

Objetivos

En la práctica IV, Conservación de la Energía Mecánica, se pretende comprobar la conservación de la energía mecánica según la ecuación general de conservación de la energía mecánica de un sistema en el que no hay trabajos de fuerzas externas, exceptuando la de la gravedad, cuyo trabajo es precisamente el que se invierte en transformar la energía potencial en energía cinética:

El sistema que emplearemos es la rueda de Maxwell, en el cual se verifica la condición. Determinaremos también, mediante las medidas realizadas el momento de inercia de la rueda, así como la variación de energía cinética de rotación y traslación y de la energía potencial de la rueda y el movimiento del centro de masas.

Introducción teórica

Para comprobar la conservación de la energía mecánica, utilizaremos la expresión general:

(1)

El incremento de energía mecánica es la suma de los trabajos de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo (exceptuando la fuerza de la gravedad), por lo que podemos deducir que si sobre un cuerpo actúa únicamente la fuerza de la gravedad, se conservará la energía mecánica.

Y sabiendo que la energía mecánica de un cuerpo, es la suma de las energías cinética de traslación y rotación y la energía potencial, la podemos desarrollar como:

(2)

En la rueda de Maxwell intervienen los tres tipos de energía, ya que cae dentro del campo gravitatorio terrestre, desplazándose su centro de masas, a la vez que gira sobre su eje.

En la expresión (2), m es la masa de la rueda y la barra, z la posición, v la velocidad de traslación del centro de masas, I el momento de inercia del sistema respecto al eje de rotación y ω la velocidad angular de la rueda. En esta expresión sustituiremos la velocidad angular por su relación con la lineal a través del **radio de la barra** en la que se enrollan los hilos:

(3)

De las anteriores expresiones se puede deducir la que relaciona $v=f(t)$, la cual, a su vez, podemos integrar por un lado y derivar por otro para hallar las ecuaciones de la posición $(z-z_0)=f(t^2)$ y de la aceleración, respectivamente, que rigen el movimiento de la rueda de Maxwell:

(4)

(5)

(6)

Material utilizado

- Sistema de soporte, compuesto por dos trípodes con pinza entre las que se instala la barra a la cual se atan los hilos que sujetan la rueda de Maxwell.

- Rueda de Maxwell, de masa $529,1 \pm 0,1$ g y diámetro del eje $5,00 \pm 0,05$ mm.
- Un contador digital o cronometro (aprecia centésimas de segundo, aunque consideraremos una incertidumbre de décimas de segundo que viene determinada por el tiempo de reacción del usuario).
- Regla (aprecia hasta milímetros), instalada a lo largo de uno de los soportes, de forma que mide la posición de la rueda en su caída.
- Hilos de sujeción de la rueda.

Método experimental

Se colocará la rueda de Maxwell, sostenida de los cables de sujeción y estos a su vez al soporte principal; se enrollará la rueda sobre los cables hasta arriba del soporte, se colocará la regla, y se establecerá una medida y se observará el tiempo que tarda la rueda en recorrer esa medida, se realizarán tres valoraciones sobre esa medida, para calcular su error.

Medidas realizadas

A continuación se adjunta la Tabla I, en la que constan las medidas realizadas en el laboratorio, con sus correspondientes dispersiones para las tres primeras, medidas adicionales en su caso, errores medios y de dispersión.

Tabla I – Medidas realizadas

i	$z-z_0$ (cm)	$(z-z_0)$ (cm)	t (s)	(t_i-t) (s)
1	25,0	0,1	2,16	0,0533
			2,03	0,0767
			2,13	0,0233
			$D=$	6,17%
			2,08	0,0267
			2,12	0,0133
			2,12	0,0133
			$t_1=$	2,107
			$D=$	0,0344
				0,0325
2	30,0	0,1	2,46	0,0200
			2,44	0,0000
			2,42	0,0200
			$D=$	1,64%
			$t_2=$	2,440
			$D=$	0,0133
				0,0100
3	35,0	0,1	2,89	0,0600
			2,78	0,0500
			2,85	0,0200
			$D=$	3,87%
			2,82	0,0100
			2,73	0,1000
			2,91	0,0800
			$t_3=$	2,830
				0,0533

