

17/DIC/2002

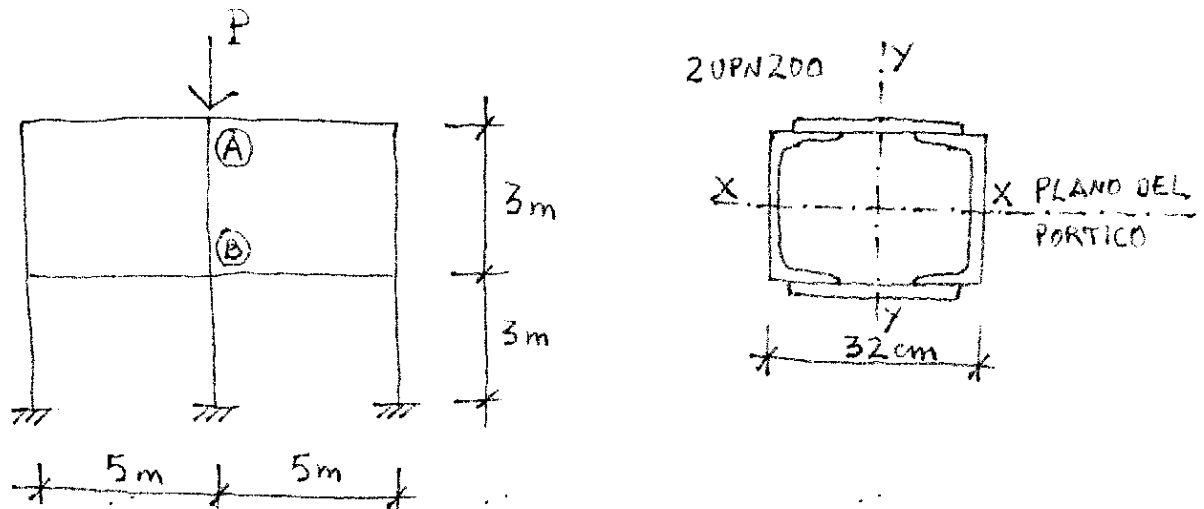
EJERCICIO 1

En el pórtico de la figura los pilares son 2UPN200 empesillados y las vigas son IPE300. El pilar AB recibe una carga P centrada. En el plano perpendicular los nudos A y B tienen permitido el giro pero impedido el desplazamiento.

Se pide calcular la máxima carga P que puede soportar el pilar AB.

Coefficiente de ponderación de acciones 1.5

Acero A42b



EJERCICIO 2

Una viga metálica biapoyada de 5.2 m de luz recibe una carga de 30 kN/m, transmitida por un forjado.

Se pide:

- Calcular el perfil IPE necesario para la viga, sin considerar fenómenos de inestabilidad.
- Comentar razonadamente, sin realizar cálculos, qué comprobaciones de inestabilidad es preciso realizar a esta viga.

