

ANÁLISIS CUANTITATIVO

DE LA

ACTIVIDAD TURÁSTICA

ÍNDICE:

TEMA 1. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD TURÁSTICA

• LA NECESIDAD Y LA UTILIDAD DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO.....	1
• UNIDADES DE ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD TURÁSTICA.....	2
• HETEROGENEIDAD DE LA ACTIVIDAD TURÁSTICA Y LA HOMOGENEIZACIÓN DE CONCEPTOS.....	3
• PROBLEMÁTICA DE LA ACTIVIDAD TURÁSTICA.....	4

TEMA 2. LAS VARIABLES QUE MIDEN LA ACTIVIDAD TURÁSTICA

2.1. VARIABLES E INDICADORES DE LA ACTIVIDAD TURÁSTICA.....	5
2.2. LA CUANTIFICACIÓN DE LA DEMANDA.....	7
2.3. LA CUANTIFICACIÓN DE LA OFERTA.....	8
2.4. LAS CLASIFICACIONES UNIFORMES DE LAS ACTIVIDADES.....	10
2.5. LAS ESTADÍSTICAS TURÁSTICAS Y SUS FUENTES.....	11

TEMA 3. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA VARIABLE

3.1. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA VARIABLE CUALITATIVA.....	15
3.2. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA VARIABLE CUANTITATIVA.....	22
3.3. ESTADÍSTICOS O MEDIDAS DE POSICIÓN (centrales y no centrales).....	24
3.4. ESTADÍSTICOS O MEDIDAS DE DISPERSIÓN.....	29
3.5. SIMETRÍA DE UNA DISTRIBUCIÓN. HISTOGRAMAS.....	33

TEMA 4. ANÁLISIS CONJUNTO DE DOS VARIABLES CUALITATIVAS

4.1. OBTENCIÓN DE INFORMACIÓN A TRAVÉS DE ENCUESTAS.....	37
4.2. RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES CUALITATIVAS.....	38
4.3. ESTADÍSTICOS DE ASOCIACIÓN. INDEPENDENCIA Y ASOCIACIÓN.....	44

TEMA 5. ANÁLISIS CONJUNTO DE DOS VARIABLES CUANTITATIVAS

5.1. RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES CUANTITATIVAS. Representación.....	49
5.2. MEDIDAS O ESTADÍSTICOS DE RELACIÓN LINEAL: Covarianza y correlación.....	50
5.3. RELACIÓN DE CAUSALIDAD O DE DEPENDENCIA.....	57
5.4. OBTENCIÓN DE A Y B POR MÉTODOS CUADRADOS.....	58
5.5. COEFICIENTE DE DETERMINACIÓN: Bondad del ajuste lineal.....	60

TEMA 6. LA EVOLUCIÓN TEMPORAL DE UNA VARIABLE CUANTITATIVA

6.1. LA PERSPECTIVA TEMPORAL EN EL ANÁLISIS DE UNA VARIABLE.....	63
6.2. COMPONENTES SISTEMÁTICAS DE UNA SERIE TEMPORAL.....	65
6.3. COMPONENTE NO SISTEMÁTICA DE UNA SERIE TEMPORAL.....	66
6.4. ANÁLISIS DE LA TENDENCIA Y DE ESTACIONALIDAD.....	67
6.5. TASAS DE VARIACIÓN O DE CRECIMIENTO.....	70
6.6. NÚMEROS ÍNDICE.....	72
PREGUNTAS DE EXAMEN.....	75

TEMA 1. ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD TURÍSTICA

02/10/2008

1.1. LA NECESIDAD Y LA UTILIDAD DEL ANÁLISIS CUANTITATIVO

- La **actividad turística o turismo** es toda actividad que hacen las personas cuando se desplazan fuerza de su entorno habitual, para una duración inferior a 12 meses y con la finalidad de no ejercer actividades remuneradas en el lugar de destino.
- **Problemas en la cuantificación:** muchas de las actividades turísticas sirven a consumidores que pueden ser o no turistas (restaurantes, tiendas diversas, etc.). No todas las personas que viajan son turistas.
- Para intentar solucionar estos problemas, la **Organización Mundial del Turismo** (OMT), a partir de los años 80, comenzó a unificar, a nivel mundial, las **definiciones básicas** para la estadística de la actividad turística. Estas definiciones deben ser homogéneas y utilizadas de igual forma, en todo el mundo. La OMT también da unas clasificaciones sobre los turistas, que deben seguir todos los países y así-, **poder hacer comparaciones entre los diferentes lugares y tener unos análisis homogéneos**. La OMT recomienda el uso de estas definiciones y clasificaciones a todos los países.

1.2. UNIDADES DE ANÁLISIS DE LA ACTIVIDAD TURÍSTICA

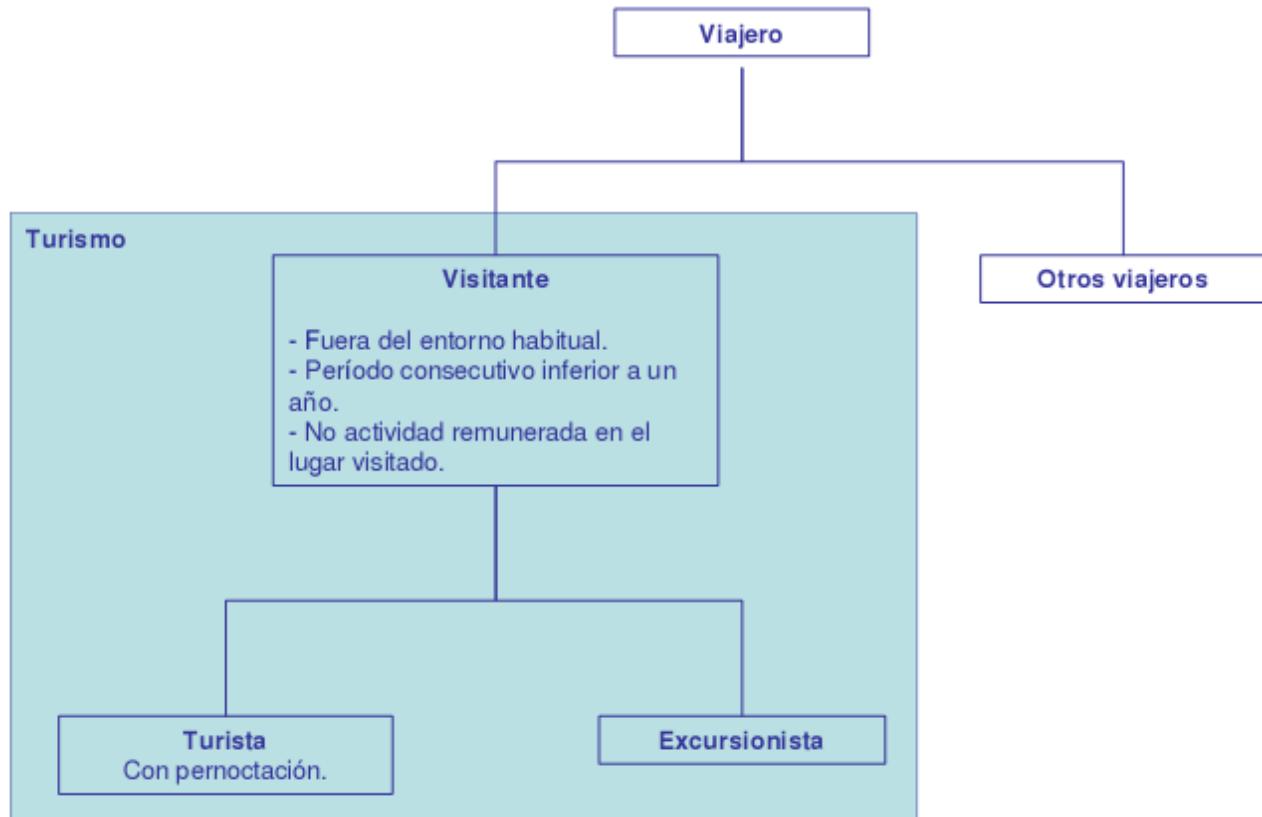
Residente: persona que está durante la mayor parte del año en un país o lugar.

Viajero: toda persona que se desplaza entre dos o más países diferentes, o entre dos o más lugares dentro de su país de residencia, pero fuera de su entorno habitual.

Visitante: Toda persona que se desplaza a un lugar diferente a su entorno habitual, por una duración inferior a 12 meses y cuya finalidad principal en el viaje NO es ejercer una actividad que sea remunerada en el lugar visitado.

Turista: es un visitante (que se desplaza a un lugar diferente a su entorno habitual, por una duración inferior a 12 meses y cuya finalidad principal en el viaje NO es ejercer una actividad que sea remunerada en el lugar visitado) que pernocta como mínimo una noche en el lugar visitado.

Excursionista: es un visitante (que se desplaza a un lugar diferente a su entorno habitual, por una duración inferior a 12 meses y cuya finalidad principal en el viaje NO es ejercer una actividad que sea remunerada en el lugar visitado) que realiza una visita de día y NO pernocta en el lugar visitado.



En **otros viajeros** englobamos:

- Personas que viajan dentro de su entorno habitual (viajeros laborales fronterizos, trabajadores fronterizos, viajeros en vecindad directa de lugar de residencia),
- Personas que cambian de lugar de residencia (Migrantes a largo plazo, y personas que se trasladan a otro lugar dentro de su país de residencia, ambos grupos con un propósito de estancia de más de 12 meses).

- Personas sin lugar fijo de residencia (nómadas, vagabundos, refugiados).
- Personas que viajan a lugares donde perciben remuneración (migrantes a corto plazo con propósito de estancia igual o inferior a 12 meses, trabajadores estacionales, conferenciantes, artistas de espectáculos, Au pair,)
- Otros excluidos por convención (pasajeros de tránsito, miembros de las fuerzas armadas, representación de consulados, diplomáticos, prisioneros)

1.3. LA HETEROGENEIDAD DE LA ACTIVIDAD TURÍSTICA Y LA HOMOGENIZACIÓN DE CONCEPTOS.

Viaje: es el que realiza un individuo o un grupo, cada vez que deja su lugar de residencia habitual por un motivo o más, recorre una determinada distancia para visitar uno o más destinos, con uno o más medios de transporte, y vuelve a su residencia. (Un viaje de negocios es un viaje, pero no es turismo).

Viaje de vacaciones: es un viaje en el que el motivo principal es el ocio, e incluye cuatro pernoctaciones como mínimo.

Turismo interno: es el que realizan los residentes de un país que viajan dentro del propio país.

Turismo receptor: es el que realizan los no residentes que viajan dentro de un determinado país.

Turismo emisor: es el que realizan los residentes de un determinado país, que viajan a otro país.

[OJO, si se hace un estudio de una zona en concreto, por ejemplo a nivel de las Islas Baleares, el concepto país debe entenderse como esa zona en concreto, en este caso, sólo las Islas Baleares]

TIPOLOGÍA DE TURISMO

TURISMO INTERIOR = TURISMO INTERNO + TURISMO RECEPTOR

TURISMO INTERIOR = el que realizan los residentes de un país que viajan dentro del propio país + el que realizan los no residentes que viajan dentro de un determinado país.

TURISMO NACIONAL = TURISMO INTERNO + TURISMO EMISOR

TURISMO NACIONAL = el que realizan los residentes de un país que viajan dentro del propio país + el que realizan los residentes de un determinado país, que viajan a otro país.

TURISMO INTERNACIONAL = TURISMO RECEPTOR + TURISMO EMISOR

TURISMO INTERNACIONAL = el que realizan los no residentes que viajan dentro de un determinado país + el que realizan los residentes de un determinado país, que viajan a otro país.

La definición de Turismo no acaba de determinar de una manera inequívoca y única, los principales componentes y unidades que la integran, por lo que es necesario unificar conceptos:

- Unificar ciertas definiciones (ver material de apoyo 1)
- Contabilizar las actividades y los bienes y servicios turísticos

Los **bienes y servicios** turísticos son los que se destinan a satisfacer las necesidades de los visitantes de un determinado país o régión. Se dividen en:

- **Bienes y servicios primarios o puramente turísticos:** son los que dependen totalmente de la actividad turística (hoteles, apartamentos...)
- **Bienes y servicios secundarios o complementarios:** son los que dependen parcialmente de la actividad turística. Este tipo de bienes y servicios son los más difíciles de clasificar (por ej. un restaurante tendrá clientes que sean visitantes y otros que no lo sean, pero dependiendo de donde esté situado es posible que sólo tenga visitantes o sólo clientes del lugar).
- **Actividades y servicios intermedios o indirectos:** dependen indirectamente de la actividad turística (por ej. la construcción).

1.4. PROBLEMÁTICA DE LA ACTIVIDAD TURÍSTICA

- Hay dificultad para conseguir datos creíbles para describir la magnitud y las consecuencias del turismo en la economía.
- Hay una gran diversidad en el sector, lo que lleva a plantearse si el turismo es realmente un sector o un conjunto de sectores.
- Hay grandes variaciones del fenómeno turístico según el lugar y la diversidad de tamaño de esos lugares.
- Hay fragmentación y falta de organización en la actividad turística; es un sector muy complejo.
- Es difícil hacer predicciones a medio y largo plazo debido al gran dinamismo del sector y a la exposición del sector a cambios imprevistos o imprevisibles (guerras, cambio de gustos del cliente, etc). Esta dificultad de predicción es característica del sector turístico, a pesar de que estas predicciones son necesarias y muy importantes para su funcionamiento.

Estos problemas se intentan solucionar o clarificar con la homogeneización de definiciones y clasificaciones.

OBJETIVO DE LA ASIGNATURA: TENER HERRAMIENTAS VÁLIDAS PARA TRABAJAR CON SEGURIDAD, ES DECIR, QUE A PARTIR DE UNOS DATOS, SE PUEDA TRABAJAR CON ELLOS Y SACAR CONCLUSIONES VÁLIDAS.

TEMA 2. LAS VARIABLES QUE MIDEN LA ACTIVIDAD TURÍSTICA

9/10/2008

2.1. VARIABLES E INDICADORES DE LA ACTIVIDAD TURÍSTICA.

VARIABLE: Es el conjunto de observaciones sobre una determinada característica (IMP). Por ejemplo, si se hace un estudio sobre la edad de los alumnos que hay en una clase, la característica es la edad del alumno y cada una de las edades será una observación, pero el conjunto de edades será la variable. Las variables deben estar bien definidas: en el ejemplo anterior lo correcto sería Variable: la edad de los alumnos de la clase de Análisis).

CONSTANTE: es una observación de un hecho concreto. Por ej: la edad de un alumno concreto.

INDICADOR: son variables que sin medir directamente una característica, nos aproximan a ella de una manera indirecta, recogiendo información que se relaciona con la que queremos obtener realmente. Por ejemplo: número de visitas a un destino como indicador de la fidelidad del turista a ese destino:

Alemanes		Británicos	
Una	39,74%	Una	23,10%
Dos	21,33%	Dos	18,29%
Tres	12,74%	Tres	16,41%
Cuatro	7,28%	Cuatro	10,44%
Más de cuatro	18,91%	Más de cuatro	31,76%

TIPOLOGÍA DE LAS VARIABLES: Es importante saber qué tipo de variable estamos analizando en cada momento, ya que según de qué tipo se trate, se pueden aplicar un tipo de normas y operaciones u otro.

Variables temporales: son las que se observan en varios períodos de tiempo consecutivos. Por ej: gasto total *per capita* y dada entre 1989 y 2004.

Variables transversales o atemporales: son las que se observan en un mismo momento del tiempo para varios individuos. Por ej: gasto total *per capita* y dada por nacionalidades en 2004.

Gasto turístico en las Islas Baleares

Gasto total per cápita y día. 1989-2004		Gasto total per cápita y día por nacionalidades. 2004	
Año		NACIONALIDAD	
89	61,76	ALEMANA	58,71
90	57,02	BRITÁNICA	73,34
91	56,54	ESPAÑOLA	70,45
92	55,10	FRANCESA	66,39
93	55,03	BELGA	63,68
94	57,93	SUECA	56,89
95	57,50	NORUEGA	68,01
96	57,31	DANESA	67,44
97	63,98	HOLANDESA	50,42
98	67,04	ESTADOUNIDENSE	54,21
99	66,34	SUIZA	83,97
00	67,49	AUSTRIACA	64,78
01	72,77	ITALIANA	76,84
02	65,41	IRLANDESA	66,69
03	61,82	OTRAS	69,14
04	66,17		

Fuente: Encuesta de Gasto Turístico de las Islas Baleares
Conselleria d'Economia i Hisenda del Govern de les Illes Balears.

Variables cualitativas (IMP): son las que expresan características o categorías de una calidad y NO pueden expresarse numéricamente:

Variables cualitativas nominales son las que únicamente ponen nombre a una característica: sexo, nacionalidad, profesión, tipo alojamiento, modo de realización de la reserva, lugar de vacaciones del año anterior, motivo del viaje, intención de retorno, tipo de moneda... Estas variables NO se pueden ordenar.

Variables cualitativas ordinales son las que llevan asociadas un orden en las respuestas: tipo de paquete turístico seleccionado, categoría del establecimiento de alojamiento, opinión sobre los precios, impresión acerca del viaje, comparación de la calidad con anteriores visitas. Estas variables se pueden

ordenar de forma creciente o decreciente: por ej estrellas de un hotel: 1, 2, 3, 4, 5) Si hablamos de cuÁntos hoteles de 2* hay en un lugar, serÃ¡ la frecuencia de una variable cuantitativa, pero si nos referimos sÃ³lo al tipo de hotel que es, serÃ¡ cualitativa.

Variables cuantitativas: son las que se expresan numÃ©ricamente y se puede operar matemÃ¡ticamente con esos datos:

Variable cuantitativa discreta: son las que toman un nÃºmero finito de valores. Son valores enteros y con valor mÃ¡ximo, como por ej. la edad, nÃºmero de estrellas de los hoteles, dÃ-as de estancia, nÃºmero de viajes realizados, personas incluidas en el paquete turÃ-stico, etc.

Variable cuantitativa continua: son las que toman un nÃºmero infinito de valores, por ej: el gasto turÃ-stico. Pueden ser cualquier tipo de valor: decimales, negativos, etc.