		D=		0,0450
	40,0	0,1	3,25	0,1300
			3,26	0,1400
			3,16	0,0400
4		D=	3,10%	
			2,97	0,1500
			3,03	0,0900
			3,05	0,0700
		t4=	3,120	0,1033
		D=		0,0725

Tabla I – Medidas realizadas (cont.)

i	z-z0 (cm)	(z-z0) (cm)	t (s)	(t) (s)
	45,0	0,1	3,54	0,0983
			3,39	0,0517
			3,46	0,0183
5		D=	4,33%	
			3,41	0,0317
			3,43	0,0117
			3,42	0,0217
		t5=	3,442	0,0389
		D=		0,0375
	50,0	0,1	3,67	0,0050
			3,80	0,1350
			3,59	0,0750
6		D=	5,70%	
			3,76	0,0950
			3,70	0,0350
			3,47	0,1950
		t6=	3,665	0,0900
		D=		0,0825
	52,0	0,1	3,75	0,0233
7			3,78	0,0067
			3,79	0,0167
		D=	1,06%	
		t7=	3,773	0,0156
		D=		0,0100
	55,0	0,1	3,88	0,1600
			4,00	0,0400
			4,01	0,0300
8		D=	3,28%	
			4,07	0,0300

			3,96	
			4,32	0,0800
		t8=		0,2800
		D=	4,040	0,1033
	60,0			0,1100
		0,1	4,21	0,0183
			4,28	0,0883
			4,13	0,0617
9		D=	3,57%	
			4,21	0,0183
			4,17	0,0217
			4,15	0,0417
		t9=		
		D=	4,192	0,0417
				0,0375

Resultados

A continuación se incluye la Tabla II – $t_2=f(z-z_0)$, a partir de la cual hemos construido la Gráfica 1 – $t_2=f(z-z_0)$, de cuyo ajuste por mínimos cuadrados se obtendrán los valores experimentales de la aceleración del movimiento y del momento de inercia de nuestro sistema con sus respectivos errores:

Tabla II – $t_2=f(z-z_0)$

z-z₀ (cm)	(z-z₀) (cm)	t₂ (s ²)	(t₂) (s ²)
25,0	0,2	4,4380	0,1451
30,0	0,2	5,9539	0,0651
35,0	0,2	8,0089	0,3019
40,0	0,2	9,7344	0,6448
45,0	0,2	11,8451	0,2677
50,0	0,2	13,4322	0,6597
52,0	0,2	14,2383	0,1174
55,0	0,2	16,3216	0,8349
60,0	0,2	17,5701	0,3493

Nótese que el error del cuadrado del tiempo se ha calculado mediante la expresión , donde se ha considerado un error en el tiempo de 0,1 s, es decir la precisión de un cronómetro afectada por el tiempo de reacción del usuario, excepto en los casos en los la desviación media o el error de dispersión eran mayores, en cuyo caso se ha considerado el mayor de éstos.

En la página siguiente representamos la susodicha Gráfica 1 – $t_2=f(z-z_0)$, construida a partir de la Tabla II.

-->Del [Author:CSMD]ajuste por mínimos cuadrados de la gráfica anterior se extraen los siguientes valores de la pendiente y la ordenada en el origen con sus respectivos errores:

De forma que la ecuación de la recta queda:

Y de su comparación con la ecuación (6), que podemos despejar de la forma que sigue:

Podemos deducir que el valor de la ordenada en el origen es el cuadrado del tiempo que tarda nuestra rueda en llegar a z_0 , ya que la lanzamos desde el punto en el que el hilo está completamente enrollado, y z_0 queda un poco más abajo. También deducimos que la pendiente de la recta ajustada equivale a:

Donde llamamos p a la pendiente para no confundirla con la masa de la rueda m .

De esta ecuación podemos despejar el momento de inercia del sistema:

Y calcular su error mediante la derivación y asumiendo los diferenciales por las respectivas incertidumbres en las variables. Nótese que hemos tomado $g=980,6\text{cm/s}^2$, de forma que el error que introduce no es significativo:

Ya podemos expresar el momento de inercia como:

Con este momento de inercia podemos ir a la expresión (4) para hallar la aceleración del sistema:

Y su error:

Recalcula a partir de aquí!!!!