Coefficiente de ponderación de acciones 1.5

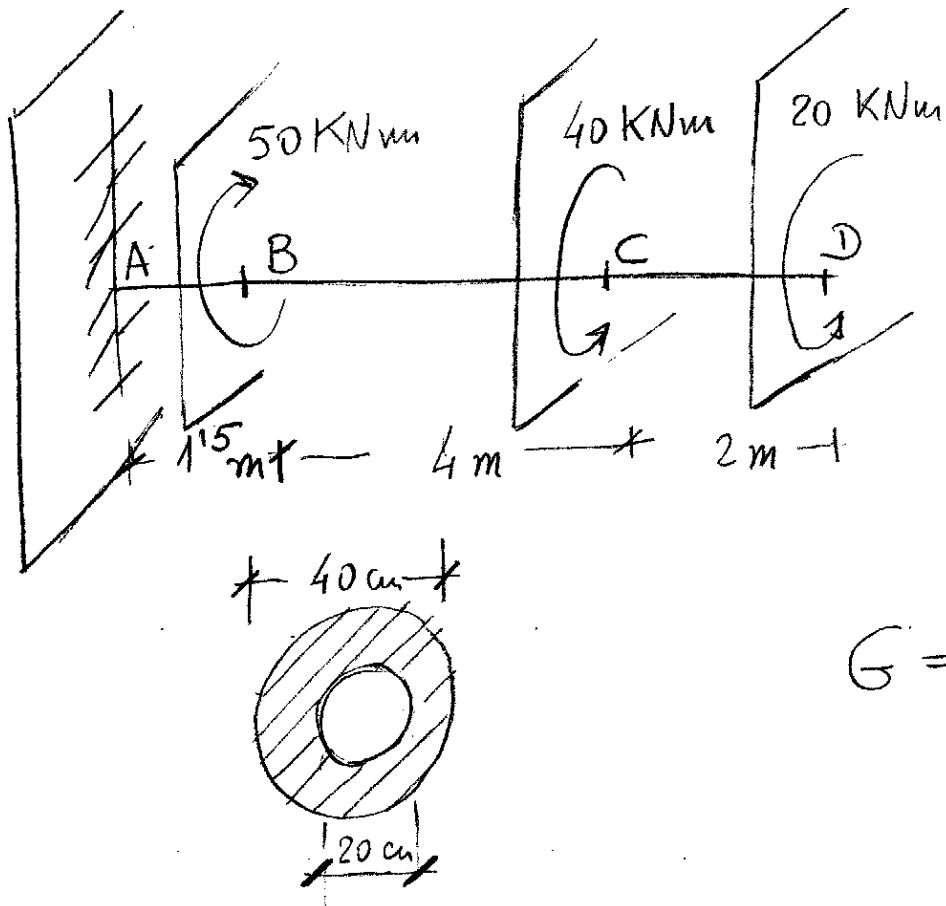
Acero A42b

Tiempo: 1 hora y 30 minutos

17/DIC/2002

EJERCICIO 3

Dada la viga que se croquiza, calcular el giro máximo que en ella se produce, así como las tensiones máximas y mínimas que aparecen.



Sección barra AE.

Tiempo: 40 minutos

E.T.S. DE ARQUITECTURA / ESTRUCTURAS 1 / PLAN 98

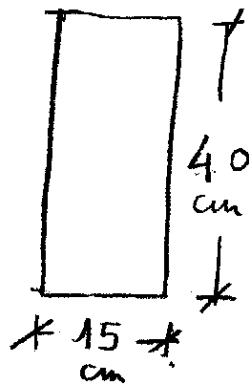
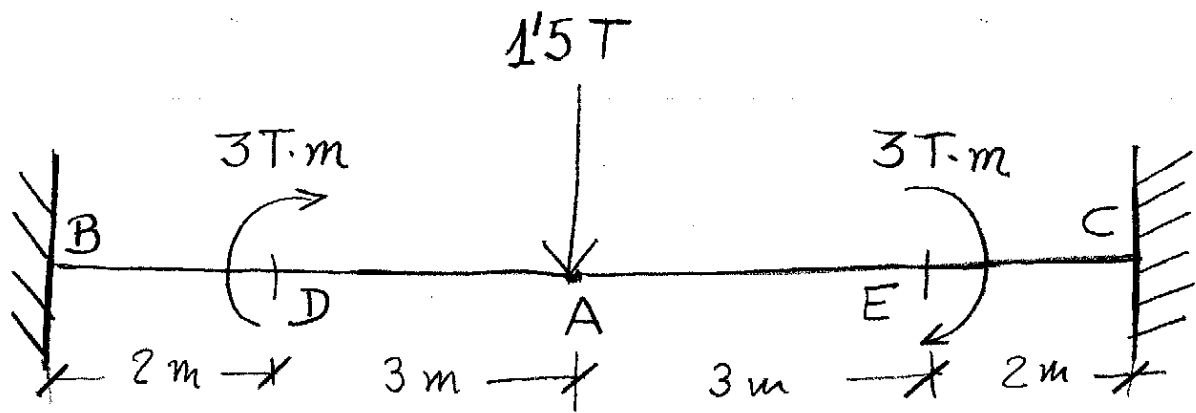
17/DIC/2002

EJERCICIO 4

Dada la viga de la figura, se pide calcular:

- Giro en A
- Flecha en A

$E = 106 \text{ kp/cm}^2$



Sección viga BC

Tiempo: 45 minutos

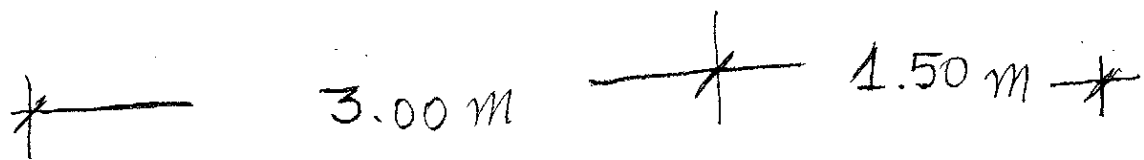
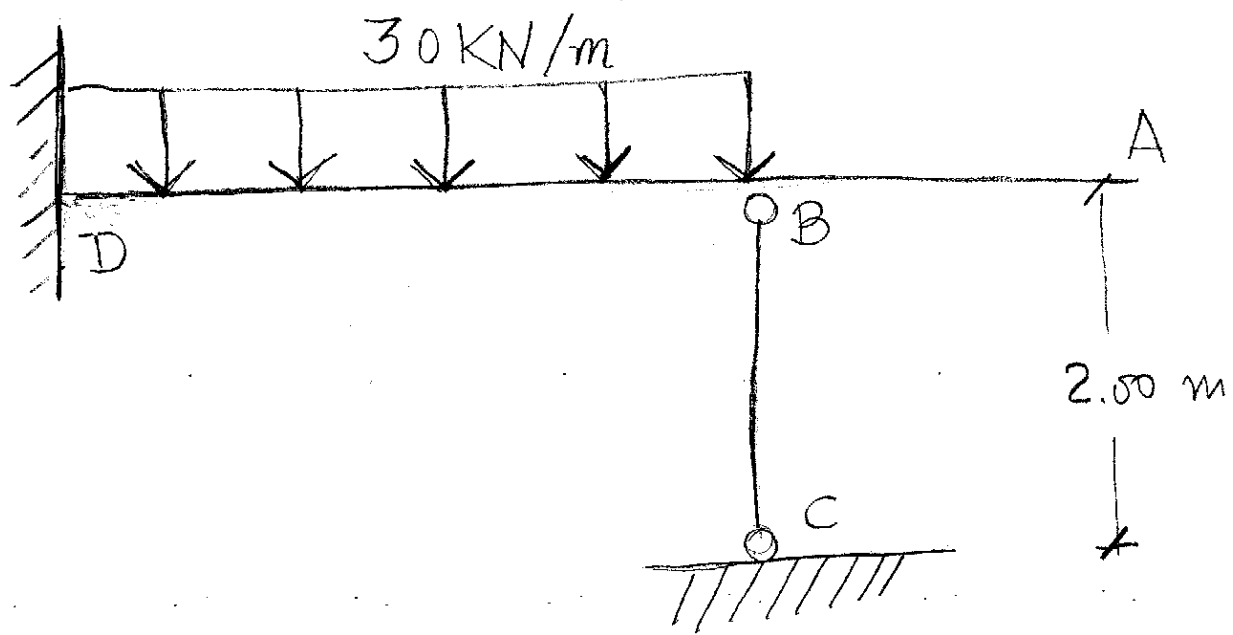
E.T.S. DE ARQUITECTURA / ESTRUCTURAS 1 / PLAN 98

17/DIC/2002

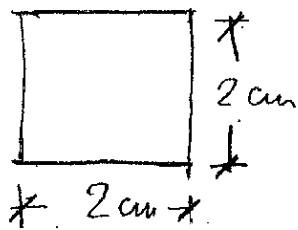
EJERCICIO 5

La barra BC sufre un aumento de temperatura de 30°C .

Se pide calcular el corrimiento vertical de A.



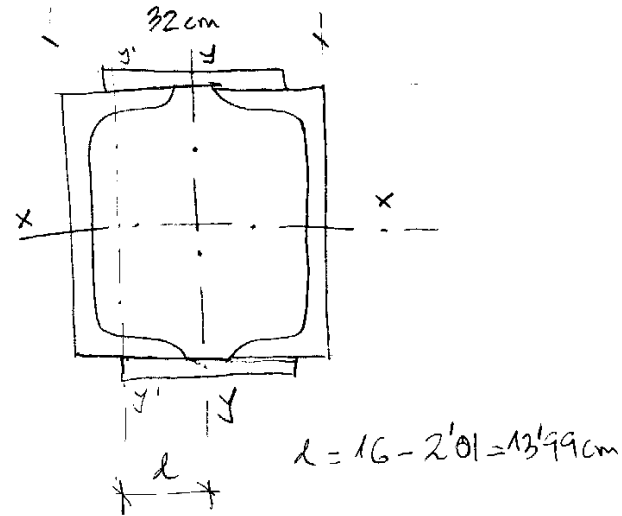
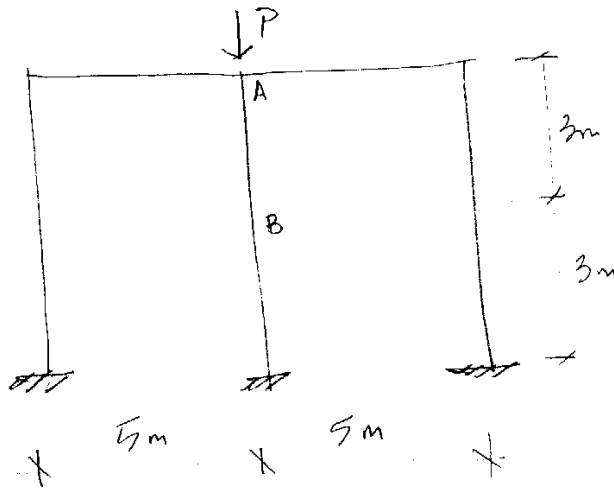
Sección
Pilar BC



Tiempo: 45 minutos

Exercício 1.

REEMPLAZAR PG8.



