuadrículas de 4x4 : hay 25 : 5 al cuadrado **8**

Cuadrículas de 3x3 : hay 36 : 6 al cuadrado

Cuadrículas de 2x2 : hay 49 : 7 al cuadrado

Cuadrículas de 1x1 : hay 64 : 8 al cuadrado

Así puedes aplicar la fórmula que te da al principio

de suma de números consecutivos al cuadrado:

1 al cuadrado + 2 al cuadrado + + N al cuadrado es

igual a $N(N+1)(2N+1)$ dividido entre 6:

$$= 1224 / 6 = \mathbf{204}$$

El resultado sale **204** cuadrículas se pueden formar.

El resultado de cada suma de extremos es 33

Si trazamos diagonales entre los vértices y las contamos, obtenemos un resultado de 9; luego para un polígono de 5 vértices, obtenemos 5 diagonales !

$N = 6$! $d = 5$; es decir, si hubiera 6 personas, se darían 5 saludos.

Que si lo descomponemos en números consecutivos es igual a $2 + 3$