Hay variables que pueden ser de un tipo o de otro (cualitativa o cuantitativa) y nos puede interesar analizarlas como variables cuantitativas (pero no al revÃ©s). Salvo excepciones, la variable edad es una variable cuantitativa, pero podemos analizarla como cualitativa si la expresamos en forma de intervalos. O sea, **una variable cuantitativa puede ser tambiÃ©n cualitativa**.

2.2.LA CUANTIFICACIÃ“N DE LA DEMANDA

Las variables que **miden la demanda son aquÃ©llas que miden el consumo de bienes o servicios turÃ-sticos por parte de los visitantes**, ya sean turistas o excursionistas.

Indicadores de la demanda turÃ-stica:

- **En unidades fÃ-sicas:** el flujo turÃ-stico o volumen turÃ-stico (nÃº de viajes, nÃº de pernoctaciones, nÃº de turistas, nÃº de...)
- **En unidades monetarias:** gasto turÃ-stico, es decir, todo gasto de consumo efectuado por un visitante o a cuenta de un visitante, durante y para su desplazamiento y permanencia turÃ-stica en el lugar de destino.
 - ◆ Gasto realizado en la ciudad o paÃ±s de origen
 - ◆ Gasto realizado en el lugar de destino
 - ◆ Gasto total = gasto en origen + gasto en destino

2.3.LA CUANTIFICACIÃ“N DE LA OFERTA

La cuantificaciÃ³n de la oferta es mÃ¡s complicada que la de la demanda, debido a la **gran diversidad de actividades que pueden ser clasificadas como turÃ-sticas**. La actividad mÃ¡s destacada es la **oferta hotelera**, que es una actividad primaria o de primer nivel. La oferta hotelera se mide principalmente por la capacidad de alojamiento turÃ-stico:

- NÃº de establecimientos por categorÃ-as
- NÃº de plazas
- NÃº de habitaciones
- NÃº de meses de apertura a lo largo del aÃ±o

El grado de utilizaciÃ³n de la capacidad productiva hotelera se mide por los siguientes indicadores:

- NÃº de viajeros

- Número de pernoctaciones

Estos indicadores permiten calcular la TASA DE OCUPACIÓN que es la proporción de habitaciones o plazas/cama de un establecimiento de alojamiento colectivo de turismo, ocupadas durante un cierto periodo de tiempo:

Total de pernoctaciones

Tasa de ocupación = -----

Total de plazas X Número de noches

Este cociente dará un número con varios decimales, pero aporta más información si lo transformamos en un porcentaje, multiplicándolo por 100:

Total de pernoctaciones

Tasa de ocupación en % = ----- X 100

Total de plazas X Número de noches

El Total de pernoctaciones es el número de noches que un turista se aloja en el establecimiento y el Número de noches es el número de días o noches del periodo que se considere (un mes, varios meses, un año). Este número debe ser exacto, es decir si se trata del mes de febrero se contabilizarán los 28 días, si es agosto 31, etc...

Ejemplo: Calcular la tasa de ocupación de un hotel de 250 plazas en el mes de marzo, que ha tenido 770 pernoctaciones:

Total de pernoctaciones 770

Tasa de ocupación = ----- X 100 ==> -----
X 100

Total de plazas X Número de noches 250 X 31

$$T.O. = 0,099 \times 100 = 9,9 \% \approx 10\%$$

Ejercicio: Calcular las pernoctaciones mensuales (mes estandar de 30 días) de un alojamiento turístico que tiene 25 habitaciones individuales, 15 dobles y 30 triples. Ocupa un 73% de su capacidad.

Total de pernoctaciones

Tasa de ocupación = ----- X 100

Total de plazas X Número de noches

Total de pernoctaciones

73% = ----- X 100

$$[25 + (15 \times 2) + (30 \times 3)] \times 30 \text{ noches}$$

Total de pernoctaciones 73 X 145 X 30

$$73\% = \frac{73}{100} \times 100 \text{ total pernoctaciones} = \frac{73}{100} \times 145 \times 30 = 3175,5$$

145 X 30 100

total pernoctaciones = 3176 (se redondea)

Si se usa la fórmula sin porcentajes será:

Total de pernoctaciones Total de pernoctaciones

$$\frac{0,73}{100} = \frac{0,73}{100} \times 100 ==> 0,73 =$$

$$[25 + (15 \times 2) + (30 \times 3)] \times 30 \text{ noches} 145 \times 30$$

$$0,73 \times 145 \times 30 = 3175,5 = \text{total de pernoctaciones}$$

Ejercicio: Un hotel presenta una T.O. del 16,76% con un total de 2345 pernoctaciones mensuales y abre 26 días de un mes de 31. Calcular el nº de plazas del hotel.

2345 234500

$$16,76\% = \frac{16,76}{100} \times 100 = 16,76$$

Total de plazas X 26 Total de plazas X 26

234500

$$16,76 \times 26 \times \text{Total de plazas} = 234500 \text{ Total de plazas} = \frac{234500}{16,76} = 538,1 \text{ plazas}$$

16,76 X 26

538,1 plazas ≈ 269 habitaciones dobles

2.4. LAS CLASIFICACIONES UNIFORMES DE LAS ACTIVIDADES

Una clasificación uniforme de actividades **consiste en la clasificación de todas las actividades económicas de manera exhaustiva, coherente y completa, de forma que no exista ambigüedad posible**, en el sentido de que cada una ocupe un lugar y sólo uno en la clasificación. Esto permite:

- Decidir si la producción de una empresa con una actividad económica determinada pertenece a un sector u otro.
- Afrontar que existen productos y servicios que sin cambiar de naturaleza, parece que pueden estar clasificados en dos sectores diferentes.

A nivel mundial, existe la clasificación de actividades de la **C.I.I.U.** (Clasificación Industrial Internacional Uniforme de actividades, elaborada por la División de Estadística de la Secretaría de Naciones Unidas). Se puede consultar en la web de la **OMT**, www.world-tourism.org.

A-	Agricultura.
B-	Pesca.
C-	Explotación de minas y canteras.
D-	Manufactura.
E-	Suministro de electricidad, gas y agua.
F-	Construcción.
G-	Ventas al por mayor y al por menor.
H-	Hoteles y restaurantes.
I-	Transporte, almacenamiento y comunicaciones.
J-	Intermediación financiera.
K-	Actividades inmobiliarias y de alquiler.
L-	Administración Pública.
M-	Enseñanza.
N-	Actividades sociales y de salud.
O-	Viviendas.
P-	Otras actividades de servicios colectivos, sociales y personales.
Q-	Organizaciones y entidades extraterritoriales.

Los sectores de la C.I.I.U. más relacionados con el turismo, están desagregados en la **C.I.U.A.T.**, que es otra clasificación más específica: Recoge la especificación de qué subsectores se dedican totalmente al turismo (T) y cuáles se dedican sólo parcialmente (P):

Cuadro 1.3 Sector H: Hoteles y restaurantes

P/T	Nombre	% Venta al Turismo	Compras al Turismo
T	Hoteles, campamentos y otros establecimientos de alojamiento comerciales:		
T	Hoteles y moteles con restaurante	A	M
T	Hoteles y moteles sin restaurante	A	M
T	Hostales y refugios	A	B
T	Estacionamiento para vehículos de caravanning y terrenos de camping	A	B
T	Alojamiento con fines sanitarios	A	B
T	Otras instalaciones de alojamiento, N.C.O.P.	M	B
P	Restaurantes, bares y cantinas:		
P	Cafés y otros lugares de consumo	M	M
P	Restaurantes de servicio completo	M	M
P	Restaurantes de comida rápida (fast food) y cafeterías	M	M
P	Servicios y proveedores de comida para colectividades	M	M
P	Quioscos, puestos de refrescos y vendedores de comida	M	M
P	Salas de fiestas (nights clubs) y cenas espectáculo	M	M

Otro sistema muy importante a nivel mundial y compatible con las anteriores clasificaciones, es la Clasificación Industrial General de Actividades Económicas de la Comunidad Europea (**N.A.C.E.**).

2.5.LAS ESTADÍSTICAS TURÍSTICAS Y SUS FUENTES

Antes de hacer un análisis turístico, hay que obtener la información que será objeto del estudio. Es necesario conocer las fuentes para la elaboración de la información (encuestas y cuestionarios) y las estadísticas sobre turismo que publican diversos organismos:

A nivel mundial:

OMT

Eurostat

A nivel estatal:

IET

INE

AENA

A nivel autonómico:

Conselleria de Turisme

Conselleria d'Economia, Hisenda i Innovació

Conceptos:

- **Población estadística:** son todos aquellos elementos que se quieren analizar.
- **Muestra:** es un subconjunto de elementos de la población. Tienen que ser representativos de la población ya que resulta muy costoso y difícil conocer todos los elementos de esa población.
- **Inferir:** generalizar los resultados de la muestra a toda la población.
- **Unidad muestral:** elemento o unidad que se escoge como elemento de estudio. Esta será la unidad que será entrevistada.
- **Encuesta:** entrevista personal, telefónica o por correo postal, etc...
- **Cuestionario:** conjunto de preguntas abiertas (la respuesta es libre por parte del entrevistado, por ej., Nacionalidad) o cerradas (hay que escoger la respuesta entre unas opciones determinadas).

Las estadísticas de turismo en España

El I.E.T. (Instituto de Estudios Turísticos) elabora tres encuestas fundamentales para el conocimiento del sector turístico en España: la encuesta sobre Movimientos en Frontera (FRONTUR), la encuesta sobre Movimientos Turísticos de los Españoles (FAMILITUR) y la encuesta sobre Gasto Turístico (EGATUR).

- **FRONTUR** cuantifica y caracteriza el número de visitantes que llegan a España por las distintas vías de acceso a las fronteras.
- **FAMILITUR** cuantifica y caracteriza los flujos de viajeros españoles entre las distintas Comunidades Autónomas y hacia el extranjero.
- **EGATUR** cuantifica el gasto realizado en el turismo receptor y el emisor.

El I.N.E. (Instituto Nacional de Estadística) es un organismo autónomo adscrito al Ministerio de Economía y Hacienda. Las principales estadísticas turísticas que realiza son:

- Estadística de movimientos de viajeros en establecimientos hoteleros.
- I.P.C., se extraen los I.P.H (Índice de precios por hoteles y otros establecimientos), I.P.R. (Índice de precios de restaurantes y cafeterías) y el Índice de servicios turísticos. Estos 3 Índices se combinan en el I.P.T.H. (Índice de precios de turismo y hotelero). No hay que confundir estos datos con el Gasto Turístico.

La **Conselleria de Turisme** y la **Conselleria d'Economia, Hisenda i Innovació** del **Govern Balear**, realizan las siguientes encuestas:

- Encuesta sobre el cálculo de turistas
- Encuesta del gasto turístico de las Islas Baleares: determina el gasto turístico total que se hace en la CAIB durante todo un año. El gasto se puede desglosar según se haga en el lugar de origen o en el de destino. La población es aproximadamente de 10 millones de turistas y la muestra es de 5500 turistas. La muestra se estratifica en grupos según su nacionalidad y según la isla que visiten. La entrevista se realiza en el momento de la salida en el aeropuerto o en el puerto.

23/10/2008

Una variable puede ir acompañada de otros datos que serán frecuencias, pesos, ponderaciones.

Variables cualitativas nominales: sexo, tipo de moneda

Variables cualitativas ordinales: estrellas de un hotel

Por ej: se encuesta a 100 personas sobre el tipo de hotel en el que se han alojado:

Estrellas	Nº de personas	Frecuencia relativa
1*	15	15 %
2*	45	45%
3*	25	25%
4*	15	15%
N=	100	Total =100%

El número de personas que ha contestado sobre cada categoría de hotel será la frecuencia.

No hay que confundir las variables con las frecuencias. **Lo primero que hay que hacer siempre es identificar el tipo exacto de variable** con el que vamos a trabajar.

Sexo	Frecuencia
Hombre	7
Mujer	13

Las variables serán hombre o mujer y las frecuencias 7 y 13.

Una constante es la observación de un hecho concreto.

Necesitamos que la variable vaya acompañada de una frecuencia.

Variable cuantitativa temporal: gasto medio del año 2000 al 2002

Año	Gasto	frecuencia
2000	X	1
2001	Y	1
2002	Z	1

En este caso la variable es gasto y sus frecuencias son unitarias, ya que los valores de la variable no se repiten.

Â			
Â		x	
Â	x		
x			
Â			
Â	Â	Â	Â
2000	2001	2002	

Variable cuantitativa no temporal

- Gasto de los alumnos de la clase en los viajes de este verano:

X €

Y €

Z €

W €

X €

Las frecuencias serán unitarias en los valores que no se repiten, excepto en X € que también se repite.

- Edad (en intervalos)

Edad	frecuencia
0–10	
11–20	
21–30	

Los intervalos se pueden tratar también como variable cualitativa.

El número de personas que están en cada intervalo será la frecuencia.

TEMA 3. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA VARIABLE

6/11/2008

HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS UNIVARIANTE DE UNA VARIABLE: PARÁMETROS, ESTADÍSTICOS Y GRÁFICOS

Bibliografía: Tema 3 del libro y material de apoyo 2.

Análisis descriptivo o Estadística descriptiva: conjunto de técnicas para describir de forma resumida y ordenada el comportamiento de una variable:

- estadísticos
- gráficos

3.1. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA VARIABLE CUALITATIVA

- DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS (numérica y gráfica)
- ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: moda y mediana

1er PASO. FRECUENCIA O FRECUENCIA ABSOLUTA (ni): número de veces que se repite uno de los valores de una variable (X_i). Por ejemplo, una encuesta de edad a un grupo de 100 personas:

X_i	n_i
-16	25
17–30	15
31–50	10
51–70	30
+70	20
N =	100 personas

25 personas de las 100 encuestadas, han contestado que tienen menos de 16 años.

15 personas de las 100 encuestadas, han contestado que tienen entre 17 y 30 años.

10 personas de las 100 encuestadas, han contestado que tienen entre 31 y 50 años.

30 personas de las 100 encuestadas, han contestado que tienen entre 51 y 70 años.

20 personas de las 100 encuestadas, han contestado que tienen más de 70 años.

2º PASO. FRECUENCIA RELATIVA (fi): es la frecuencia absoluta (n_i) de cada categoría de la variable dividida por el número total de observaciones (N).

X_i	n_i	$f_i = (n_i/N)$
-16	25	0,25
17–30	15	0,15
31–50	10	0,1
51–70	30	0,3
+70	20	0,2
	Total = 1	

Si tenemos las frecuencias relativas unitariamente (en tantos por 1), la suma de todas ellas debe dar 1. Si lo queremos representarlas en porcentajes, hay que multiplicar cada frecuencia relativa por 100, y la suma de todas ellas dará 100. Es recomendable hacerlo en porcentajes y comprobar siempre que la suma de todas es

igual a 100.

X_i	n_i	$f_i = (n_i/N)$	$f_i \%$
-16	25	0,25	25%
17–30	15	0,15	15%
31–50	10	0,1	10%
51–70	30	0,3	30%
+70	20	0,2	20%
Total =	1	100	

DistribuciÃ³n de frecuencias: registro de todos los posibles valores de la variable, junto con sus frecuencias asociadas. (Cuadro de X_i , n_i , f_i , $f_i \%$). La distribuciÃ³n de frecuencias suele ir acompañada de representaciones gráficas que facilitan y clarifican la lectura de la información.

DIAGRAMA DE BARRAS: representa cada una de las categorías de la variable (en el eje X) y su frecuencia relativa o absoluta (en el eje Y) en forma de rectángulos. Siempre hay que indicar qué tipo de frecuencia estamos empleando. Cuando se trata de variables cualitativas, las barras pueden ser de cualquier manera, no hay condición fija, simplemente que quede claro y estético. Siguiendo con el ejemplo anterior, quedaría así:

valores de la variable

PICTOGRAMA: es un círculo donde se representan las categorías de la variable, proporcionalmente a las frecuencias. Siempre se debe empezar a representar desde la mitad de las 12 en punto y hacia la derecha (si se trata de variables nominales, se empieza igual pero el orden no es tan importante). Se puede hacer calculando los ángulos o bien por porcentajes (25, 50, 75%). Los pictogramas nos aportan datos por la forma en que están confeccionados (IMP)

Frecuencia relativa $X = 360^\circ$

Ángulo del pictograma = _____ = Frecuencia relativa $X = 3,6$

100

100 % 25%

75 % 50%

3er PASO. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS O DE RESUMEN: son los valores que aportan más información sobre la variable. Los estadísticos que más se utilizan son la Moda y la Mediana.

La **MODA** es aquella categoría de la variable que tiene una mayor frecuencia. Es aquel valor (unimodal) o valores (bimodal o multimodal) de la variable que tienen una mayor frecuencia.

X_i	n_i
Española	40
Británica	10
Alemana	40
otros	10

En este ejemplo sobre nacionalidades, la distribución será bimodal (Española y Alemana) ya que hay dos valores cuyas frecuencias son las mayores.

X_i	n_i
-16	25
17–30	15
31–50	10
51–70	30
+70	20

En este ejemplo de las edades, 30 es la frecuencia mayor y el valor de la variable es entre 51 y 70 años. La moda de esta variable es entre 51 y 70 años. La variable menor de 16 años tiene una frecuencia muy alta, pero por debajo de la moda, pero el resto de variables quedan muy lejos de estos dos valores, por lo que menor de 16 será la casi-moda de esta distribución. **En el pictograma podemos detectar la moda por el ángulo mayor.**

La **MEDIANA** es aquel valor de la distribución que ocupa el valor central de la misma. Ordenados los valores de la variable (no de las frecuencias), de menor a mayor, la mediana define aquel punto que deja por debajo de sí mismo el 50% de las observaciones. Para poder calcular la mediana deben cumplirse dos condiciones:

- Debe tratarse de una variable cualitativa **ORDINAL**
- Hay que calcular las **frecuencias relativas acumuladas** ($F_i =$ sumar cada frecuencia relativa con la siguiente hasta que sea 100):

X_i	n_i	$f_i = (n_i/N)$	$f_i \%$	F_i
-16	25	0,25	25%	25%
17–30	15	0,15	15%	40%
31–50	10	0,1	10%	50%
51–70	30	0,3	30%	80%
+70	20	0,2	20%	100%
Total =		1	100	

Para saber la mediana, necesitamos el primer valor que contenga el 50%. En este caso, tenemos el valor exacto de 50%, lo que quiere decir que por encima de este valor estará el 50% de las observaciones (no de valores) y por debajo, el otro 50%. La mediana de esta variable será entre 31 y 50 años. Pero, si en lugar de las frecuencias, pusieramos los valores en linea, quedaría:

-16, -16, -16, ..., 17–30, 17–30, ..., 31–50, 31–50, 31–50, ..., 51–70, 51–70, ..., + de 70....