1. CARACTERÍSTICAS DE LA SECCIÓN.

- 1 UN 200 -

$$A = 32.2 \text{ cm}^2$$

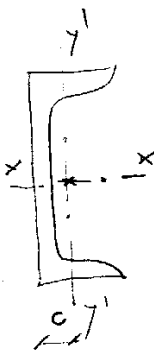
$$I_x = 1910 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 148 \text{ cm}^4$$

$$i_x = 2.7 \text{ cm}$$

$$i_y = 2.14 \text{ cm}$$

$$c = 2.01 \text{ cm}$$



- 2 UN 200 -

$$A = 64.4 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 2 I_{x, \text{un}} = 3820 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2 (I_{y, \text{un}} + A_{\text{un}} d^2) = 2 (148 + 32.2 \cdot 13.99^2) = 12900 \text{ cm}^4$$

$$i_x = i_{x, \text{un}} = 2.7 \text{ cm}$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{12900}{64.4}} = 14.15 \text{ cm}$$

2. PANDERO RANDO BÓRTICO (RANCHO X-X EDE Y-Y) EDE LIBRE.

$$k_A = \frac{2 \times 8360 / 500}{2 \times 8360 / 500 + 12900 / 350} = 0.44 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Tabla 3244b.} \\ P = 1.57 \rightarrow \frac{k_y}{i_y} = \frac{L_P}{i_y} = \frac{350 \cdot 1.57}{14.15} = 33.3 \end{array} \right\}$$

$$k_B = \frac{2 \times 8360 / 500}{2 \times 8360 / 500 + 2 \cdot 12900 / 350} = 0.28 \quad \left. \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{L_1}{i_1} \leq 50 \rightarrow L_1 \leq 50 \cdot i_1 = 107 \text{ cm. } n \geq \frac{L}{L_1} = 2.8 \\ (\lambda_1 = 2.14) \\ n = 3 \rightarrow L_1 = \frac{350}{3} = 116.67 \rightarrow \lambda_1 = \frac{100}{2.14} = 46.73. \end{array} \right\}$$

$$i_{yy} = \sqrt{i_y^2 + \frac{m}{2} \lambda_1^2} = \sqrt{14.15^2 + \frac{2}{2} \cdot 46.73^2} = 57.4 \text{ cm} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Tabla 32.7} \\ w_y = 1.20 \end{array} \right)$$

(m=2)

$$\frac{N^* w_y}{A} = \frac{1.57 P \cdot 1.2}{64.4} = \sigma_E = 26 \text{ kPa} \rightarrow P = 930.2 \text{ kN}$$

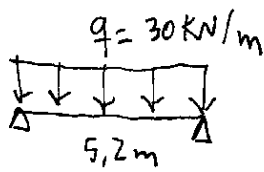
$$P = 930.2 \text{ kN}$$

3. PINNED REND $\perp$ PARTIAL REND YY. EJE X-X. EJE MATERIAL

$$\beta = 1 \rightarrow L_p = 300 \cdot 1 \rightarrow \lambda_x = \frac{L_p}{i_x} = \frac{300}{7.7} = 38.9 \xrightarrow{\text{tabla 327}} \omega_x = 1.07$$

$$\beta = 1. \quad \frac{N^* \omega_x}{A} = \frac{1.5 P \cdot 1.07}{64.4} = \sigma_E = 26 \text{ kPa} \rightarrow P = 1043.2 \text{ kN}$$

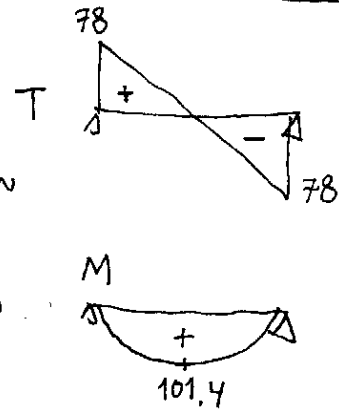
$$P_{max} = 930.2 \text{ kN.}$$



1. LEYES DE ESFUERZOS:

$$T_{\max} = \frac{qL}{2} = \frac{30 \cdot 5,2}{2} = 78 \text{ kN}$$

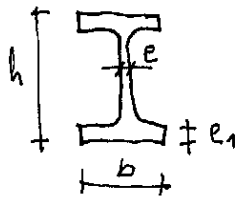
$$M_{\max} = \frac{qL^2}{8} = \frac{30 \cdot 5,2^2}{8} = 101,4 \text{ kN}\cdot\text{m}$$



2. PREDIMENSIONADO

$$W_x \geq \frac{M_{\max}^*}{\sigma_a} = \frac{101,4 \cdot 100 \text{ kN}\cdot\text{cm} \cdot 1,5}{26 \text{ kN/cm}^2} = 585 \text{ cm}^3 \rightarrow \text{Tabla 2.A1.2 EA-95: IPE 330 } W_x = 713 \text{ cm}^3$$

