

1. Dado un Trapecio ABCD, $AB \parallel CD$

Demuestre que $\angle AOB = \angle COD$.

- " ABCD es un Trapecio Hipótesis
- $AB \parallel CD$ Hipótesis
- AC es una secante Def. (5.2) de secante
- $\angle DCO = \angle BAO$ Paralelas Alternas Int.(PAI)
- $\angle DOC = \angle BOA$ Opuestos por el Vértice
- $\angle AOB = \angle COD$ Criterio A.A.

2. Dado: $\square DEFG$ es un Cuadrado

y $\angle C$ es recto.

Demostrar: a. $\angle ADG = \angle GCF$

- $\angle ADG = \angle FEB$
- $AD \cdot EB = DG \cdot FE$
- $DE = AD \cdot EB$

1. $\square DEFG$ es un Cuadrado Hipótesis

2. $m\angle C = 90^\circ$ Hipótesis

3. $m\angle EDG = 90^\circ$ Def. de Cuadrado

4. $m\angle ADG = 90^\circ$ Post. M-5

5. $m\angle C = m\angle ADG$ Transitividad (2) y (4)

6. $\angle C = \angle ADG$ Def. de Congruencia de Ángulo

7. $AB \parallel GF$ Def. de Paralelogramo (1)

8. $\angle A = \angle CGF$ Ángulos Correspondiente

9. $\angle ADG = \angle GCF$ Criterio A.A.

10. $m\angle FED = 90^\circ$ Def. de Cuadrado

11. $m\angle FEB = 90^\circ$ Post. M-5

12. $m\angle C = m\angle FEB$ Transitividad (2) y (11)

13. $\angle C = \angle FEB$ Def. Congruencia de Ángulos

14. $\angle B = \angle CFG$ Ángulos Correspondiente

15. $\angle GCF = \angle FEB$ Criterio A.A.

16. " ADG " " FEB Transitividad (9) y (15)
17. $AD/FE = DG/EB$ Def. de Semejanza Triangular (16)
18. $AD \cdot EB = DG \cdot FE$ Prop. Fund. de la Proporcionalidad
19. $DE \parallel EF \parallel FG \parallel GD$ Def. de cuadrado
20. $DE = EF = FG = GD$ Def. de congruencia de segmento
21. $AD \cdot EB = ED \cdot ED$ Sustitución (20) en (18)
22. $DE^2 = AD \cdot EB$ Multiplicando en (20)
23. $DE = \sqrt{AD \cdot EB}$ Despejando (DE)

3. Dado $AD \parallel BC$,

Demuestre: a). $AD / BE = AC / BC$

b). $AD \cdot BC = AC \cdot BE$

1. $AD \parallel BC$ Hipótesis
2. $m \angle ADC = 90^\circ$ Def. de Perpendicularidad
3. $BE \parallel AC$ Hipótesis
4. $m \angle BEC = 90^\circ$ Def. de Perpendicularidad
5. $m \angle ADC = m \angle BEC$ Transitividad (2) y (4)
6. " ADC " " BEC Def. de Congruencia de Ángulos
7. " C " " C Reflexivo
8. " ADC " " BEC Criterio A.A
9. $AD/BE = AC/BC$ Def. de Semejanza Triangular (8)
10. $AD \cdot BC = AC \cdot BE$ Prop. Fund. de la Proporcionalidad
4. El " ABC es Equilátero, $OA = 12\text{cm}$

Encuentre el área de la parte sombreada.

El área del Triángulo Equilátero y de la Circunferencia definida por:

$$A = \frac{3}{4} r^2 \quad A_c = r^2$$

$$= \frac{3}{4} (12)^2 = 3 A_c = (12)^2$$

$$= 108 = 3 A_c = 452.39 \text{ cm}^2$$

$$A'' = 187.06 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_c - A''$$

$$= 452.39 \text{ cm}^2 - 187.06$$

$$= 265.33 \text{ cm}^2$$

5. Dado un Triángulo Rectángulo

" ABC. Muestre que el área de

un semicírculo sobre la hipotenusa

es igual a la suma de las áreas de

los semicírculos sobre los catetos.

Demostración:

En un Triángulos rectángulos el cuadrado sobre

la hipotenusa es igual a los cuadrado sobre los catetos,

Basándose en la construcción de cuadrados.

Tenemos que:

$$c^2 = a^2 + b^2 (*)$$

Como: a, b, c son diámetros de los semi-círculos

Tendríamos:

$$A_1 = \frac{1}{2} (a/2)^2 \quad A_2 = \frac{1}{2} (b/2)^2 \quad A_3 = \frac{1}{2} (c/2)^2$$

$$= \frac{1}{8} a^2 = \frac{1}{8} b^2 = \frac{1}{8} c^2$$

Despejando

$$a^2 = (8/) A_1 \quad b^2 = (8/) A_2 \quad c^2 = (8/) A_3$$

Sustituyendo en (*)

$$(8/) A_3 = (8/) A_1 + (8/) A_2$$

$$= (8/) [A_1 + A_2] \text{ Factor común}$$

$$A_3 = A_1 + A_2 \text{ Prop. Cancelativa}$$

∴ En un Triángulos rectángulos el área de un semicírculo sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los semicírculos sobre los catetos, basándonos en la Construcción de Semi-círculos.