25 veces 15 veces 10 veces 30 veces 20 veces

Si el número de observaciones es par, no hay mediana porque ese puesto quedaría vacío. Es este caso, como hay 100 observaciones, la mediana será tanto el valor 31–50, como el valor 51–70, ya que la observación número 50 será 31–50, y la número 51 será 51–70, ya que la mediana se encontrará entre la posición 50 y 51 de las observaciones. Si hubiera 99 observaciones, la mediana sería el valor que estuviera en la posición 50. Si cambiamos las frecuencias, queda:

X_i	n_i	$f_i = (n_i/N)$	$f_i \%$	F_i

-16	25	0,25	25%	25%
17–30	15	0,15	15%	40%
31–50	12	0,12	12%	52%
51–70	30	0,3	30%	82%
+70	18	0,18	18%	100%
	Total =	1	100	

En este caso, no habrá duda de que la mediana es 31–50, porque el valor 52% supera el 50% de las observaciones.

EJEMPLO:

Nacionalidad	ni
Alemana	1500
Británica	1980
Española	420
Francesa	200
otros	900

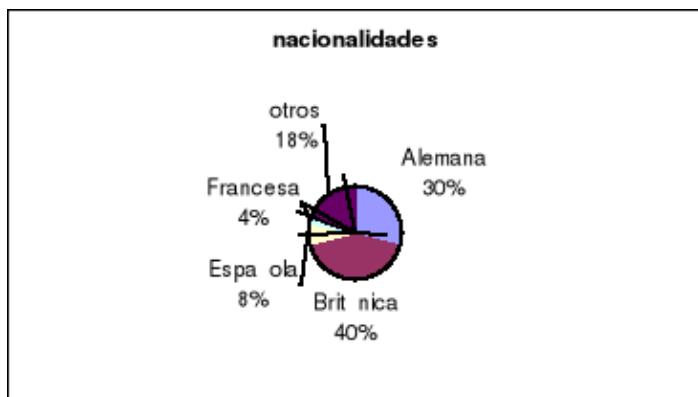
1er paso:

Nacionalidad	ni	fi %	Fi
Alemana	1500	30%	30
Británica	1980	39,6%	69,6
Española	420	8,4%	78
Francesa	200	4%	82
otros	900	18%	100

N = 5000

2º paso: Diagrama de barras:

Pictograma:



Con las frecuencias acumuladas podemos ir señalando aproximadamente los ángulos, suponiendo que el círculo está dividido en 4 partes iguales:

30	Un poco mÁs del 25%
69,6	Menos del 75 %
78	MÁs del 75%
82	
100	

La moda de la variable Nacionalidad es BritÁnica y habrÁ tambiÁn una casi–moda que serÁ a Alemana. La mediana no se puede calcular porque se trata de una variable cualitativa nominal. No se puede calcular la mediana porque esta variable no se puede ordenar de menor a mayor y ademÁs si cambiÁramos el orden de las nacionalidades, la mediana cambiarÁ de lugar con cada cambio.

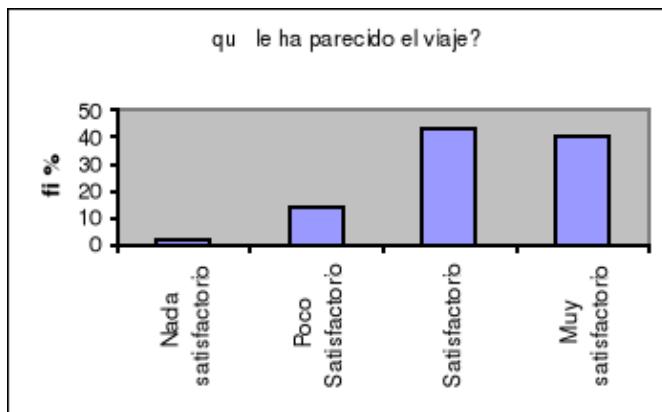
EJEMPLO: (los valores de No sabe/no contesta sÁlo se consideran si son muy significativos)

Â¿QuÃ© le ha parecido el viaje?	ni
Nada satisfactorio	6
Poco Satisfactorio	31
Satisfactorio	96
Muy satisfactorio	90

Â¿QuÃ© le ha parecido el viaje?	ni	fi %	Fi
Nada satisfactorio	6	2,69	2,7
Poco Satisfactorio	31	13,90	16,6
Satisfactorio	96	43,049	59,6
Muy satisfactorio	90	40,35	100

N = 223

Diagrama de barras:



Pictograma:

La moda es satisfecho y casi–moda muy satisfecho.

SegÃ³n las frecuencias acumuladas, el valor que contiene el 50% es Satisfecho con una Fi del 59,6% (la variable es cualitativa ordinal y estÃ¡ ordenada de menor a mayor). **En el pictograma podemos saber cuÃl es la mediana, por el valor que estÃ¡ en el punto del 50% del cÃ-rculo.**

EJERCICIO:

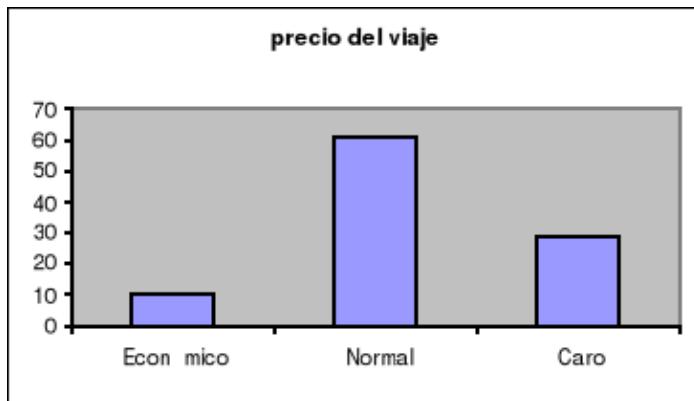
Precio del viaje	ni
Económico	480
Normal	2970
Caro	1395

Distribución de frecuencias:

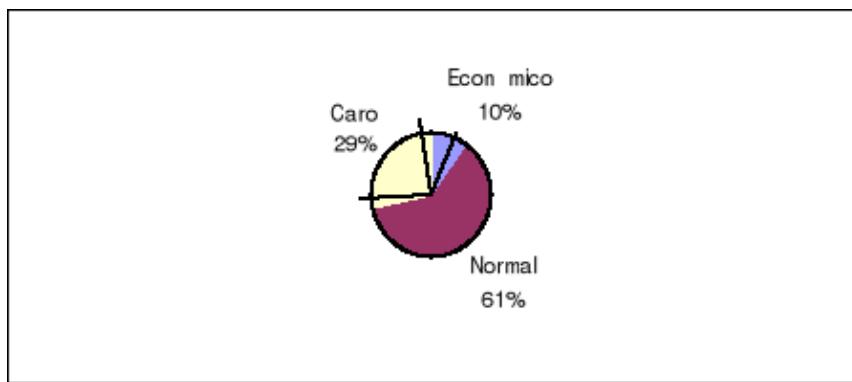
Precio del viaje	ni	fi %	Fi
Económico	480	9,9%	9,9
Normal	2970	61,3%	71,2
Caro	1395	28,79%	100

N = 4845

Diagrama de barras:



Pictograma:



Moda: Normal es la variable con mayor frecuencia.

Mediana: Es una variable cualitativa ordinal y ya está ordenada de menor a mayor. Según las frecuencias acumuladas y el pictograma, el 1er valor que está por encima del 50% es de la variable Normal.

Si se trata de una variable cualitativa ordinal, se ordena dicha variable (no las frecuencias) de menor a mayor y se indican los cuartiles (ver pág 28).

3.2. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE UNA VARIABLE CUANTITATIVA

La distribución de frecuencias de las variables cuantitativas se calcula igual que con las variables cualitativas. La diferencia es que **con las variables cuantitativas es posible obtener estadísticos adicionales a la moda y la mediana**, que facilitan su descripción. Para la elaboración de frecuencias es necesario, aunque no siempre, agrupar los valores de la variable en intervalos.

Siempre hay que ordenar la variable de menor a mayor.

1er paso: distribución de frecuencias:

Cuando los valores son unitarios (que su frecuencia sea 1) no es necesario hacer la distribución de frecuencias, y tampoco hay moda (porque todos los valores tienen la misma frecuencia, que será uno). **En el caso de la mediana de una variable cuantitativa, si los valores son pares, hay que hacer la media aritmética de los valores centrales**, pero si son impares, la mediana será un solo valor.

Ejemplo:

Edad : 20, 21, 23, 23, 25, 27, 28, 29, 29, 30

Moda: 23 y 29 son los valores con mayores frecuencias (distribución bimodal).

Mediana: como el número de valores es par (ya están ordenados de menor a mayor) la mediana estará entre 25 y 27, por lo que hay que calcular la media aritmética:

$$25 + 27$$

$$\frac{\text{-----}}{2} = 26$$

$$2$$

Si el número de valores fuera impar, la mediana será un solo valor.

Para tratar variables que toman gran cantidad de valores, el procedimiento usual consiste en agrupar los valores en intervalos. La distribución de frecuencias se realizará tomando como referencia, los distintos intervalos de la variable (marca de clase).

La marca de clase es un número que representa a un intervalo. Es el valor medio y central del intervalo y se calcula con la semisuma de los valores del intervalo. Cuando calculamos la marca de clase, ésta será X_i , para poder trabajar con el intervalo.

Edad	Marca de clase (X_i)
[1,19]	10
[20,39]	29,5
[40,59]	49,5
[60,79]	69,5
+ 79	89,5

$$(1 + 19) / 2 = 10$$

$$(20 + 39) / 2 = 29,5$$

$$(40 + 59) / 2 = 49,5$$

$$(60 + 79) / 2 = 69,5$$

+ 79 es lo mismo que [80, ^]. = 89,5

Para poder saber la marca de clase, en el caso $[80, \hat{a}]$, observamos \hat{a}^3 mo son las de los otros intervalos, que criterio cumplen. Vemos que las otras marcas de clase son el primer n° del intervalo más 9,5. Para el intervalo $[80, \hat{a}]$ haremos lo mismo, y su marca de clase será 89,5. Los intervalos [...] son cerrados, mientras que + 79 será un intervalo abierto.

2º paso: representación gráfica: HISTOGRAMA

La representación gráfica de la distribución de frecuencias de una variable continua (son las que toman un número infinito de valores) se representa mediante el histograma. El histograma es como un diagrama de barras, pero cada una de las barras es un rectángulo cuya área es la frecuencia relativa, es decir:

ni

$$\text{Área} = \text{Base} \times \text{Altura} = \underline{\hspace{2cm}}$$

N

Donde la base es la amplitud del intervalo y la altura es:

1 ni

Altura = ----- x -----

base N

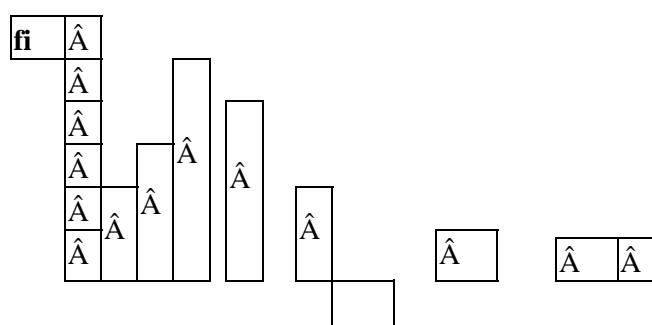
Para que la representación gráfica sea más sencilla, le damos valor 1 a la base del rectángulo y conseguimos que el área sea igual a la altura:

ni ni ni

Base x Altura = ----- 1 x altura = ----- altura = -----

N N N

En el histograma no se deja espacio entre las barras, a diferencia del diagrama de barras anterior;



$$\boxed{X_i = \\ 1}$$

ESTADÁSTICOS DESCRIPTIVOS: POSICIÁ“N, DISPERSIÁ“N Y FORMA

3.3. ESTADÁSTICOS O MEDIDAS DE POSICIÁ“N (centrales y no centrales)

Ofrecen información de donde se sitúan los valores característicos de la variable.

MEDIDAS DE POSICIÁ“N CENTRAL: moda, mediana, media aritmética, media ponderada y media geométrica.

Por ej. si los días de vacaciones que han tenido 10 turistas son:

13,14,15,16,17,25,26,26,29,31

La **moda** será 26 (es la que tiene mayor frecuencia) y la **mediana** (valor que se sitúa en el punto medio de la distribución) como hay un nº par de observaciones, será la media de los valores centrales 17 y 25, es decir, 21 días $[(17 + 25) / 2]$.

Media aritmética: suma de todos los valores de la variable, dividida por el total de observaciones. Se distingue de la mediana en que utiliza en su cálculo todas las observaciones de la muestra:

$$\hat{\text{a}}^{\text{c}} X_i$$

$$= \frac{\sum_i \hat{\text{a}}^{\text{c}}}{n}$$

$$X = \frac{\sum_i \hat{\text{a}}^{\text{c}}}{n}$$

$$n$$

X_i = valores de la variable

n = nº mero total de observaciones

Si usamos distribuciones de frecuencias, la fórmula quedaría:

$$\hat{\text{a}}^{\text{c}} X_i * n_i$$

$$= \frac{\sum_i \hat{\text{a}}^{\text{c}}}{n}$$

$$X = \frac{\sum_i \hat{\text{a}}^{\text{c}}}{n}$$

$$n$$

X_i = valores de la variable

n = nº mero total de observaciones = $\hat{\text{a}}^{\text{c}} n_i = N$

n_i = frecuencia absoluta

Con la 1º fórmula sería:

$\hat{a}^* X_i$

$$\sum_i \hat{a}_i^* 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 25 + 26 + 29 + 31$$

$$X = \frac{\sum_i \hat{a}_i^* 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 25 + 26 + 29 + 31}{n}$$

n 10

Con la 2^a fórmula:

$\hat{a}^* X_i * n_i$

$$\sum_i \hat{a}_i^* 13 * 1 + 14 * 1 + 15 * 1 + 16 * 1 + 17 * 1 + 25 * 1 + (26 * 2) + 29 * 1 + 31 * 1$$

$$X = \frac{\sum_i \hat{a}_i^* 13 * 1 + 14 * 1 + 15 * 1 + 16 * 1 + 17 * 1 + 25 * 1 + (26 * 2) + 29 * 1 + 31 * 1}{n}$$

n 10

Supongamos que tenemos las siguientes observaciones:

10,10,10,15,15,20,20,20,20,21

La moda será 20 y la mediana será 20

-

La media aritmética (X) será:

$\hat{a}^* X_i$

$$\sum_i \hat{a}_i^* 10 + 10 + 10 + 15 + 15 + 20 + 20 + 20 + 20 + 21$$

$$X = \frac{\sum_i \hat{a}_i^* 10 + 10 + 10 + 15 + 15 + 20 + 20 + 20 + 20 + 21}{n}$$

n 11

Si pasamos las observaciones a una distribución de frecuencias, quedaría (con los valores de la variable ordenados de menor a mayor, no las frecuencias):

X _i	n _i
10	3
15	2
20	5
21	1

n = 11

Y calcularíamos la media aritmética:

$\hat{a}^* X_i * n_i$

$$\sum_i i \cdot f(i) = 10 \cdot 3 + 15 \cdot 2 + 20 \cdot 5 + 21 \cdot 1$$

$$X = \frac{\sum_i i \cdot f(i)}{n} = \frac{10 \cdot 3 + 15 \cdot 2 + 20 \cdot 5 + 21 \cdot 1}{11}$$

n = 11

Si hay muchos datos, es mejor emplear esta segunda fórmula.

PROPIEDADES DE LA MEDIA ARITMÉTICA (IMP)

- La suma de las desviaciones de los valores de la variable (diferencias entre cada valor y la media aritmética), respecto a la media es igual a cero:

n =

$$\sum_i (X_i - \bar{x}) = 0$$

i = 1

X _i	n _i	media arit	X _i – media arit
10	3	16,45	-6,45
15	2	16,45	-1,45
20	5	16,45	3,55
21	1	16,45	4,55
$\sum_i (X_i - \bar{x})$			= 0

- Si a los valores de la variable se les suma una constante, la media de los valores transformados se incrementa en esa cantidad:

X _i	X _i + 5
10	15
15	20
20	25
21	26

$$\sum_i (X_i + 5) * n_i$$

$$\sum_i i \cdot f(i) = (15*3) + (20*2) + (25*5) + (26*1)$$

$$X_i + 5 = \frac{\sum_i i \cdot f(i)}{n} = \frac{(15*3) + (20*2) + (25*5) + (26*1)}{10} = 21,45$$

n = 10

--

$$X_i + 5 = X_i + 5 = 16,45 + 5 = 21,45$$

- Si los valores se multiplican por una constante, la media de los valores transformados será la media original multiplicada por esa constante:

X_i	$X_i * 2$
10	20
15	30
20	40
21	42

$\sum X_i * n_i$

$$\sum X_i * n_i = (20*3) + (30*2) + (40*5) + (42*1)$$

$$\frac{\sum X_i * n_i}{n} = \frac{16,45 * 2}{10} = 32,9$$

n 10

--

$$X_i * 2 = X_i * 2 = 16,45 * 2 = 32,9$$

Media ponderada: los valores promediados son ponderados mediante un peso determinado. Si tenemos p valores distintos de la variable X_i y a cada uno de ellos se le da un peso w_i , la media ponderada se define como:

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^p w_i X_i}{\sum_{i=1}^p w_i}$$

Las observaciones de una variable tambiÃ©n podrÃ¡n ponderarse por sus frecuencias relativas: $w_i = n_i/n$, es decir, por la importancia relativa de cada valor en la distribuciÃ³n

En ocasiones, la ponderaciÃ³n tiene que ver con el peso en la poblaciÃ³n de las distintas observaciones. Supongamos, por ejemplo, que se dispone del gasto turÃ¡stico diario de tres personas que representan a los turistas que han visitado tres municipios distintos de una regiÃ³n. El gasto de cada uno de ellos es de 200, 200 y 100 euros. Si se pidiese calcular el gasto turÃ¡stico medio diario en la regiÃ³n, una opciÃ³n directa serÃ¡ la siguiente:

En ese perÃodo, el nÃºmero de turistas que ha visitado cada municipio ha sido 10.000, 20.000 y 1.000.000 turistas, respectivamente. ResultarÃ¡ lÃ³gico utilizar una media ponderada, donde el gasto de cada turista de la muestra serÃ¡ asignado a todos los turistas del correspondiente municipio:

Dependiendo del peso que empleemos, la media aritmÃ©tica saldrÃ¡ distinta.