3. CARACTERÍSTICAS IPE 330



$$W_x = 713 \text{ cm}^3$$

$$I_x = 11.770 \text{ cm}^4$$

$$A = 62,6 \text{ cm}^2$$

$$h = 33 \text{ cm} \quad e_1 = 1,15 \text{ cm}$$

$$b = 16 \text{ cm} \quad e = 0,75 \text{ cm}$$

4. COMPROBACIONES DE RESISTENCIA

a) $M_{\max}$ $\sigma^* = \frac{M_{\max}^*}{W_x} = \frac{10,140 \cdot 1,5}{713} = 21,33 \text{ kN/cm}^2 < 26 \text{ VALIDO}$
(tiene que cumplir $M_{\max}^*$ ya que lo hemos utilizado para el predimensionado)

b) $T_{\max}$ $\tau_{\text{med}}^* = \frac{T^*}{A_a}$ se puede utilizar τ_{med} si $A_{ah} \geq 0,15 A_{\text{total}}$

$$A_{ah} = 16 \cdot 1,15 = 18,4 \text{ cm}^2 \quad 18,4 / 62,6 = 0,29 \text{ luego } A_{ah} = 0,29 A_{\text{total}} >$$

$$A_{alm} = A_{\text{total}} - 2 \cdot A_{ah} = 62,6 - 2 \cdot 18,4 = 25,8 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{\text{med}}^* = \frac{78 \cdot 1,5}{25,8} = 4,53 \text{ kN/cm}^2 < \frac{\sigma_a}{\sqrt{3}} = 15 \text{ VALIDO}$$

c) COMBINACION MAS DESFAVORABLE M y T

En sección de $M_{\max}$, $T=0$ En sección de $T_{\max}$, $M=0$

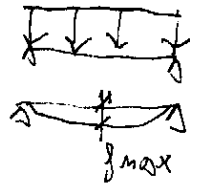
En este tipo de vigas, biapoyadas con carga continua, otras secciones en siempre son
(sección de M y T en las secciones intermedias). No comprobamos

5. COMPROBACION DE FLECHA

En art. 3.4.4 de E8-95 $f_{adm} = \frac{L}{400} = \frac{520}{400} = 1,3 \text{ cm}$

f_{max} en viga biapoyada con carga continua:

$$f_{max} = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{EI} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,3 \text{ KN/cm} \cdot 520^4 \text{ cm}^4}{2,1 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2 \cdot 11770 \text{ cm}^4} = 1,16 \text{ cm}$$



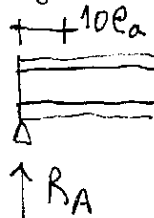
$$f_{max} < f_{adm} \rightarrow 1,16 \text{ cm} < 1,3 \text{ cm}$$

VALIDO

LUEGO EL PERFIL IPE330 es válido

6. COMENTARIOS SOBRE INESTABILIDAD

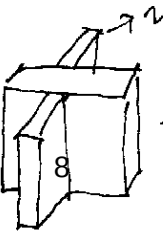
- Pandeo local de alas y abolladura: no es preciso hacer comprobaciones, ya que todos los perfiles normalizados deben cumplir las especificaciones de la E8-95 al respecto. (art. 3.4.1.3 para pandeo local de alas y art. 3.4.6 para abolladura)
- Pandeo lateral: la viga soporta la carga de un forjado. El forjado arriostra ante pandeo lateral. No es preciso realizar comprobaciones al respecto. (art. 3.4.2)
- Pandeo local de alma. Hay que hacer comprobaciones de pandeo local de alma donde hay cargas puntuales; en este caso las reacciones de los apoyos.



La comprobación se realiza con un par de almas de anchura 10ea por ser extremo de viga.

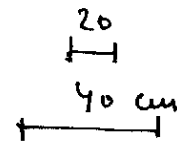
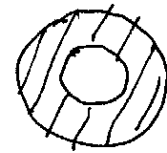
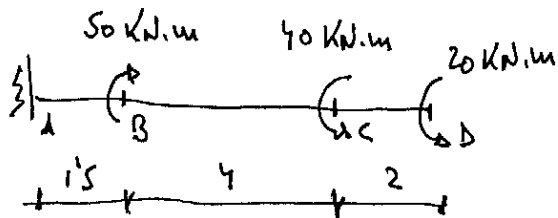
Si la comprobación no cumple (que es lo más frecuente), es preciso colocar rigidizadores verticales de alma, y volver a comprobar.

NOTA: la comprobación de flecha también se puede realizar por el procedimiento simplificado de la norma: (art. 3.4.4.1)

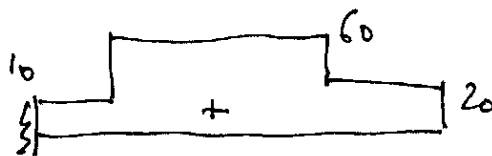
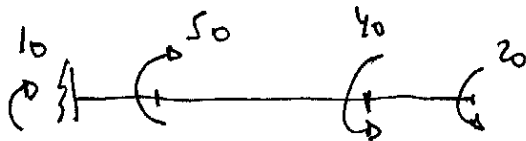


EXAMEN A. G. EMBRE 2002. PLAN 98.

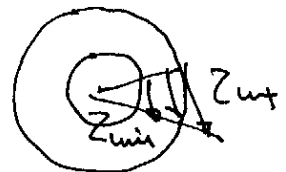
EXERCICIO 3.



$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$



$M_T \text{ (kN.m)}$



$$\overline{\theta_{\text{max}}} = \overline{\theta_D} = \frac{\text{AREA TORORES}}{GI_0} = \frac{1.5 \cdot 10 + 4 \cdot 60 + 2 \cdot 20}{8 \cdot 10^4 \cdot 2.35 \cdot 10^{-3}} = \overline{1.56 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}}$$

$$I_0 = \frac{\pi (R^4 - r^4)}{2} = \frac{\pi (0.2^4 - 0.1^4)}{2} = 2.35 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

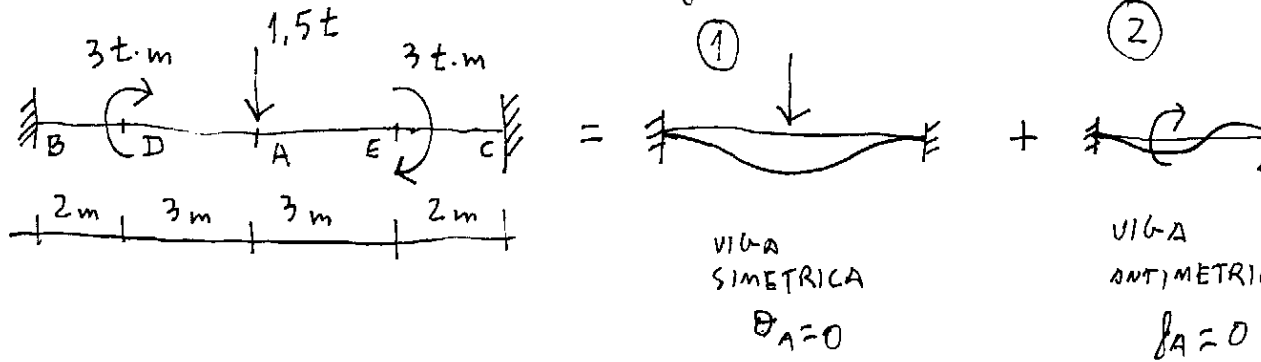
$$M_{T_{\text{max}}} = 60 \text{ kN.m} \rightarrow \overline{Z_{\text{ext}}} = \frac{M_{T_{\text{ext}}} \cdot R_{\text{ext}}}{I_0} = \frac{60 \cdot 0.2}{2.35 \cdot 10^{-3}} = 5.10638 \text{ kPa} = \overline{5.11 \text{ MPa}}$$

(PUNTO B)

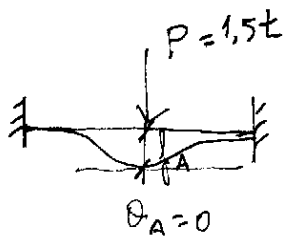
$$M_{T_{\text{min}}} = 10 \text{ kN.m} \rightarrow \overline{Z_{\text{int}}} = \frac{M_{T_{\text{int}}} \cdot r_{\text{int}}}{I_0} = \frac{10 \cdot 0.1}{2.35 \cdot 10^{-3}} = 4.2553 \text{ kPa} = \overline{0.43 \text{ MPa}}$$

(PUNTO A)

DESCOMPONEMOS en una viga simétrica y otra antisimétrica:

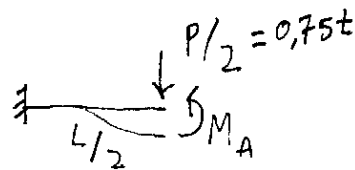


VIGA ① - SIMETRICA

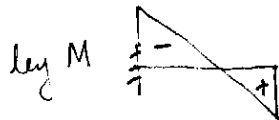


Por simetría $\theta_A = 0$

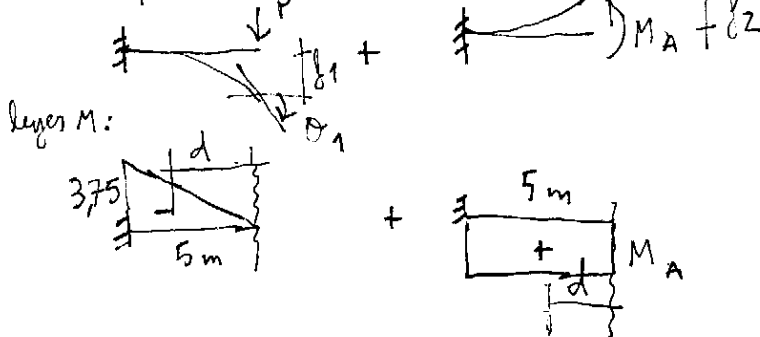
Planteamiento hiperestático: simplificamos abriendo por el centro:



Condición de deformación $\theta_A = 0$
incógnita hiperestática M_A



Descomponemos:



$$\theta_1 = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3,75 = \frac{9,375}{EI}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{EI} \cdot 5 \cdot M_A = \frac{5M_A}{EI}$$

$$\theta_A = 0 \rightarrow \theta_1 = \theta_2 \rightarrow \frac{9,375}{EI} = \frac{5M_A}{EI}$$

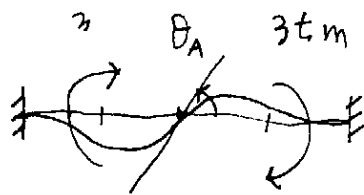
Ahora calculamos δ_A

$$\delta_1 = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3,75 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{31,25}{EI}$$

$$M_A = 1,875$$

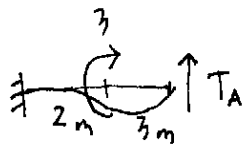
$$\delta_A = \delta_1 - \delta_2 = \frac{31,25 - 23,4375}{EI} = \frac{7,8125}{EI}$$

VIGA (2) - ANTIMETRICA



Por antimetría $f_A = 0$

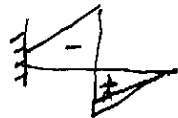
Planteamiento hiperestático: abrimos por el centro



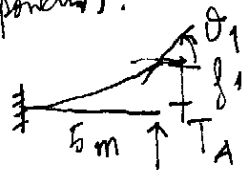
Condición de deformación: $f_A = 0$

Incógnita hiperestática: T_A

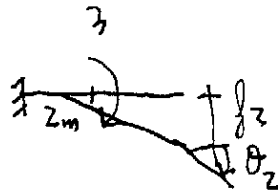
ley M



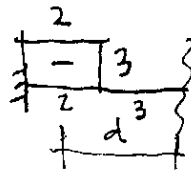
Descomponemos:



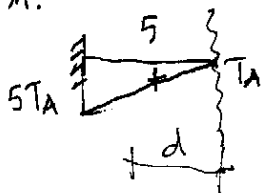
+



+



leyes M:



$$f_1 = \frac{1}{EI} \cdot \overbrace{5 \cdot 5 T_A}^A \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}_d = \frac{125 T_A}{3 EI}$$

$$f_2 = \frac{1}{EI} \cdot \overbrace{2 \cdot 3}^A \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot 2 + 3 \right)}_d = \frac{72 T_A}{EI}$$

$$f_A = 0 \rightarrow f_1 = f_2 \rightarrow \frac{125 T_A}{3 EI} = \frac{72 T_A}{EI} \rightarrow T_A = \frac{72}{125} = 0,576 \text{ t}$$

GIRO EN A

$$\theta_1 = \frac{1}{EI} \cdot 5 \cdot 5 T_A \cdot \frac{1}{2} = \frac{25}{2 EI} \cdot 0,576 = \frac{7,2}{EI}$$

$$\theta_2 = \frac{1}{EI} \cdot 2 \cdot 3 = \frac{6}{EI}$$

$$\theta_A = \theta_1 - \theta_2 = \frac{7,2}{EI} - \frac{6}{EI} = \frac{1,2}{EI}$$

RIGIDEZ A FLEXION

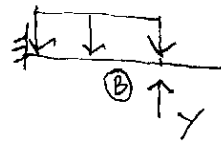
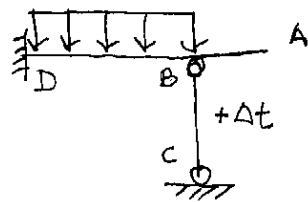
$$I = \frac{1}{12} \cdot 0,15 \cdot 0,4^3 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$E \cdot I = 10^6 \text{ t/m}^2 \cdot 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 = 800 \text{ t m}^2$$

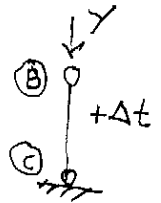
GIRO Y FLECHA EN A DE LA VIGA COMPLETA

$$\theta_A = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

PLANTEAMIENTO HIPERESTATICO



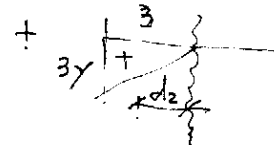
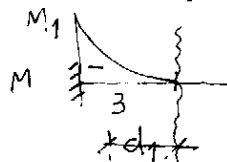
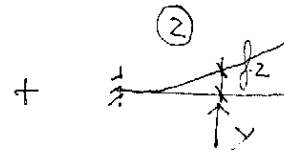
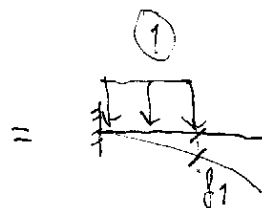
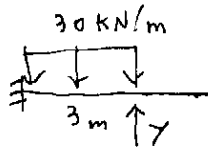
+