Media geomÃ©trica: se utiliza para calcular los promedios de valores que son porcentajes, tasas, tipos de interÃ©s, nÃºmeros Ãndices..., es decir, valores que representan variaciones acumulativas, de un perÃodo anterior. Cada valor se eleva a su frecuencia relativa y se hace raÃ§a cuadrada n.

$$g = \sqrt[n]{X_1^{n_1} X_2^{n_2} \dots X_p^{n_p}}$$

Por ej: 15%, 18%, 20%

$g =$

Los valores los pondrámos en tantos por 1 y harámos la raíz 3, porque hay 3 valores.

MEDIDAS DE POSICIÓN (NO CENTRALES): CUARTILES, DECILES, Y PERCENTILES

Los **cuartiles** (primer, segundo y tercer cuartil) **son los valores que** (con la variable ordenada de menor a mayor) **dejan por debajo de su posición el 25%, 50% y 75% de las frecuencias acumuladas**, respectivamente. Los cuartiles dividen la variable en cuatro grupos con igual número de observaciones (el 25% de valores más bajos, el 25% siguiente,).

Los **deciles** dividen la muestra en porcentajes del 10, 20, ..., hasta el 90 por ciento.

Los **percentiles** amplían esta idea para definirse sobre porcentajes del 1, 2, 3, , hasta el 99 por ciento.

X_i	f_i	$F_i \%$			
10	29	29	1er cuartil	1y 2º decil	1–28 percentil
20	15	44	Â	3 y 4º decil	29–43 percentil
30	19	63	2º cuartil	5 y 6º decil	44–62 percentil
40	22	85	3er cuartil	7 y 8º decil	63–84 percentil
50	15	100	Â	9º decil	85–99 percentil

Los deciles y percentiles se emplean poco. Sirven cuando hay muchos valores.

EQUIVALENCIAS IMPORTANTES:(examen)

Mediana = Segundo cuartil = 50 percentil

Primer cuartil = 25 percentil

Tercer cuartil = 75 percentil

Hay 3 cuartiles

Hay 9 deciles

Hay 99 percentiles

3.4. MEDIDAS O ESTADÍSTICOS DE DISPERSIÓN

Estas medidas son ñtiles cuando la media no es representativa de lo que ocurre en los datos y necesitamos saber cuán cerca o lejos de la media se sitúan esos datos, es decir, su dispersión. Las medidas de posición ofrecen información de donde se sitúan los valores característicos de la variable, pero las medidas de posición deben complementarse con las medidas de dispersión de la variable: **Rango, rango intercuartílico, varianza, desviación típica o estándar, y coeficiente de variación**.

Rango: El rango de una variable es la diferencia entre el mayor y el menor valor de las observaciones (valores de la variable, no de las frecuencias):

$$\text{Rango} = X \text{ MAX} - X \text{ MIN}$$

Como medida de dispersión el rango es muy sensible a los valores extremos. Si comparamos dos variables, la que tenga un **rango mayor**, será la más dispersa y la que tenga rango menor, tendrá menos dispersión o más concentración.

Rango intercuartilico: es la diferencia entre el tercer y primer cuartil de la variable. En ese intervalo se incluyen, por tanto, el 50% de las observaciones situadas en la zona central de la distribución:

$$\text{Rango IQ} = Q3 - Q1$$

50 % central = RIQ	
100 % de las observaciones	

Por lo tanto, nos da información sobre cuán concentrados o dispersos están los valores centrales.(IMP)

Varianza: La varianza es el promedio de las desviaciones de la variable con respecto a la media al cuadrado, es decir, que indica cuán concentrados o dispersos son los valores respecto a la media aritmética:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n}$$

Si utilizamos frecuencias absolutas, hay que multiplicar la fórmula por ni:

$$n =$$

$$\hat{n}^i (X_i - \bar{x})^2 * n_i$$

$$i = 1$$

$$Sx^2 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$N$$

La varianza es la medida de dispersión más importante para indicar la distancia de las observaciones respecto a la media aritmética. A mayor varianza, mayor dispersión. Su valor depende de la unidad de medida de la variable. La varianza de una sola distribución no nos aporta mucha información por sí sola, pero es muy útil para compararla con otras distribuciones.

Otra forma de calcular la varianza es:

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$N = n = \sum ni$$

PROPIEDADES DE LA VARIANZA:(examen)

- La varianza es siempre positiva (al ser el cuadrado de un número, aunque este fuera negativo, el resultado será positivo)
- Es sensible a los valores extremos porque es una medida de dispersión.
- Si a los valores de la variable se les suma una constante c , la varianza de los valores modificados no se modifica, es decir, que seguirá siendo la misma.

$$Sc +x^2 = Sx^2$$

- Si a los valores de la variable se les multiplica por una constante c , la varianza de los valores modificados queda multiplicada por el cuadrado de la constante:

$$Sc *x^2 = c^2 * Sx^2$$

- Otra forma de calcular la varianza, si empleamos frecuencias absolutas es:

n

$$\sum ni$$

i = 1 ..

$$Sx^2 = \frac{\sum ni}{N} - \bar{x}^2$$

N

X_i	n_i	$X_i * n_i$	X_i^2	$X_i^2 * n_i$
\bar{X}	\bar{n}	$\bar{X} \cdot \bar{n}$	\bar{X}^2	$\bar{X}^2 \cdot \bar{n}$
\bar{X}	\bar{n}	$\bar{X} \cdot \bar{n}$	\bar{X}^2	$\bar{X}^2 \cdot \bar{n}$

Desviación típica o Estándar: es la raíz cuadrada de la varianza y tiene la misma unidad de medida que la variable.

$$s_x = \sqrt{s_x^2}$$

Como medidas de dispersión, la desviación estándar y la varianza muestran su utilidad, especialmente, cuando se emplean de manera comparativa.

Coeficiente de variaciÃ³n (MUY IMP.): es la relaciÃ³n entre la desviaciÃ³n estÃ¡ndar (medida de dispersiÃ³n) y la media aritmÃ©tica de la variable (medida de posiciÃ³n). Facilita la discusiÃ³n de la importancia de la dispersiÃ³n de una variable. **Hay que expresarlo en tantos por ciento** (para hacerlo se multiplica por 100).

$$CV = \frac{s_x}{\bar{x}}$$

s_x

$CV \text{ en \%} = \frac{s_x}{\bar{x}} * 100$

\bar{x}

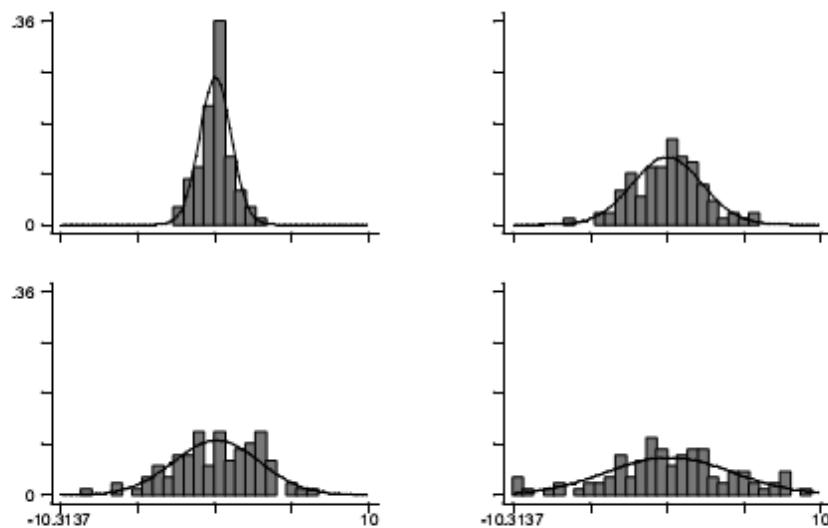
Resulta de especial interÃ©s en dos circunstancias:

- Cuando se quieren comparar distribuciones de variables con diferentes unidades de medida.
- Cuando se comparan distribuciones que, aun teniendo igual unidad de medida, toman valores muy distintos.

El resultado del coeficiente de variaciÃ³n en tantos por ciento, **debe compararse con la media aritmÃ©tica para determinar si el % resultante es grande o pequeÃ±o**. Este coeficiente no depende de la unidad de medida de la variable, por eso sirve para comparar distribuciones y unidades de medidas diferentes. **Cuanto mayor sea el C.V., mayor serÃ¡ la dispersiÃ³n**.

Si por ej., el C.V. da 0,02, lo multiplicamos por 100 para ponerlo en %, lo que nos darÃ¡ 2%. Esto significa que el C.V. es de un 2% respecto a la media aritmÃ©tica, lo que serÃ¡ un porcentaje bastante bajo.

Como medidas de dispersiÃ³n, la desviaciÃ³n estÃ¡ndar y la varianza son Ãºtiles para comparar diferentes distribuciones:



Ejemplo 3.19. Con los siguientes datos: {9, 23, 25, 28, 32, 47, 50} calcularemos las diversas medidas de dispersión:

$$Rango = X_{\max} - X_{\min} = 50 - 9 = 41$$

$$Rango_{Q_3} = Q_3 - Q_1 = 47 - 23 = 24$$

Para calcular la varianza emplearemos los datos del cuadro 3.17, y nos basaremos en su expresión.

La desviación estándar será, por tanto:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{172,84} = 13,147$$

Y el coeficiente de variación:

$$CV = \frac{s_x}{\bar{x}} = \frac{13,147}{30,571} = 0,43$$

i	X_i	X_i^2
1	9	81
2	23	529
3	25	625
4	28	784
5	32	1024
6	47	2209
7	50	2500
$\sum_{i=1}^7 X_i = 214$		$\sum_{i=1}^7 X_i^2 = 7752$
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 X_i}{7} = 30,571$		$\frac{\sum_{i=1}^7 X_i^2}{n} = 1107,43$
$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{n} = 172,84$		

3.5. SIMETRÍA DE UNA DISTRIBUCIÓN (histogramas) EXAMEN

Según su forma, las distribuciones pueden dividirse en simétricas, asimétricas por la derecha y asimétricas por la izquierda. **Las distribuciones simétricas tienen la misma forma a izquierda y derecha de la mediana. Las distribuciones unimodales asimétricas por la derecha tiene más valores a la derecha del intervalo modal que a su izquierda.** Una distribución con la forma contraria es asimétrica por la izquierda.

Aunque existen estadísticos que describen la simetría (o asimetría) de la distribución, los valores de la media, mediana y moda de la variable facilitan también esta información. En una distribución simétrica la media, la mediana y la moda tienden a coincidir, mientras que en las distribuciones asimétricas se dispersan:

MEDIDAS DE ASIMETRÍA Y MEDIDAS DE APUNTAMIENTO O CURTOSIS

Existen medidas de forma que proporcionan información numérica sobre dos características de la distribución: su simetría y su apuntamiento o curtosis. **El apuntamiento o curtosis se refiere a la importancia de la concentración de las observaciones en la zona central de la variable, mostrándose con ello más o menos apuntada.**

Las distribuciones simétricas tienen la misma forma a izquierda y derecha de la mediana. Cualquier medida que recoja alteraciones de esta situación proporcionará una **cuantificación de la asimetría de la distribución**. Una primera propuesta podría ser la siguiente:

$n =$

$\hat{a}^* (X_i - \bar{x})$

$i = 1$

N

en tanto que define un promedio de las desviaciones de la variable con respecto al valor medio. En el caso de que se dieran muchas observaciones por encima de la media, se esperaría un valor positivo, mientras que una mayor proporción de valores por debajo de la media proporcionaría un valor negativo. El problema es

que si se cumple una de las propiedades de la media aritmética, que es

- La suma de las desviaciones de los valores de la variable (diferencias entre cada valor y la media aritmética), respecto a la media es igual a cero:

n –

$$\hat{a}^n (X_i - \bar{x}) = 0$$

i = 1

Una modificación alternativa es tomar las desviaciones de la variable respecto a la media, pero elevadas a alguna potencia. Al elevar las desviaciones al cuadrado se obtiene la expresión de la varianza, una medida de dispersión de los valores respecto a la media, pero que no ayuda a señalar la posición de las observaciones a derecha o izquierda de la medida de posición central. El cubo de las desviaciones, al respetar el signo de la diferencia de la operación ($X_i - \text{media arit.}$), permite promediar tanto la importancia de la desviación como su dirección. Se utilizará por tanto, un estadístico conocido como el **momento de orden tres con respecto a la media (m3)**:

n –

$$\hat{a}^n (X_i - \bar{x})^3$$

i = 1

$$m3 = \frac{\sum (X_i - \bar{x})^3}{N}$$

N

(Esta fórmula habrá que multiplicarla por si empleamos frecuencias absolutas).

$$\boxed{X_i | n_i | X_i * n_i | X_i^2 | X_i^2 * n_i | (X_i - \text{media})^3 | (X_i - \text{media})^3 * n_i}$$

- Si m3 es igual a cero, es simétrica.
- Si m3 es > cero, es asimétrica por la derecha
- Si m3 es < cero, es asimétrica por la izquierda

MEDIDA DE ASIMETRÍA DE FISHER

Con la siguiente fórmula se evita que la medida varíe si se produce un cambio de escala, y se normaliza mediante el cubo de la desviación estandar:

m3

$$g1 = \frac{m3}{Sx^3}$$

Sx3

- Si g1 es igual a cero, es simétrica.
- Si g1 es > cero, es asimétrica por la derecha
- Si g1 es < cero, es asimétrica por la izquierda

MEDIDA DE ASIMETRÍA A DE PEARSON

Relaciona la media aritmética y la moda respecto a la desviación estandar:

-

X – moda

AS = -----

SX

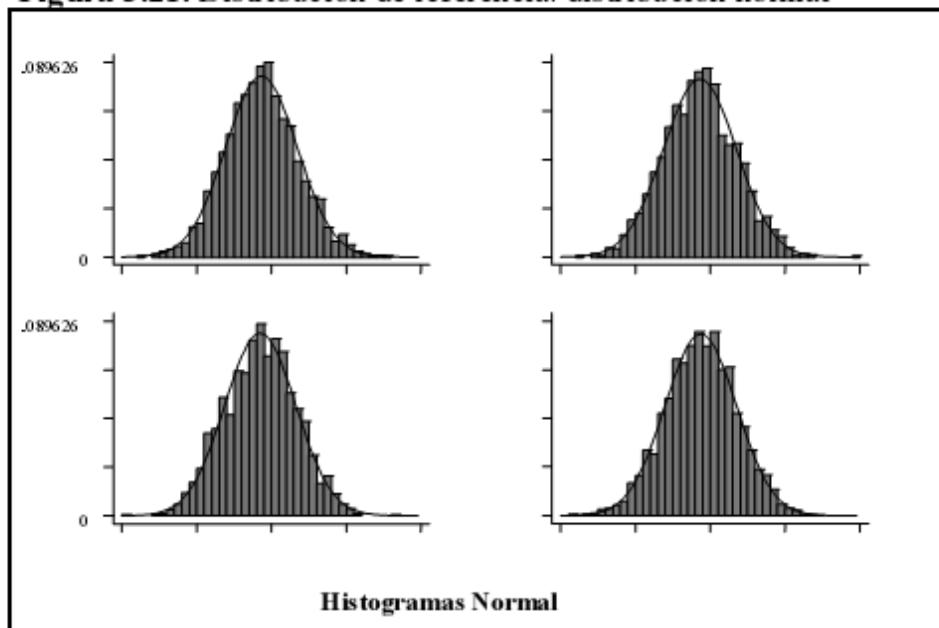
- Si AS es igual a cero, es simétrica.
- Si AS es > cero, es asimétrica por la derecha

Si AS es < cero, es asimétrica por la izquierda

MEDIDAS DE APUNTAMIENTO O CURTOSIS

Se aplican a distribuciones simétricas y unimodales, pretenden medir hasta qué punto las observaciones de la variable se acumulan en la parte central de la distribución.

Figura 3.21. Distribución de referencia: distribución normal



$$Curtosis = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^4 / n}{s_x^4} = \frac{m_4}{s_x^4}$$

En las distribuciones mesocórticas, la curtosis es igual a 3. (Distribución normal)

Coeficiente de curtosis: permite la comparación directa con la distribución normal:

$$g_2 = \frac{m_4}{s_x^4} - 3$$

$g_2 = 0$: distribución mesocúrtica (normal).

$g_2 < 0$: distribución platicúrtica ("achatada").

$g_2 > 0$: distribución leptocúrtica ("apuntada").

RESUMEN:

Variables cualitativas nominales: Moda. Variables cualitativas ordinales: Moda y mediana. Variables cuantitativas temporales y atemporales: TODO

Si un valor se repite, significa que hay frecuencia. Si no se repite, su frecuencia es 1. Si no hay muchas frecuencias, no vale la pena calcular los deciles ni los percentiles.

Las frecuencias acumuladas sólo sirven para la mediana.

Si la moda tiene un valor próximo a los demás valores, hay que indicarlo. También hay que indicar cuál diferente es la moda de los demás valores.

La varianza por sí sola no aporta mucha información. El coeficiente de variación indica el % de variabilidad.

De cada fórmula, hay que sacar una conclusión sobre la información que aporta.

TEMA 4. ANÁLISIS CONJUNTO DE DOS VARIABLES CUALITATIVAS

11/12/2008

El análisis conjunto de dos variables consiste en averiguar la relación que existe entre esas variables. Cruzar los datos de dos variables aporta mucha más información que una sola variable.

4.1. OBTENCIÓN DE INFORMACIÓN A TRAVÉS DE ENCUESTAS

Después de realizar una encuesta, si queremos averiguar si hay relación de dependencia o no entre dos variables, es decir, intentar establecer cuál es la variable que influye en la otra, lo primero que hay que saber es si esas variables son cualitativas o si son cuantitativas:

- Si son CUALITATIVAS, se estudia la ASOCIACIÓN entre ellas.
- Si son CUANTITATIVAS, se estudia la CORRELACIÓN o RELACIÓN LINEAL que hay entre ellas.
- En el caso de que una variable sea cualitativa y la otra sea cuantitativa, se tratarán ambas variables como cualitativas. Si la variable es cuantitativa, pero se puede tratar como cualitativa ordinal

(definiéndola en intervalos de valores) se estudiará también la asociación. Hay variables cuantitativas que se pueden estudiar como cualitativas, pero no ocurre lo mismo al revés.

4.2. RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES CUALITATIVAS.

1º. CONSTRUCCIÓN DE LA TABLA DE CONTINGENCIA.

(Se puede hacer lo mismo con las variables cuantitativas)

Para describir la relación entre dos variables cualitativas, se emplea la **tabla de frecuencias conjunta o tabla de contingencia**. Se considera que cada una de las variables puede tomar una serie de valores mutuamente excluyentes. Como en el caso de la estadística univariante, la primera manera de resumir la información es el puro címputo. Empleando una tabla de doble entrada se muestran todas las posibles combinaciones de las categorías de las dos variables, anotando en cada una de las celdas resultantes el número de casos que pertenecen a las dos categorías. En las tablas de contingencia **se muestran las frecuencias (absolutas o relativas) en las que ocurren las categorías de filas y columnas**.

Ejemplo. Con el objetivo de conocer el nivel de satisfacción de los turistas que han pasado sus vacaciones en una región, se ha realizado una encuesta en la que se pregunta al turista si estuvo satisfecho de sus vacaciones. Las posibles respuestas a la pregunta son Mucho, Bastante, Poco y Nada. Considerando que la satisfacción alcanzada puede estar en función de la zona concreta donde se ha realizado la estancia, se ha cruzado la pregunta sobre satisfacción con una variable que identifica cuatro zonas de la región.

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4
MUCHO	395	593	358	200
BASTANTE	100	182	120	94
POCO	167	233	102	90
NADA	212	249	118	115

Esta tabla se interpretará por ej., que 395 turistas que se alojaron en la zona 1 les ha gustado mucho el viaje o bien que 395 turistas a los que les ha gustado mucho el viaje, se alojaron en la zona 1.

Las variables se pueden colocar indistintamente en la vertical o en la horizontal de la tabla. O sea, se podrán colocar las zonas en la vertical y el grado de satisfacción en la horizontal.

2º. CALCULAR LAS DISTRIBUCIONES MARGINALES: Son las frecuencias (absolutas y relativas) de cada una de las variables. Para ello es suficiente con sumar todas las celdas correspondientes a cada una de las filas o de las columnas.

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal satisfaccióñ
MUCHO	395	593	358	200	1546
BASTANTE	100	182	120	94	496
POCO	167	233	102	90	592
NADA	212	249	118	115	694
dist. Marginal Zonas	874	1257	698	499	3328

En la fila distribución marginal Zonas estará la suma de los totales de cada zona, es decir, la suma de cada columna. En la columna distribución marginal Satisfacción del viaje, estará la suma de los totales de cada

grado, es decir, la suma de cada fila.

En las distribuciones marginales, podemos saber cuál es la moda de cada variable. En el caso de las zonas, la moda es la Zona 2 y en el caso de la satisfacción la moda es Mucho.

El dato 3328 es el **total de frecuencias**, es decir N o n.

3º. TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS RELATIVAS:

Consiste en calcular las frecuencias relativas de cada una de las celdas, respecto al total de observaciones(n). Estos datos se ponen en una tabla nueva. Las frecuencias relativas se calculan ni/n si se calculan en tantos por uno, y se multiplica por 100 para ponerlo en %.

Por ej:

La tabla de distribuciones marginales es:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal satisf.
MUCHO	395	593	358	200	1546
BASTANTE	100	182	120	94	496
POCO	167	233	102	90	592
NADA	212	249	118	115	694
dist. Marginal zonas	874	1257	698	499	3328

El cálculo para la primera casilla será:

395

$$\frac{395}{3328} = 0,1187 * 100 = 11,87$$

3328

La tabla de distribución de frecuencias relativas será:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	TOTAL
MUCHO	11,87	17,82	10,76	6,01	46,45
BASTANTE	3	5,47	3,61	2,82	14,90
POCO	5,02	7	3,06	2,70	17,79
NADA	6,37	7,48	3,55	3,46	20,85
TOTAL	26,26	37,77	20,97	14,99	100

Las frecuencias relativas se suman por filas y por columnas. Para comprobar si está bien calculado, la suma de la fila Total y la suma de la columna Total, debe ser igual a 100.

Una vez se ha completado la tabla, se comentan los datos, como cuál es el porcentaje mayor y el menor, etc. En este caso, el 17,82% de turistas, que se alojaron en la zona 2, les gustó mucho el viaje y el 2,7%, que estaban en la zona 4, les gustó poco el viaje. Pero a un 46,45% de los turistas, les gustó mucho el viaje (sin distinguir zona) y un 37,77% de los turistas se alojó en la zona 2.

4º. TABLA DE PERFILES FILA (PORCENTAJES FILA):

Recogen las frecuencias relativas de cada una de las celdas con respecto al total de las filas. Estos datos se ponen en una tabla nueva. Ahora se dividen los valores de la tabla original, entre el total de la fila de la tabla original. Los perfiles fila se calculan en tantos por uno, y se multiplica por 100 para ponerlo en %.

La tabla de distribuciones marginales es:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal SatisfacciÃ³n.
MUCHO	395	593	358	200	1546
BASTANTE	100	182	120	94	496
POCO	167	233	102	90	592
NADA	212	249	118	115	694
dist. Marginal Zonas	874	1257	698	499	3328

El cÃ¡lculo para la primera casilla serÃ-a:

395

$$\frac{395}{1546} = 0,2555 * 100 = 25,55$$

1546

Los perfiles fila se suman por filas. **Para comprobar si estÃ; bien calculado, la suma de cada una de las filas debe ser igual a 100**. Si vemos una tabla con una columna en la que todos los datos son 100, nos indica que es una tabla de perfiles fila.

La **tabla de perfiles fila** quedará:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	TOTAL
MUCHO	25,55	38,36	23,16	12,94	100
BASTANTE	20,16	36,69	24,19	18,95	100
POCO	28,21	39,36	17,23	15,20	100
NADA	30,55	35,88	17,00	16,57	100

Hay que tener cuidado cuando se interpretan las tablas de perfiles fila. En este caso, de los datos de la fila Nada se interpretarÃ-an que del total de turistas que no les ha gustado nada el viaje, el 17% se ha alojado en la zona 3.

Cada dato de la fila, es un parcial del 100% de la fila.

5º. TABLA DE PERFILES COLUMNAS (PORCENTAJES COLUMNAS):

Recogen las frecuencias relativas de cada una de las celdas con respecto al total de las columnas. Estos datos se ponen en una tabla nueva. Ahora se dividen los valores de la tabla original, entre el total de la columna de la tabla original. Los perfiles columna se calculan en tantos por uno, y se multiplica por 100 para ponerlo en %.

La tabla de distribuciones marginales es:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal SatisfacciÃ³n.
MUCHO	395	593	358	200	1546
BASTANTE	100	182	120	94	496
POCO	167	233	102	90	592
NADA	212	249	118	115	694
dist. Marginal Zonas	874	1257	698	499	3328

El cÃ¡lculo para la primera casilla serÃ-a:

395

$$----- = 0,4519 * 100 = 45,19$$

874

Los perfiles columna se suman por columnas. **Para comprobar si estÃ¡ bien calculado, la suma de cada una de las columnas debe ser igual a 100.** Si vemos una tabla con una fila en la que todos los datos son 100, nos indica que es una tabla de perfiles columna.

La **tabla de perfiles columna** quedarÃ-a:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4
MUCHO	45,19	47,18	51,29	40,08
BASTANTE	11,44	14,48	17,19	18,84
POCO	19,11	18,54	14,61	18,04
NADA	24,26	19,81	16,91	23,05
TOTAL	100	100	100	100

En este caso, los datos de la columna zona 2 se interpretarÃ-an como que de todos los turistas alojados en la zona 2, el 14,48% ha dicho que les ha gustado bastante el viaje.

Cada dato de la columna, es un parcial del 100% de la columna.

EJERCICIO: Se ha pedido a 219 usuarios de un servicio si han quedado satisfechos o no, teniendo en cuenta si ya lo habÃ-an utilizado antes. Hacer la descripciÃ³n de datos de la siguiente tabla:

	REPETIDORES	NO REPETIDORES
SATISFECHOS	86	43
NO SATISFECHOS	36	54

$$219 = n \circ N$$

Distribuciones marginales segÃºn repeticciÃ³n y satisfacciÃ³n:

REPETIDORES	NO REPETIDORES	DIST. MARGINAL SATIS.

SATISFECHOS	86	43	129
NO SATISFECHOS	36	54	90
DISTRIBUCIÃ“N MARGINAL REP.	122	97	219

La moda es repetidores y en cuanto a la satisfacciÃ³n, la moda es satisfechos.

Frecuencias relativas: Todas las casillas se dividen entre N (219):

	REPETIDORES	NO REPETIDORES	TOTAL
SATISFECHOS	39,27	19,63	58,90
NO SATISFECHOS	16,44	24,66	41,10
TOTAL	55,71	44,29	100

El 39,27% de los encuestados eran repetidores y estÃ¡n satisfechos y el 16,44 tambiÃ©n son repetidores y no estÃ¡n satisfechos.

Perfiles fila: ahora se divide por los nÃº marginales:

	REPETIDORES	NO REPETIDORES	TOTAL
SATISFECHOS	66,67	33,33	100,00
NO SATISFECHOS	40,00	60,00	100,00

Del total de satisfechos, un 66,67% son repetidores. Del total de los no satisfechos, el 60% no son repetidores.

Perfiles Columna:

	REPETIDORES	NO REPETIDORES
SATISFECHOS	70,49	44,33
NO SATISFECHOS	29,51	55,67
TOTAL	100,00	100,00

Del total de repetidores, un 70,49% estÃ¡n satisfechos y del total de no repetidores un 55,67% no estÃ¡n satisfechos.

4.3. ESTADÃ–STICOS DE ASOCIACIÃ“N. INDEPENDENCIA Y ASOCIACIÃ“N

18/12/2008

EstadÃ–sticos de asociaciÃ³n para variables cualitativas nominales u ordinales:

chi–cuadrado

C de contingencia

lambda

Estadísticos de asociación para variables ordinales:

Gamma

CHI-CUADRADO Y C DE CONTINGENCIA

Una medida sintética del grado de asociación se calcula a partir de la comparación entre los valores observados y los valores que uno esperaría encontrar en el caso de inexistencia de asociación.

Las **frecuencias esperadas** son el producto de las frecuencias marginales dividido entre el total de observaciones N:

$$n_i \times n_j$$

$$e_{ij} = \frac{n_i \times n_j}{N}$$

n

Ahora en cada casilla tendremos las dos frecuencias: la absoluta observada y la esperada:

Tabla de distribuciones marginales:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal satisf.
MUCHO	395	593	358	200	1546
BASTANTE	100	182	120	94	496
POCO	167	233	102	90	592
NADA	212	249	118	115	694
dist. Marginal zonas	874	1257	698	499	3328

Los cálculos de las frecuencias esperadas serán, entre otros:

$$1546 \times 874 / 3328 = 406,1$$

$$1546 \times 1257 / 3328 = 583,93$$

- $3328 \times 406,1 / 1546 = 874$

$$496 \times 874 / 3328 = 130,26$$

$$496 \times 1257 / 3328 = 184,37$$

- $3328 \times 184,37 / 496 = 1257$

Tabla de frecuencias esperadas:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal satisfacióñ
MUCHO	406,01	583,93	324,25	231,81	1546
BASTANTE	130,26	187,34	104,03	74,37	496

POCO	155,47	223,6	124,16	88,764	592
NADA	182,26	262,13	145,56	104,06	694
dist. Marginal zonas	874	1257	698	499	3328

CHI-CUADRADO

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Se calcula a partir de las frecuencias absolutas (n_{ij}) observadas y de las esperadas (e_{ij}). Este estadístico suma para todas las celdas la diferencia, elevada al cuadrado, entre la frecuencia observada y la esperada. Si no existe ningún grado de asociación entre las variables cualitativas, los valores esperados serán iguales a los valores observados, con lo que el valor del estadístico en este caso será igual a cero.

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4	dist. Marginal satisf.
MUCHO	395	593	358	200	1546
BASTANTE	100	182	120	94	496
POCO	167	233	102	90	592
NADA	212	249	118	115	694
dist. Marginal zonas	874	1257	698	499	3328

Para cada casilla calculamos:

$$(395 - 406,01)^2 (593 - 583,93)^2$$

$$----- = 0,2986 ----- = 0,1409$$

$$406,01 \quad 583,93$$

Tabla de chi-cuadrado:

	ZONA 1	ZONA 2	ZONA 3	ZONA 4
MUCHO	0,2986	0,1409	3,5127	4,3644
BASTANTE	7,0294	0,1523	2,452	5,1812
POCO	0,8549	0,3951	3,9562	0,0172
NADA	4,8533	0,6574	5,2169	1,1505

La suma de todas estas cantidades proporciona el valor del estadístico chi-cuadrado, que en este caso es igual a 40,233. Dado que este valor no está cercano a cero, puede afirmarse que existe algún tipo de asociación entre las dos variables. En este caso, se puede afirmar que el nivel de satisfacción que el turista declara, tiene algún tipo de relación con la zona de estancia de sus vacaciones.

El problema de este estadístico es que aunque tiene un límite inferior (cero), **no proporciona un límite superior que permita referirnos al grado de asociación existente**. Muchos estadísticos tienen una mayor utilidad si definen límites (tanto superior como inferior) a los que tomar como referencia. En este

caso, el lÃ-mite inferior es cero e indica la ausencia total de dependencia (o asociaciÃ³n) entre las dos variables, pero desconocemos el lÃ-mite superior que puede tomar y, por tanto, no podrÃ-amos afirmar si la asociaciÃ³n detectada es fuerte o dÃ©bil. Es decir que sÃ³lo nos indica si existe asociaciÃ³n o no entre las dos variables.

$\chi^2 = 0 \Rightarrow \text{no hay asociaciÃ³n}$

$\chi^2 > 0 \Rightarrow \text{hay asociaciÃ³n}$

C DE CONTINGENCIA

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{n + \chi^2}}$$

El estadÃ-stico C de Contingencia es una alternativa al estadÃ-stico Chi- cuadrado. El coeficiente C toma su valor mÃ-nimo cuando χ^2 es cero, es decir, si entre las dos variables no existe asociaciÃ³n. El valor mÃ;ximo del coeficiente, que se da cuando existe una asociaciÃ³n completa entre las variables, depende del nÃºmero de modalidades de las variables. El mÃ;ximo que puede alcanzar el coeficiente es uno (correspondiente a dos variables con infinitos valores).

El coeficiente C de contingencia toma valores entre 0 y 1. Valores de C cercanos a 0 indican un grado de asociaciÃ³n pequeÃ±o. Valores cercanos a uno serÃ¡n sÃ-ntoma de asociaciÃ³n entre las variables.

$0 \leq C \leq 1$

El lÃ-mite mÃ;ximo del coeficiente C es:

$$\sqrt{1 - \frac{1}{\min(I, J)}}$$

El mÃ-nimo (I, J) significa que hay que coger el nÃºmero que sea menor del total de columnas o filas. Si hay 3 columnas y 2 filas, escogemos el 2. **El lÃ-mite mÃ;ximo de C sirve para poder comparar el valor de C con su valor mÃ;ximo.**

Por ej: $0 \leq C \leq 0,739$ y el coeficiente C tiene un valor de 0,534 calcularemos el porcentaje de C respecto a su valor mÃ;ximo:

0,534

$$\frac{0,534}{0,739} \times 100 = 72,26\% \text{ de C}$$

0,739

Al poder comparar el valor de C entre 0 y 100 podremos decidir si el tipo de asociaciÃ³n es muy dÃ©bil, dÃ©bil, fuerte o muy fuerte.

EJEMPLO: Se ha pedido a 219 usuarios de un servicio si han quedado satisfechos o no, teniendo en cuenta si ya lo habÃ¡n utilizado antes. Hacer la descripciÃ³n de datos de la siguiente tabla:

	REPETIDORES	NO REPETIDORES
SATISFECHOS	86	43
NO SATISFECHOS	36	54

219 = n o N

Los valores esperados serían:

	REPETIDORES	NO REPETIDORES	DIST. MARGINAL SATIS.
SATISFECHOS	71,8630137	57,1369863	129
NO SATISFECHOS	50,1369863	39,8630137	90
DISTRIBUCIÓN MARGINAL REP.	122	97	219

La tabla de chi-cuadrado sería:

	REPETIDORES	NO REPETIDORES
SATISFECHOS	2,781	3,498
NO SATISFECHOS	3,986	5,014

La suma de estos valores, es decir, chi-cuadrado es 15,279.

Y el estadístico C de contingencia es:

15,279

$$\frac{15,279}{219 + 15,279} = 0,255$$

$219 + 15,279$

Su posible valor máximo es:

1

$$1 - \frac{15,279}{219 + 15,279} = 0,707$$

2

El % de C sería:

0,255

$$\frac{0,255}{219} \times 100 = 36\%$$

0,707

Es decir, que el estadístico alcanza un 36% de su máximo, indicando que hay una asociación moderada entre la satisfacción respecto al servicio y el haber sido usuario anterior.