=

Condición de deformación: $f_B = \Delta L_{BC}$
 incógnita hiperestática: Y

FLECHA EN B



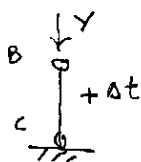
$$M_1 = \frac{qL^2}{2} = \frac{30 \cdot 3}{2}$$

$$f_1 = \frac{A_1 \cdot d_1}{EI} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 135 \cdot \frac{3}{4} \cdot 3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 1600 \cdot 10^{-8}} = 0,090 \text{ m}$$

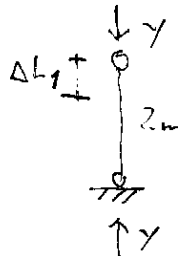
$$f_2 = \frac{A_2 \cdot d_2}{EI} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3Y \cdot \frac{2}{3} \cdot 3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 1600 \cdot 10^{-8}} = 2,67 \cdot 10^{-3} Y$$

$$f_B = f_1 - f_2$$

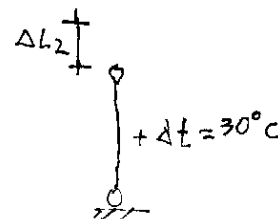
INCREMENTO DE LONGITUD BARRA BC



=



+



$$\Delta L_1 = \frac{NL}{EA} = \frac{Y \cdot 2}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 2,38 \cdot 10^{-5} Y$$

$$\Delta L_{BC} = \Delta L_1 - \Delta L_2$$

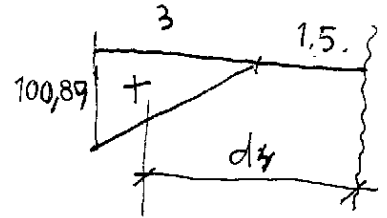
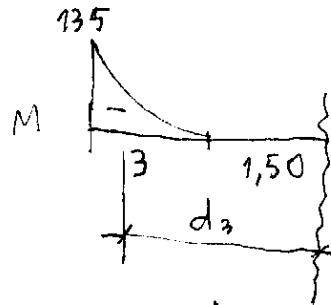
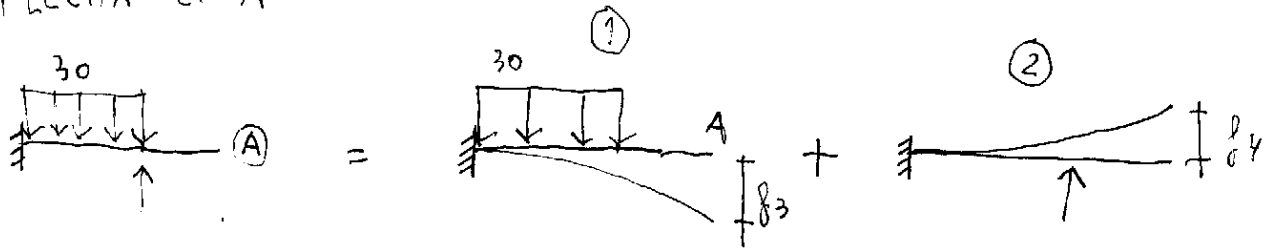
$$\Delta L_2 = \alpha_t L \Delta t = 10^{-5} \cdot 2 \cdot 30 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

(como hemos puesto f_B con signo positivo hacia abajo, con ΔL_{BC} el mismo criterio)

CALCULO DE Y

$$f_B = \Delta L_{BC} \rightarrow f_1 - f_2 = \Delta L_1 - \Delta L_2 \rightarrow 0,09 - 2,67 \cdot 10^{-3} Y = 2,38 \cdot 10^{-5} Y - 6 \cdot 10^{-4}$$

FLECHA EN A



$$f_3 = \frac{A_3 \cdot d_3}{EI} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 135 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 + 1,5\right)}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 1600 \cdot 10^{-8}} = 0,151 \text{ m}$$

$$f_4 = \frac{A_4 \cdot d_4}{EI} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 100,89 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 + 1,5\right)}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 1600 \cdot 10^{-8}} = 0,158 \text{ m}$$

$$f_A = f_3 - f_4 = 0,151 \text{ m} - 0,158 \text{ m} = -0,007 \text{ m} = -0,7 \text{ cm}$$

$$f_A = -0,7 \text{ cm}$$

(hacia arriba)