TEMA 5. ANÁLISIS CONJUNTO DE DOS VARIABLES CUANTITATIVAS

15/01/2009

5.1. RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES CUANTITATIVAS. REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

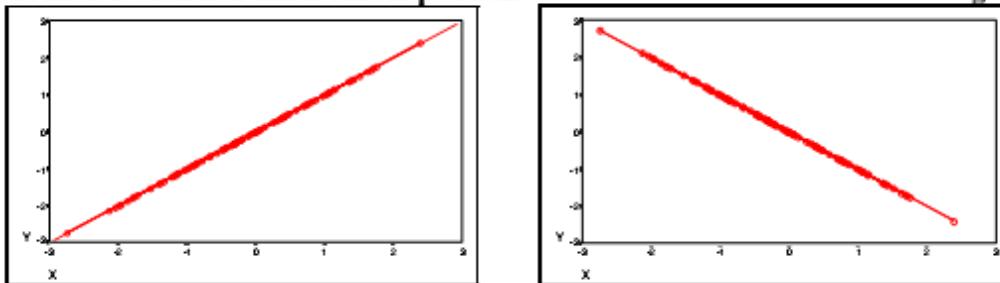
En el caso de las variables cuantitativas, estudiamos su relación, no su asociación.

Relación lineal: relación entre dos variables que puede representarse aproximadamente como una linea recta.

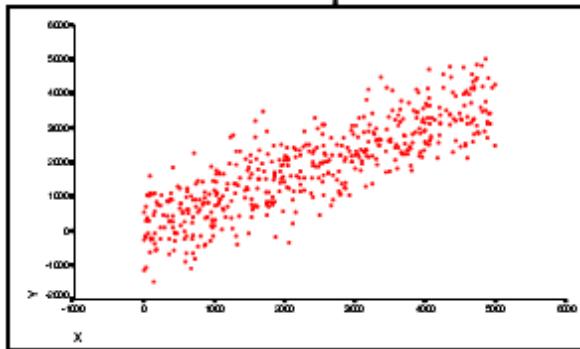
La asociación no implica causalidad

Dos tipos de asociación lineal: positiva y negativa.

Gráfica 1. Relación lineal exacta positiva. Gráfica 2. Relación lineal exacta negativa.



Gráfica 5. Relación lineal positiva no exacta.

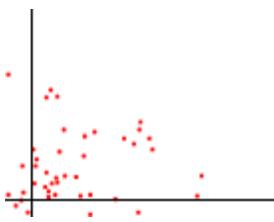


Estas variables siempre serán unitarias, por lo que no habrá frecuencias. Tendremos parejas de valores (X, Y) que se pueden representar en un eje de coordenadas.

Si los puntos están exactamente sobre la recta, diremos que la relación lineal es **exacta** y la ecuación de la recta será:

$$Y_i = a + b X_i$$

Si los puntos están dispersos, en forma de nube, se dice que **no existe relación lineal**:



Pueden existir otros tipos de relaciones entre las variables: parabólicas, etc...

5.2. MEDIDAS O ESTADÍSTICOS DE RELACIÓN LINEAL: COVARIANZA Y CORRELACIÓN

COVARIANZA: mide la dispersión entre las dos variables estudiadas, es decir, que **mide la dispersión entre ambas variables.**

$$s_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{n}$$

Con esta fórmula, necesitaremos calcular la media de cada variable y hacer la siguientes columnas:

X	Y	-	-	--
		$X_i - x$	$Y_i - y$	$(X_i - x) * (Y_i - y)$
x1	y1			
x2	y2			
xn	yn			

$\hat{a}^* =$

Hay otra fórmula que es más fácil y rápida, y que ayuda a evitar errores para calcular la covarianza, que es:

$$= \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{n} - \bar{X} \bar{Y}$$

Para aplicar esta fórmula, nos basta calcular la media de cada variable y los productos de las variables X e Y.

X	Y	$X_i * Y_i$
x1	y1	
x2	y2	
xn	yn	

$n \hat{a}^* =$

PROPIEDADES DE LA COVARIANZA:

- No tiene límite inferior ni superior (puede ser positiva o negativa)
- Depende de las unidades de medida de las variables, por lo que no se puede comparar rápidamente con una cifra entender que permite hablar de mucha o poca relación.
- El signo de la covarianza es importante porque determina la pendiente de la recta y nos indica el tipo de relación:

Covarianza positiva ($s_{xy} > 0$) => Asociación lineal positiva.

Covarianza negativa ($s_{xy} < 0$) => Asociación lineal negativa.

Covarianza nula ($s_{xy} = 0$) => Asociación lineal inexistente.

Lo que no nos indica es cómo es la recta, es decir, no indica cuán dispersos están los puntos respecto a la recta (IMP).

Otras Propiedades de la covarianza:

- Si se suma a la variable X una constante b y a la variable Y una constante c, la covarianza entre las dos nuevas variables transformadas será igual a la covarianza original.
- Si se multiplica la variable X por una constante b y la variable Y por una constante c, la covarianza entre las dos nuevas variables transformadas será igual a la covarianza original multiplicada por las constantes bc.
- La covarianza de una variable y una constante es cero.

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN DE PEARSON (COEFICIENTE DE CORRELACIÓN LINEAL SIMPLE)

Es el cociente entre la covarianza y el producto de las desviaciones estándar de las 2 variables.

$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y}$$

OJO, en esta fórmula empleamos desviaciones típicas, no varianzas. La fórmula desarrollada será:

$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \bar{y}^2}}$$

O sea, que la fórmula más sencilla es (hay que tener en cuenta que n es el nº de observaciones):

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \bar{y}^2}}$$

X	Y	- x2	- y2	Xi * Yi	- n * x2	- n * y2	Xi 2
x1	y1						x12
x2	y2						x22
xn	yn						xn2

$$\hat{a}^* \cdot \sum_{i=1}^n X_i^2 =$$

PROPIEDADES DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN (examen):

- Tendrá el mismo signo que la covarianza
- Su valor está entre -1 y 1
- No depende de las unidades de medida de las variables

Asociación lineal positiva $\Rightarrow S_{xy} > 0 \Rightarrow r_{xy} > 0$

Asociación lineal negativa $\Rightarrow S_{xy} < 0 \Rightarrow r_{xy} < 0$

Ausencia de asociación lineal $\Rightarrow S_{xy} = 0 \Rightarrow r_{xy} = 0$

– El valor del coeficiente de correlación entre dos variables no se modifica si una (o ambas) variables se multiplica por una constante.

– El coeficiente de correlación toma valores en el intervalo -1 y 1. Los valores máximo y mínimo se alcanzan cuando se da una relación lineal exacta entre las dos variables, de tipo positivo o de tipo negativo, respectivamente. (Cuanto más cerca esté de cero, peor).

– Valores del coeficiente próximos a 1 indican la existencia de una asociación positiva fuerte entre las variables; valores cercanos a -1 indican la existencia de una asociación negativa fuerte entre las variables; **valores cercanos a cero señalan la ausencia de una asociación lineal.**

El coeficiente de correlación toma valores entre -1 y 1.

$r_{xy} = 1$ Asociación lineal exacta de tipo positivo.

$r_{xy} = -1$ Asociación lineal exacta de tipo negativo.

$r_{xy} = 0$ Ausencia de asociación lineal.

Por ejemplo:

Si $r_{xy} = 0,95 \Rightarrow$ asociación lineal positiva fuerte

Si $r_{xy} = 0,6 \Rightarrow$ asociación lineal positiva moderada

Si $r_{xy} = 0,2 \Rightarrow$ asociación lineal positiva leve

Ejemplo:

i	X_i	Y_i	$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
1	12	14,55	174,6	144	211,70
2	10	12,85	128,5	100	165,12
3	11	13,3	146,3	121	176,89
4	13	13,53	175,89	169	183,06
5	15	18,18	272,7	225	330,51
6	14	18,94	265,16	196	358,72
7	12	16,11	193,32	144	259,53
8	11	13,82	152,02	121	190,99
9	19	23,53	447,07	361	553,66
10	20	23,02	460,4	400	529,92
<i>Suma</i>		137	167,83	2415,96	2960,12
<i>Media</i>		13,7	16,783		

$$S_{XY} = 11,67$$

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{n} - \bar{X}^2} = \sqrt{\frac{1981}{10} - 13,7^2} = 3,23$$

$$S_Y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2}{n} - \bar{Y}^2} = \sqrt{\frac{2960,12}{10} - 16,783^2} = 3,79$$

$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{S_X S_Y} = \frac{11,67}{3,23 \cdot 3,79} = 0,95$$

Por tanto, existe **asociación positiva muy fuerte** entre ambas variables.

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN DE RANGOS DE SPEARMAN (solo para variables cuantitativas continuas)

Los rangos de cada variable son los valores que se les da, teniendo en cuenta el orden que tendrán los valores de las variables, si las ordenamos de menor a mayor. Con ello se obtiene una medida de grado de relación en los posicionamientos de las observaciones de las dos variables. Tiene las mismas características que el coeficiente de Pearson.

Si por ejemplo, tenemos estas dos variables:

X	Y
19	73
55	110
110	9
3	230
220	150

$$n = 5$$

Y ordenamos de menor a mayor cada una de ellas:

X	Y	Rgx	Rgy
19	73	2	2
55	110	3	3
110	9	4	1
3	230	1	5
220	150	5	4

$$n = 5$$

En el caso de que se repitan valores, no se les asignarán rangos consecutivos, sino que haríamos el promedio de los rangos que les corresponderán y les asignaremos el mismo rango a todos los valores repetidos y los rangos promediados ya no se asignarán a ninguno otro valor:

X	Rgx
7	3
9	5
4	2
9	5
3	1
9	5
10	7
12	8

El valor 9 se repite 3 veces y ocupará los rangos 4, 5 y 6, por lo tanto el nuevo rango se calculará a:

$$4 + 5 + 6 = 15$$

$$\frac{15}{3} = 5$$

$$\bullet 3$$

La fórmula para calcular el coeficiente de correlación de los rangos de las variables o correlación de Spearman es:

$$n$$

$$6 * \sum d_i^2$$

$$i = 1$$

$$RSpearman = \frac{\sum d_i}{n(n-1)}$$

$$n^2 - n$$

Donde n es el número de observaciones y di es la diferencia entre los rangos:

$$di = \text{Rango}(X_i) - \text{Rango}(Y_i)$$

Según el ejemplo anterior, calcularíamos:

X	Y	Rgx	Rgy	di	di2
19	73	2	2	0	0
55	110	3	3	0	0
110	9	4	1	3	9
3	230	1	5	-4	16
220	150	5	4	1	1

$$n = 5 \quad \hat{a}^{\wedge} = 26$$

$$6 * 26 = 156$$

$$\ddot{I} = 1 - \frac{\sum d_i^2}{\sum d_i^2} = 1 - \frac{156}{156} = -0,3$$

$$53 - 5 = 120$$

Para estas variables, el coeficiente de correlación de Pearson sale $-0,153$, pero hay que tener en cuenta que ambos coeficientes no tienen por qué tener valores parecidos.

EJEMPLO: Calcular la covarianza segúrn este cuadro de datos:

X	Y	\bar{x}	\bar{y}	$(X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})$
x1	y1	-2	-6	12
x2	y2	-1	-3	3
x3	y3	-4	-2	8
x4	y4	0	-5	0
x5	y5	2	-4	-8
x6	y6	3	6	18
x7	y7	2	4	8

$$\hat{a}^{\wedge} = 41$$

$$s_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{n}$$

$$s_{XY} = \frac{\sum d_i^2}{n} = 5,857$$

$$7$$

La covarianza es positiva y por lo tanto, podría existir relación lineal positiva entre estas dos variables.
Para saber si hay asociación lineal y de qué tipo, tendremos que calcular la correlación de Pearson.

EJEMPLO: si la covarianza entre dos variables es $0,558$, la varianza de X es $0,5$ y la de Y es $0,75$, calcular el coeficiente de correlación de Pearson.

sXY 0,558

$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y} = \frac{0,558}{0,5 * 0,75} = 0,907$$

$$s_X * s_Y 0,5 * 0,75$$

OJO, como la varianza es s_x^2 hay que hacer la raíz cuadrada, para calcular las desviaciones estándar.

El comentario sobre el resultado será que hay una fuerte correlación lineal positiva entre las variables X e Y.

(ver otros ejemplo del libro, tema 5)

5.3. RELACIÓN DE CAUSALIDAD O DE DEPENDENCIA

La asociación entre dos variables no implica causalidad o dependencia entre ellas. Proponer una relación de dependencia (suponer que una es dependiente de la otra) supone añadir una hipótesis adicional. Normalmente llamamos Y a la variable dependiente y calculamos sus valores en función de X, que es la variable independiente. No hay que confundir asociación con dependencia.

Cuando la variable X toma valores, ocasiona variaciones en la variable Y, por lo tanto, Y depende de X. Se estudian los valores de Y con los diferentes valores de X con la función de la recta. **Ajustar una recta (examen)** a una nube de puntos supone determinar los valores de a y b. Esta recta se llama **recta de regresión simple**.

Si creemos que la variable X es causa de la variable Y, escribimos la relación como:

$$Y_i = a + bX_i, i = 1, 2, \dots, n$$

Y: variable endógena, variable dependiente o variable a explicar.

X: variable exógena, variable independiente o variable explicativa.

La recta $Y_i = a + bX_i$ se conoce como **recta de regresión simple**.

a: es el valor que tomará la variable Y cuando el valor de X es cero. Se conoce como **término independiente de la regresión**.

b: mide el impacto que una variación en una unidad de la variable X tiene sobre la variable Y. Se conoce como **pendiente de la recta**.

Pendiente positiva Pendiente negativa

b

b

x1 x2 x2 x1

Las observaciones se pueden situar más o menos sobre la recta, aunque difícilmente lo harán de manera perfecta. Cuanto más cerca estén las observaciones de la recta, mejor, pero puede que solo haya algunos puntos sobre la recta, o incluso que no haya ninguno. La distancia del punto a la recta se llama **error de**

ajuste. El punto serÃ-a el valor observado y el punto sobre la recta serÃ-a el valor ajustado.

El **ajuste de una recta** puede expresarse como:

$$Y_i = a + bX_i + e_i$$

Error de ajuste: diferencia entre los valores observados y los valores ajustados:

$$e_i = Y_i - a - bX_i$$

En este marco de causalidad resulta necesario disponer no sÃ³lo de una medida de grado de asociaciÃ³n (el coeficiente de correlaciÃ³n lineal), sino ademÃ¡s de los valores numÃ©ricos de a y b . El valor de a es el valor que tomarÃ-a la variable Y cuando el valor de X es cero. El valor de b mide el impacto que una variaciÃ³n en una unidad de la variable X tiene sobre la variable Y y es la pendiente de la recta:

$$\hat{a} \doteq Y_i$$

$$b = \dots$$

$$\hat{a} \doteq X_i$$

5.4. OBTENCIÃ“N DE a Y b POR MÃ NIMOS CUADRADOS ORDINARIOS (M.C.O.)

El mÃ-nimo error global de un ajuste se obtiene utilizando los valores de a y b que minimizan la siguiente expresiÃ³n:

$$n \sum_{i=1}^n$$

$$MÃ-nimo \doteq \sum_{i=1}^n (Y_i - a - bX_i)^2$$

$$i = 1 \quad i = n$$

Los valores de a y b deben elegirse para que se alcance el mÃ-nimo de la suma de cuadrados de los errores. Este principio se denomina de **mÃ-nimos cuadrados ordinarios (mco)**. Las fÃrmulas para a y b que se obtienen como resultados son las siguientes:

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})(Y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}$$

i = 1

- Es conveniente calcular primero la b
- Es importante decidir cuál va a ser la variable independiente (X)

Una fórmula más sencilla sería (examen):

n --

$$\hat{a}^e(X_i * Y_i) - (n * x * y)$$

i = 1 sXY

$$b = \text{-----} = \text{-----}$$

n _ sX2

$$\hat{a}^e X_i^2 - (n * x^2)$$

i = 1

Con esta fórmula, las columnas que debemos calcular son:

X	Y	$X_i * Y_i$	X_i^2
---	---	-------------	---------

EJEMPLO:

n=10

X	Y
17	-21
20	-20
23	-23
24	-24
24	-30
25	-31
25	-25
26	-18
28	-27
30	-29

Calculamos las medias de las variables y después x^*y y x^2 :

$$242 \quad 242 \quad -248 \quad -248$$

$$x = \text{-----} = \text{-----} = 24,2 \quad y = \text{-----} = \text{-----} = -24,8$$

$$n \quad 10 \quad n \quad 10$$

X	Y	X*Y	X2
17	-21	-357	289
20	-20	-400	400
23	-23	-529	529
24	-24	-576	576
24	-30	-720	576
25	-31	-775	625
25	-25	-625	625
26	-18	-468	676
28	-27	-756	784
30	-29	-870	900
sumatorios	242	-248	-6076
			5980

Ahora, ya se puede calcular a y b de la recta:

n --

$$\hat{a}^c (X_i * Y_i) - (n * x * y)$$

$$i = 1 (-6076) - (10 * 24,2 * (-24,8))$$

$$b = \frac{\hat{a}^c (X_i * Y_i) - (n * x * y)}{n} = -0,6$$

(pendiente neg.)

$$n = 5980 - (10 * (24,2) * 2)$$

$$\hat{a}^c X_i^2 - (n * x^2)$$

i = 1

--

$$a = y - bx \Rightarrow a = (-24,8) - ((-0,6) * 24,2) \Rightarrow a = -10,2$$

El ajuste de la recta serÃ-a:

$$Y_i = a + bX_i \quad Y = -10,2 + (-0,6)X \quad Y = -10,2 - 0,6X$$

La pendiente es negativa y un incremento de X disminuirÃ-a en 0,6 unidades el valor de Y. Cuando X aumenta, Y disminuye y cuando X disminuye, Y aumenta.

5.5. COEFICIENTE DE DETERMINACIÃ“N: BONDAD DEL AJUSTE LINEAL

Este estadÃ-stico mide hasta quÃ© punto la variable exÃ³gena X de la regresiÃ³n explica o determina la evoluciÃ³n de la variable endÃ³gena Y.

Entre el coeficiente de correlaciÃ³n lineal (coeficiente de correlaciÃ³n de Pearson) r_{xy} y el coeficiente de determinaciÃ³n R^2 , se da la siguiente relaciÃ³n:

$$r_{XY} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n\bar{y}^2}}$$

El coeficiente de determinación toma valores entre 0 y 1. Valores cercanos a cero indican que el ajuste es insuficiente, valores cercanos a uno se interpretarían como un buen ajuste del modelo.

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

El coeficiente de determinación mide la bondad del ajuste de una recta a una nube de puntos. El coeficiente de correlación lineal (coeficiente de correlación Pearson) mide el grado de asociación lineal entre dos variables.

Un coeficiente de correlación lineal igual a 1 o -1 indica que los puntos están situados sobre una recta (con pendiente positiva o negativa respectivamente) y esta situación se reflejaría en el coeficiente de determinación con un valor igual a 1 (ajuste perfecto de la recta). Si el coeficiente lineal o el coeficiente de determinación son iguales a cero, no existiría una relación lineal entre las dos variables.

- Si no existe relación lineal entre X e Y: $r_{XY} = 0$ y $R^2 = 0$

(valores de 0 o cercanos a 0)

- Si existe una relación lineal positiva exacta entre X e Y: $r_{XY} = 1$ y $R^2 = 1$

(valores de 1 o cercanos a 1)

- Si existe una relación lineal negativa exacta entre X e Y: $r_{XY} = -1$ y $R^2 = 1$

(valores de 1 o cercanos a 1)

Por ejemplo, si los valores son de 0,5 diríamos que la relación lineal es moderada.

HACER EJEMPLOS DEL LIBRO. TEMA 6.

EJEMPLO: A una muestra de ciudadanos se les ha solicitado su opinión sobre la actual situación turística en su región (entre 1 y 5: 1, mala; 5 excelente) y el efecto que creen que tendrá un impuesto turístico (entre 1 y 5: 1, la situación empeorará mucho; 5 la situación mejorará mucho). En este caso, el efecto del impuesto en la situación turística es la variable dependiente.

n	\hat{x}_i	\hat{y}_i	$\hat{x}_i * y_i$	\hat{x}_i^2	\hat{y}_i^2
20	57	49	131	181	127

_ 57 57 _ 49 49

$$x = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{131}{20} = 2,85 \quad y = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{1812}{20} = 2,45$$

n 20 n 20

Ahora, ya se puede calcular a y b de la recta:

n --

$$\hat{a}^* (X_i * Y_i) - (n * x * y)$$

$$i = 1 \quad 131 - (20 * 2,85 * 2,45) = -8,65$$

$$b = \frac{\sum X_i Y_i - (n * x * y)}{\sum X_i^2 - (n * x^2)} = \frac{-8,65}{1812 - (20 * 2,85^2)} = -0,46$$

(pendiente neg.)

$$n = 1812 - (20 * 2,85^2) = 18,55$$

$$\hat{a}^* X_i^2 - (n * x^2)$$

$$i = 1$$

--

$$a = y - bx \Rightarrow a = 2,45 - ((-0,46) * 2,85) \Rightarrow a = 3,778$$

La recta de regresión será:

$$Y_i = a + bX_i \quad Y = 3,778 + (-0,46)X \quad Y = 3,778 - 0,46X$$

Cuanto más valoramos la situación turística (X) menos se valora el efecto del impuesto (Y). La recta tiene pendiente negativa, por lo tanto, cuanto mayor es X, menor es Y.

Ahora calculamos r_{xy}:

$$\frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \bar{y}^2}}$$

$$131 - (20 * 2,85 * 2,45) = -8,65$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n \bar{y}^2}} = -0,76$$

$$4,30 * 2,63$$

$$181 - (20 * 2,85^2) = 127 - (20 * 2,45^2)$$

$$R^2 = r_{xy}^2 \quad R^2 = -0,762 \quad R^2 = 0,5776 \quad 0,58 \Rightarrow 0,58 * 100 = 58\%$$

El resultado de R² indica que la recta es entre moderada y buena. La percepción de la situación turística explica bastante bien la valoración del efecto del impuesto, observándose que cuanto mejor se considera la situación actual, peor valoración se hace del impuesto.

EJEMPLOS IMPORTANTES:

La demanda turística (gasto turístico, número de turistas, etc) es siempre una variable dependiente de las siguientes variables independientes:

- **Con pendiente negativa:** los precios del paquete turístico y Precios relativos pañs destino/ pañs emisor. Cuando estos precios suben, el gasto turístico y número de turistas bajan.
- **Con pendiente positiva:** tipo de cambio de moneda, Precios relativos de los pañses competidores (comparando precios turísticos), Precios de los paquetes de los competidores y Renta del pañs emisor. Cuando estas variables suben, el gasto turístico y el número de turistas suben. Cuando estas variables bajan, el gasto turístico y el número de turistas también bajan.

Demandas i = a + b * Renta i

Demandas i = a + b * Precio del Paquete i

¡¡¡OJO PARA LAS FÓRMULAS!!!: NO ES LO MISMO \hat{X}_i^2 QUE (\hat{X}_i)²

Lo que aparece en las fórmulas es \hat{X}_i^2 ES:

X _i	X _{i2}
X ₁	X ₁₂
X ₂	X ₂₂
X _n	X _{n2}

$\hat{X}_i^2 =$

El fallo es hacer (\hat{X}_i)²:

X _i
X ₁
X ₂
X _n

$\hat{X}_i^2 = \dots$ y después al cuadrado

26/02/2009

TEMA 6. LA EVOLUCIÓN TEMPORAL DE UNA VARIABLE CUANTITATIVA

Cuando se estudia la evolución temporal de una variable cuantitativa, se estudian a la vez dos variables. Una de las variables es el tiempo, que siempre es cuantitativo y la otra es cualquier variable cuantitativa que cambia a lo largo del tiempo.

6.1. LA PERSPECTIVA TEMPORAL EN EL ANÁLISIS DE UNA VARIABLE.

Lo que interesa es **observar los valores** de una determinada variable **a travÃos del tiempo, para estudiar su evoluciÃn**. Es decir, que lo que se quiere es conocer quÃ© ha sucedido en el pasado, quÃ© sucede en el presente y **hacer predicciones de lo que puede suceder en el futuro**, siendo Ã©sta Ãºltima la opciÃ³n mÃ¡s interesante.

Se trata de estudiar los valores de la variable en diferentes momentos del tiempo.

VARIABLE TEMPORAL: tambiÃ©n llamadas series temporales, cronolÃ³gicas o histÃ³ricas. En este caso, estudiamos variables temporales cuantitativas.

TIEMPO: elemento fundamental en una serie temporal. Es una variable discreta que siempre toma valores consecutivos y variando de uno en uno (de dÃ-a en dÃ-a, de mes en mes, de trimestre en trimestre, de aÃ±o en aÃ±o...)

Por ejemplo, si tenemos la siguiente serie mensual:

	ENERO
	FEBRERO
	MARZO
	ABRIL
2001	MAYO
	JUNIO
	JULIO
	AGOSTO
	SEPTIEMBRE
	OCTUBRE
	NOVIEMBRE
	DICIEMBRE
	ENERO
	FEBRERO
	MARZO
	ABRIL
	MAYO
2002	JUNIO
	JULIO
	AGOSTO
	SEPTIEMBRE
	OCTUBRE
	NOVIEMBRE
	DICIEMBRE

La variable Tiempo: enero, febrero, marzo... no nos sirve para trabajar con ella, por lo tanto, se le asignan nÃºmeros consecutivos, que serÃ¡n los valores de la variable tiempo (t):

ENERO	1
FEBRERO	2
MARZO	3

	ABRIL	4
2001	MAYO	5
	JUNIO	6
	JULIO	7
	AGOSTO	8
	SEPTIEMBRE	9
	OCTUBRE	10
	NOVIEMBRE	11
	DICIEMBRE	12
	ENERO	13
	FEBRERO	14
	MARZO	15
	ABRIL	16
	MAYO	17
2002	JUNIO	18
	JULIO	19
	AGOSTO	20
	SEPTIEMBRE	21
	OCTUBRE	22
	NOVIEMBRE	23
	DICIEMBRE	24

Si se trata de una serie anual:

1900	1
1901	2
1902	3
1903	4
1904	5
1905	6
1906	7
1907	8
1908	9

Y se harÃ-a lo mismo si tuviÃ©ramos otras medidas de tiempo, como horas, semanas, etc. En la tabla, aÃ±adirÃ-amos otra columna para los valores de la variable X_i , por ejemplo temperaturas.

Siempre se tienen en cuenta dos variables, pero una de ellas Y_i , se estudia asociada a la otra (tiempo). La variable dependiente serÃ¡; Y_i , y la independiente serÃ¡; el tiempo.

Los grÃ¡ficos de las variables temporales aportan mucha informaciÃ³n. En este estudio, la variable X_i se pone en el eje vertical y la variable tiempo (t) se pone en el eje horizontal:

6.2. COMPONENTES SISTEMÃ TICAS DE UNA SERIE TEMPORAL

- Tendencia

- Estacionalidad
- Ciclo

No todas las series temporales siguen el mismo patrón de comportamiento, pero se pueden sistematizar algunas características de su comportamiento.

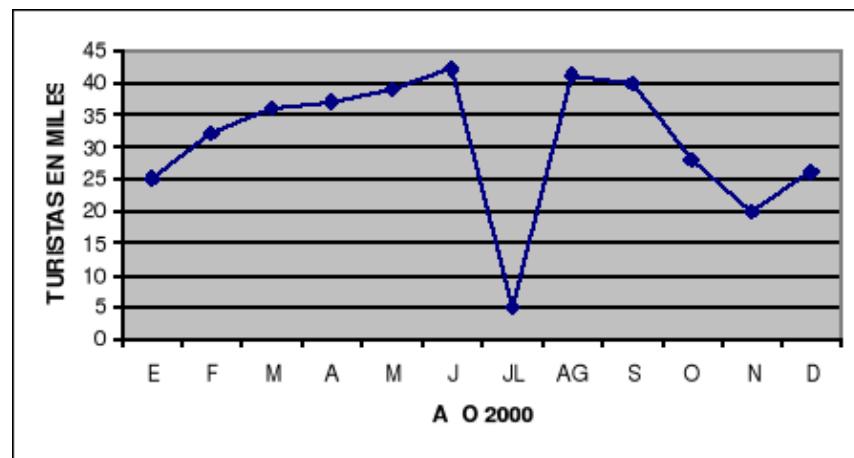
Tendencia: es la evolución GLOBAL de una serie temporal dentro del período que se observa. Es la evolución de la serie en el largo plazo. En turismo, muchas series tienen un comportamiento tendencia claramente creciente. La tendencia puede ser creciente, decreciente o constante (estancada). En el gráfico anterior, vemos que crece en los meses de verano y después decrece. Cuando se estudia la tendencia, hay que responder a dos preguntas: ¿hay tendencia?, y si la hay, ¿de qué tipo es la tendencia?.

Estacionalidad o Componente estacional: representa el conjunto de pautas que ocurren de modo muy similar, en los mismos períodos (meses, trimestres, etc.), repetiéndose sistemáticamente cada año. (OJO: no tiene sentido hablar de estacionalidad si son datos anuales). Para poder estudiar la estacionalidad necesitaremos los datos de dos años, como mínimo. En general, el comportamiento estacional de las series temporales se debe al clima, las costumbres vacacionales, sociales y religiosas y a los efectos del calendario. Cuando se estudia la estacionalidad, hay que responder a dos preguntas: ¿hay estacionalidad? y si la hay, ¿de qué tipo es la estacionalidad?.

Ciclo o componente cíclico: representa las oscilaciones que se repiten cada cierto número de años. Sólo se busca ciclo en las **series anuales**. Siempre consideraremos que si existe ciclo, se encuentra incluido en la tendencia. Cuando se estudia el ciclo, hay que responder si hay ciclo o no lo hay. (OJO: no tiene sentido hablar de ciclo si NO son datos anuales).

6.3. COMPONENTE NO SISTEMÁTICA DE UNA SERIE TEMPORAL

Irregularidad o componente irregular: incluye las variaciones aleatorias de la serie. Esta componente refleja los movimientos de muy corto plazo. Es decir, todo lo que se produce entre observaciones consecutivas, pero que no se reproduce de forma similar en los mismos períodos en años diferentes:



En este gráfico, vemos una irregularidad en el mes de julio, es un valor que se dispara respecto a los demás.

EJEMPLO: Tenemos el siguiente gráfico que representa las ventas de un restaurante a lo largo de cada trimestre entre los años 2000 y 2002 (examen):

- La tendencia es creciente. (hay que mirarlo en general, sube durante los tres primeros trimestres y baja

en el cuarto durante los 3 años).

- Estacionalidad: el tercer trimestre de los tres años tiene ventas muy superiores.
- Ciclos: sólo hay información de tres años y no basta para establecer si hay ciclo. Lo ideal es tener la información de 6 o 7 años.
- Irregularidad: no se observan irregularidades en este gráfico.

6.4. ANÁLISIS DE LA TENDENCIA Y DE ESTACIONALIDAD

El hecho de que en una misma serie temporal haya varias componentes (tendencia, estacionalidad e irregularidad), hace que el análisis de cada una de estas componentes por separado, resulte muy complicado.

Por lo tanto, **es conveniente aislar cada una de estas componentes**. En el ámbito turístico es muy frecuente que las series combinen estacionalidad, tendencia e irregularidad, aunque algunas series pueden no tener estacionalidad.

Debido a eso, se distingue entre series con tendencia y estacionalidad y series sólo con tendencia. Tendencia y estacionalidad son las componentes más importantes.

SERIES TEMPORALES CON TENDENCIA E IRREGULARIDAD (SIN ESTACIONALIDAD)

En el caso de series que sólo tienen tendencia e irregularidad, **aislar la tendencia significa eliminar la irregularidad**.

Si una serie no tiene estacionalidad y por tanto, muestra un crecimiento o un decrecimiento en el tiempo, se trata de determinar la relación existente entre la propia serie y el tiempo, es decir, **ajustar la tendencia a una recta**. La recta de regresión será:

$$V_t = a + b*t$$

Es decir, la recta de las ventas en función del tiempo será igual a la variable a más la variable b multiplicada por el tiempo. **Siempre hay que calcular la bondad del ajuste lineal (R²)**. La b indica la pendiente de la recta y también el tipo de tendencia:

b positiva ==> pendiente positiva ==> tendencia creciente

b negativa ==> pendiente negativa ==> tendencia decreciente

Es importante tener claro cuál es la variable dependiente (por ej, las ventas de un restaurante) y cuál es la variable independiente (t). Normalmente, la variable independiente se llama X, pero en este caso, la llamaremos t de tiempo y en los gráficos se representa en el eje horizontal. La variable dependiente suele llamarse Y, pero en este caso la llamaremos en función del dato que nos den, por ej V de ventas del restaurante y en los gráficos se representará en el eje vertical.

SERIES TEMPORALES CON ESTACIONALIDAD Y CON TENDENCIA CONSTANTE O CON UNA LIGERA TENDENCIA LINEAL

En este caso, **aislar la tendencia significa eliminar la irregularidad y la estacionalidad**.

El **coeficiente estacional** es la media aritmética (diaria, semanal, mensual, trimestral..) menos la media aritmética global:

$$\text{coeficiente estacional} = \text{media aritmética} - \text{media aritmética global}$$

EJEMPLO: Tenemos los siguientes datos de ventas de 4 años (necesitamos información de dos años como mínimo):

	trimestre	ventas	
1997	I	20	
	II	107	
	III	136	
	IV	45	
	1998	I	23
	II	109	
	III	144	
	IV	51	
	1999	I	22
	II	115	
	III	145	
	IV	53	
2000	I	19	
	II	115	
	III	143	
	IV	52	

Confeccionamos una nueva tabla para poder hacer las operaciones. En esta tabla, ya se observa la estacionalidad y el tercer trimestre es el más alto en los cuatro años:

	1997	1998	1999	2000
I	20	23	22	19
II	107	109	115	115
III	136	144	145	143
IV	45	51	53	52

1º Calculamos la **media aritmética trimestral Vt** (porque los datos son trimestrales):

	1997	1998	1999	2000	media Vt
I	20	23	22	19	21
II	107	109	115	115	111,5
III	136	144	145	143	142
IV	45	51	53	52	50,25

2º Calculamos la **media global**. Se puede hacer sumando la **Vt** y se hace la media o bien, se suman todos los valores y se divide entre n:

$$21 + 111,5 + 142 + 50,25$$

----- = 81,1875 es la media global

4

3º Calculamos el **coeficiente estacional**, es decir cada media trimestral menos la global (por este orden, ya que el signo del resultado es importante):

	1997	1998	1999	2000	media Vt	coef. Estacional
I	20	23	22	19	21	-60,1875
II	107	109	115	115	111,5	30,3125
III	136	144	145	143	142	60,8125
IV	45	51	53	52	50,25	-30,9375
			media global		81,1875	

La temporada más baja en ventas es la del coeficiente negativo más pequeño (-60,1875).

La temporada más alta en ventas es la del coeficiente positivo más grande (60,8125).

4º **Desestacionalizar**: eliminar la estacionalidad de la serie. A cada valor (en este caso, trimestral) hay que restarle el coeficiente estacional correspondiente:

- A las ventas del primer trimestre, restarle el coeficiente estacional del primer trimestre.
- A las ventas del segundo trimestre, restarle el coeficiente estacional del segundo trimestre.
- A las ventas del tercer trimestre, restarle el coeficiente estacional del tercer trimestre.
- A las ventas del cuarto trimestre, restarle el coeficiente estacional del cuarto trimestre.

trimestre	ventas	Desestacionalizar
I	20	80,1875
II	107	76,6875
III	136	75,1875
IV	45	75,9375
I	23	83,1875
II	109	78,6875
III	144	83,1875
IV	51	81,9375
I	22	82,1875
II	115	84,6875
III	145	84,1875
IV	53	83,9375
I	19	79,1875
II	115	84,6875
III	143	82,1875
IV	52	82,9375

6.5. TASAS DE VARIACIÓN O DE CRECIMIENTO

Las tasas de variación implican siempre una proporción y sirven para establecer comparaciones temporales; esto implica la comparación de los valores de una variable en diferentes momentos del tiempo. **Las tasas**

siempre son cocientes o proporciones y deben expresarse en %.

Ejemplos:

Plazas ocupadas

Tasa de ocupación hotelera = ----- X 100

Plazas ofertadas

Nº de ocupados

Tasa de paro = ----- X 100

Población activa

Tasa de variación de un período respecto al inmediatamente anterior: La tasa de variación porcentual o relativa expresa, en términos relativos, el incremento (o decremento) de un valor respecto a su valor previo y se calcula:

$$T_1 = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \cdot 100$$

Por ejemplo, la tasa de variación del IV trimestre respecto al III trimestre de 1997 de la tabla anterior, será:

Ventas IV trim – Ventas III trimestre

TIV = ----- X 100

Ventas III trimestre

45 – 136

TIV = ----- X 100 = -66,91%

136

El resultado indica un decrecimiento de casi el 67%

Tasa de variación de un período del año anterior: tasa interanual: expresa la variación de una valor de la variable respecto al valor del año anterior.

La tasa interanual para una serie mensual es:

$$T_{12} = \frac{Y_t - Y_{t-12}}{Y_{t-12}} \cdot 100$$

La tasa interanual **para una serie trimestral** es:

$$T_4 = \frac{Y_t - Y_{t-4}}{Y_{t-4}} \cdot 100$$

Por ejemplo, la variación interanual del primer trimestre de 1999, respecto al del año anterior de los datos del ejemplo anterior, será:

Ventas I trim1999 – Ventas I trim1998

$$\text{TI, 1999} = \frac{\text{Ventas I trim1998}}{\text{Ventas I trim1999}} \times 100$$

Ventas I trim1998

22 – 23

$$\text{TI, 1999} = \frac{22}{23} \times 100 = -4,5\%$$

23

El resultado indica un decrecimiento interanual del 4,5%.

6.6. NÚMEROS ÍNDICE

(A PARTIR DE LAS TASAS DE VARIACIÓN)

Para facilitar la comparación de una variable en diferentes momentos del tiempo, hace falta analizar la evolución de cada variable en referencia a un mismo momento dado.

Un **número índice** representa la variación (creciente o decreciente) que experimenta en cada período una variable con referencia a un instante temporal, que se considera como referencia, llamado **período base** del índice.

Un **índice simple** es el cociente entre las dos magnitudes que se quieren comparar.

De forma general, si Y_t es una serie temporal cualquiera, el índice de la variable en el período t con período base 0, puede expresarse de la siguiente forma:

$$I_{t,0} = \frac{\text{Valor de } Y \text{ en el período } t}{\text{Valor de } Y \text{ en el período base}} \cdot 100 = \frac{Y_t}{Y_0} \cdot 100$$

Un **índice de precios** calculado para el período base toma el valor de 100 (examen):

Y_0

$$I_{0,0} = \frac{\text{Valor de } Y \text{ en el período } 0}{\text{Valor de } Y \text{ en el período base}} \cdot 100 = 100$$

Y0

Por lo tanto, 100 es el número de referencia. Si calculamos un Índice de precios y el resultado es 85, significa que ha habido una disminución del 15% ($85 - 100 = -15$). Si el resultado es 110, significa que ha aumentado un 10% ($110 - 100 = 10$).

Los **Índices compuestos** sintetizan, en un solo Índice, la evolución conjunta de varias magnitudes. Se calculan a base de integrar en un solo conjunto de Índices simples, consiguiendo un indicador agregado a partir de Índices individuales.

Los **Índices de precios compuestos** agregan en un solo Índice los precios de k productos (examen):

$$\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{\text{Precio en año } t \text{ del producto } i}{\text{Precio en año base del producto } i} \cdot 100$$

Índices Compuestos Ponderados. Se da una importancia diferente a los precios de distintos productos. Se calculan las medias ponderadas.

Ejemplo. **Índices de Precios al Consumo.** Los Índices de precios al consumo **son Índices de precios compuestos y ponderados** que se calculan muy frecuentemente a través de estas dos alternativas de cálculo (examen):

Índice de Laspeyres (L): El Índice de Laspeyres usa como ponderación el consumo de los productos en el año base (q_{i0}).

$$L_{t,0} = \frac{\sum_{i=1}^k P_{it} \cdot q_{i0}}{\sum_{i=1}^k P_{i0} \cdot q_{i0}} \cdot 100$$

Índice de Paasche (P): El Índice de Paasche utiliza los consumos del año para el que se calcula el Índice (q_{it}).

$$P_{t,0} = \frac{\sum_{i=1}^k P_{it} \cdot q_{it}}{\sum_{i=1}^k P_{i0} \cdot q_{it}} \cdot 100$$

P_t y P_{i0} son los precios y **q_{it}** y **q_{i0}** las cantidades consumidas de cada producto en el año actual y en el año base, respectivamente. El Índice de Laspeyres usa como ponderación el consumo de los productos en el año base. El Índice de Paasche utiliza los consumos del año para el que se calcula el Índice.

Índice de Fischer: es la media geométrica de los Índices anteriores.

$$Ft,0 = L t,0 \times P t,0$$

Los Índices de Fisher y Paasche son muy costosos de calcular. En España, se utiliza en Índice de Laspeyres para calcular el IPC.

ÍNDICE DE PRECIOS AL CONSUMO (ESPAÑA)

El INE (Instituto Nacional del Estadística) elabora mensualmente el IPC de España. Con este indicador se quiere medir la variación de los precios de los bienes y servicios que forman la cesta de la compra de la población residente en viviendas familiares españolas. Esta cesta de la compra es el conjunto de artículos que se consumen de forma mayoritaria en una familia durante todo un año. El año base actual es el 2001 y el anterior fue 1992.

Los productos consumidos se han clasificado en 12 grupos integrados por un total de 471 artículos. Las cantidades de cada uno de esos artículos consumidas por las familias, proporcionan sus ponderaciones.

De estos 12 grandes grupos, el subgrupo Servicios Turísticos está incluido en el grupo 9 Ocio y cultura. También hay que destacar el grupo 11 Hoteles, cafeterías y restaurantes, que incluye alojamiento y parte de la oferta complementaria. Con los precios de los productos de cada grupo y subgrupo, el INE elabora el Índice de Precio de Turismo (IPT). Hay que tener en cuenta que el IPC se refiere a los precios que pagan las familias residentes en España y no los turistas. Hay productos que solo son consumidos por turistas, como los souvenirs, pero no hay estudios sobre esa variación de precios.

IPC Ponderaciones. Base 2001

Base 2001. Series desde enero de 2002

Índices nacionales: general y de grupos COICOP

Unidades: Tanto por mil

	2002	2003	2004	2005	2006
General	1.000,000	1.000,000	1.000,000	1.000,000	1.000,000
Alimentos y bebidas no alcohólicas	218,630	219,309	226,033	226,033	222,825
Bebidas alcohólicas y tabaco	32,170	31,822	31,710	31,710	30,596
Vestido y calzado	99,280	98,993	97,287	97,287	92,507
Vivienda	110,260	106,841	106,908	106,908	107,094
Menaje	63,571	64,101	64,131	64,131	61,660
Medicina	28,062	27,529	26,831	26,831	27,152
Transporte	155,760	153,233	144,028	144,028	149,103
Comunicaciones	25,729	27,345	29,942	29,942	32,762
Ocio y cultura	67,263	68,338	67,650	67,650	67,779
Enseñanza	17,444	16,747	16,739	16,739	16,755
Hoteles, cafés y restaurantes	112,708	111,810	112,340	112,340	114,480
Otros bienes y servicios	69,124	73,933	76,401	76,401	77,187

1) Las ponderaciones en vigor durante el año 2005 son las mismas del año 2004

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Copyright INE 2006

IPC Ponderaciones.

Base 2006.

Ponderaciones IPC Nacional general y de grupos COICOP

Unidades: Tanto por mil

	2007	2008
General	1.000,000	1.000,000
Alimentos y bebidas no alcohólicas	220,556	202,796
Bebidas alcohólicas y tabaco	28,229	26,678
Vestido y calzado	90,280	88,054
Vivienda	103,607	102,582
Menaje	61,520	66,697
Medicina	28,259	30,416
Transporte	148,879	151,963
Comunicaciones	35,845	36,801
Ocio y cultura	71,089	74,957
Enseñanza	16,027	14,684
Hoteles, cafés y restaurantes	115,477	118,699
Otros bienes y servicios	80,230	85,673

Grupo 11. Hoteles, cafés y restaurantes

Índice de Precios de Consumo

Base 2006. Series desde enero de 2002

Índices nacionales: general y de grupos COICOP

Unidades: Base 2006=100

	Índice	Variación mensual	Variación anual
Hoteles, cafés y restaurantes			
2008M01	106,946	0,7	4,8
2008M02	107,575	0,6	4,8
2008M03	108,628	1,0	5,2
2008M04	109,200	0,5	4,5
2008M05	109,448	0,2	4,8
2008M06	109,970	0,5	4,8
2008M07	111,077	1,0	4,8
2008M08	111,974	0,8	4,9
2008M09	110,941	-0,9	4,8
2008M10	110,744	-0,2	4,7
2008M11	110,465	-0,3	4,5

EXAMEN DE ANÁLISIS CUANTITATIVO DE LA ACTIVIDAD TURÍSTICA

Febrero 2009

M4

Los criterios de evaluación de este test son los siguientes: las preguntas bien contestadas suman un punto, las incorrectas restan 1/3.

1. El número de turistas llegados a un destino en agosto de 2008 fue de 1.327.543. Esto es:
- Una frecuencia
 - Una observación
 - Una varianza
 - Una variable

2. En el siguiente cuadro se recogen los valores de la media y la mediana de tres variables.

Variable	Media	Mediana
1	-0,05	-0,05
2	9,01	9,71
3	-10,33	-1,59

Puede afirmarse que:

- La primera y segunda variable son simétricas.
 - La primera variable es simétrica, la segunda asimétrica por la izquierda y la tercera asimétrica por la derecha.
 - La primera variable es simétrica, la segunda asimétrica por la derecha y la tercera asimétrica por la izquierda.
 - Las tres variables son simétricas.
3. En un estudio sobre el gasto turístico por persona y día realizado con 4000 turistas, se ha determinado que el cuartil de menos gasto es 66,07 euros. Esto significa que:
- Que el turista que gasta menos, gasta 66,07 euros
 - Que hay 3000 turistas que gastan menos de 66,07 euros
 - Que hay 2000 turistas que gastan menos de 66,07 euros
 - Que hay 1000 turistas que gastan menos de 66,07 euros
4. En una determinada distribución, sabemos que su moda deja el 75% de observaciones a su derecha. Entonces la distribución es:
- Simétrica
 - Asimétrica
 - Normal
 - Bimodal
5. Contamos con la siguiente información acerca de la satisfacción expresada por los clientes de un hotel sobre el trato recibido:

	n	f
Muy satisfecho/a	15	0,75
Satisfecho/a	11	0,22
Ni satisfecho/a, ni insatisfecho/a	9	0,18
Insatisfecho/a	7	0,14
Muy insatisfecho/a	8	0,16

50 1

Según estos datos:

- 7 de los 54 individuos de la muestra, dicen estar insatisfechos con el trato recibido en el hotel.
- Las opiniones favorables son del 45%.
- Las opiniones desfavorables son del 45%.
- La moda de esta distribución es "muy satisfecho/a".

6. Para comparar la dispersión entre los precios de una cadena situados en Francia y en España, la mejor medida de dispersión será:

- La desviación estandar.
- La varianza.
- El coeficiente de variación.
- El rango intercuartílico.

7. En una encuesta turística se encuentra la siguiente pregunta: Además de lo que ha pagado en su ciudad, ¿Cuánto ha gastado en nuestras islas? Las respuestas de 200 encuestados a esta pregunta se recogen en:

- Una variable temporal
- Una variable cualitativa
- Una constante
- Ninguna de las anteriores

8. El volumen de pernoctaciones mensual de cierto alojamiento turístico que posee 25 habitaciones individuales, 15 habitaciones dobles y 10 habitaciones de 3 plazas, si se sabe que ocupa el 73% de su capacidad será:

- 145 pernoctaciones
- 105,85 pernoctaciones
- 317,5 pernoctaciones
- 4360 pernoctaciones

9. Se conoce el número de pasajeros que han volado en la compañía Air World cada trimestre del año 2008. Las frecuencias relativas acumuladas han sido para el primer, segundo, tercer y cuarto trimestre respectivamente: 37,2%, 76,5%, 94,5% y 100%. Las frecuencias relativas de cada trimestre son por tanto:

- 37,2%, 40,1%, 10,3%, 3,4%
- 37,2%, 39,3%, 18,1%, 2,4%
- 37,2%, 38,4%, 15,9%, 8,8%
- No se pueden calcular.

10. Este es el ranking de las Cadenas Hoteleras en España por el número de plazas.

Cadena	Nº de plazas (2008)
Grupo Sol-Melia	56007
Iberostar	21261
Hoteles Husa	12278
Hoteles Barceló	11157
N.H. Hoteles	10222
Paradores de España	10304
Iberostar	8637
Trig.Hoteles	8490
Med Playa Hotels	8743
Fiesta Hoteles	8634

Se puede afirmar que los cuartiles de esta distribución son:

- 66007, 12278 y 10304
- 56007, 12278 y 8637
- Grupo Sol-Melia, Hoteles Husa y Paradores
- Grupo Sol-Melia, Hoteles Husa e Iberostar

11. Calcule la covariancia entre Y_t y X_t con $t=1, \dots, 7$, sabiendo que sus desviaciones con respecto a la media son $-6, -3, -2, 5, -4, 6, 4$ para la variable Y_t y $-2, -1, 0, 2, 3, 2$ para la variable X_t . El resultado es:

- 6,857
- 5,857
- 6,857
- 0,586

12. Se ha detectado una relación de causalidad entre dos variables cuantitativas de las que se poseen 7 observaciones, tienen respectivamente medias de $\bar{X} = 256$ y $\bar{Y} = 26$. Se realiza un ajuste lineal y se sabe que la pendiente es 2,5. ¿Qué valor se obtendrá del término constante del ajuste?
 a) -256
 b) -614
 c) 191
 d) 282
13. Se quiere hacer la media ponderada de los precios de Diciembre de 2008 del trayecto Barcelona – Palma que realizan las compañías AIR EU, IRIIA y SPAIR. La compañía AIR EU ha tenido 54.000 pasajeros, la compañía IRIIA 64.000 y la compañía SPAIR 36.000. ¿Cuáles serán las respectivas ponderaciones (en %) que se utilizarán para la media?
 a) 34,77, 22,88 y 40,11
 b) 0,3477, 0,2288 y 0,4011
 c) 0,2629, 0,4183 y 0,2012
 d) 35,28, 41,83 y 22,88
14. Se han estudiado las respuestas de 283 clientes a un cuestionario. De las respuestas a dos de las cuestiones se ha obtenido esta tabla conjunta de frecuencias relativas:
- | | Bueno | Normal | Malo |
|-------|--------|--------|--------|
| sí | 15,90% | 16,25% | 4,24% |
| No | 4,95% | 18,73% | 15,55% |
| NS/NC | 8,83% | 3,89% | 11,86% |
- Esta tabla es:
 a) de perfiles fila.
 b) de perfiles columna.
 c) de frecuencias sobre el total de observaciones.
 d) de frecuencias marginares.
15. En la siguiente tabla se presentan una serie de cálculos realizados a partir de los valores de la serie trimestral y_t .

	y_t	MM(4)	MMC(4)	$y_t - MMC(4)$
1T	20			
2T	30	32,5		
3T	70	32,5	32,5	-27,5
4T	10	35	33,75	-23,75
1T	20	32,5	33,75	-13,75
2T	40	32,5	32,5	7,5
3T	60	35	33,75	26,25
4T	10	35	35	-25
1T	30	37,5	36,25	-6,25
2T	40	37,5	37,5	2,5
3T	70			
4T	10			

Los factores estacionales correspondientes al primer, segundo, tercero y cuarto trimestre son:

- a) 23,33, 36,99, 66,66 y 10
 b) -15,75, 7,5, 26,25 y -25
 c) 10,605, 4,375, 31,255 y -25,006
 d) 31,88, -24,38, -10 y 5

16. Se ha estudiado la relación lineal entre el número de excursiones a Cabrera vendidas durante siete años consecutivos (Ventas) y los precios de la excursión (expresados en euros) en estos siete años (Precios). Un resultado del estudio es que si aumentan los precios en 1 euro, entonces el número de excursiones vendidas disminuye cada año en 235. ¿De qué resta ajustada se ha extraído este resultado?
 a) Precios = 143,234 - 235 · Ventas
 b) Ventas = 143,234 - 235 · Precios
 c) Precios = 235 - 1,43 · Ventas
 d) Ventas = 235 - 1,43 · Precios
17. Un índice de precios de Laspeyres para el año 2008 en base 2000 combina:
 a) Precios de 2008 con cantidades de 2000
 b) Precios de 2008 con cantidades de 2008
 c) Precios de 2008 con cantidades de 2007
 d) Precios de 2000 con cantidades de 2008
18. Si en el mes de Diciembre de 2008 se calcula que el IPC (base Enero 2001) es 129,5 y que la tasa de crecimiento del IPC de ese mes con respecto al mismo mes del año anterior es 3,09% debemos interpretar que:
 a) Los precios de consumo de los bienes y servicios de Diciembre de 2008 son un 129,5% más elevados que los de Enero de 2001 y han crecido un 3,09% con respecto a los de Diciembre de 2007.
 b) Los precios de consumo de los bienes y servicios de Diciembre de 2008 son un 29,5% más elevados que los de Enero de 2001 y han crecido un 3,09% con respecto a los de Diciembre de 2007.
 c) Los precios de consumo de los bienes y servicios de Diciembre de 2008 son un 29,5% más elevados que los de Enero de 2001 y han crecido un 103,09% con respecto a los de Diciembre de 2007.
 d) Los precios de consumo de los bienes y servicios de Diciembre de 2008 son un 129,5% más elevados que los de Enero de 2001 y han crecido un 103,09% con respecto a los de Diciembre de 2007.

Análisis cuantitativo de la Actividad turística 2

55

77

Frecuencia relativa X ($360/100$) = x grados

O lo que es lo mismo:

Frecuencia relativa X $3,6 = x$ grados

$$30 \times 3,6 = 108^\circ$$

$$39,6 \times 3,6 = 142,56^\circ$$

$$8,4 \times 3,6 = 30,24^\circ$$

$$4 \times 3,6 = 14,4^\circ$$

$$18 \times 3,6 = 64,8^\circ$$

25%

75 % 50%

	\hat{A}			
2	x	\hat{A}		
1	\hat{A}	x	x	x
	\hat{A}	\hat{A}	\hat{A}	\hat{A}
	X	Y	Z	W