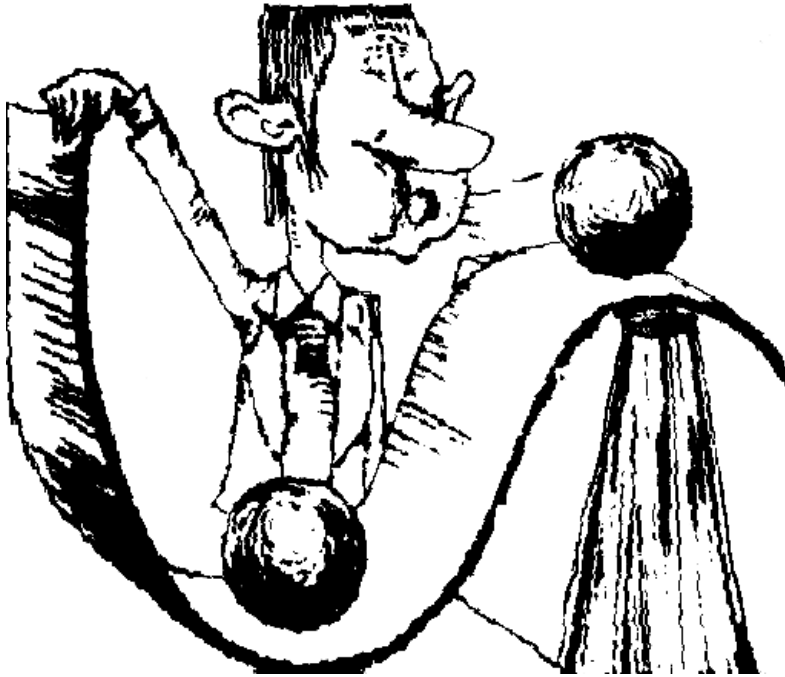


OSCILACIONES-----

En algunos casos es difícil mantener el equilibrio: hagan la prueba de pasar por una cuerda tirante. Al mismo tiempo nadie premiará con un aplauso a quien esté sentado en una mecedora. Pero, en realidad, este también mantiene el equilibrio.

¿Qué diferencia hay entre estos dos ejemplos? ¿En qué caso se establece por sí solo?.



Parece evidente la condición de equilibrio. Para que el cuerpo no se mueva de su sitio, las fuerzas que actúan sobre él tienen que estar en equilibrio; mejor dicho, la suma de estas fuerzas tiene que ser igual a cero. En realidad esta condición es necesaria para el equilibrio del cuerpo; pero ¿será esta suficiente?.

En la figura 1 está representado el perfil de una montaña que fácilmente se puede construir con cartón. El comportamiento de la bolita es distinto, según el sitio en que la coloquemos en la montaña. En cualquier punto de la pendiente de la montaña, sobre la bolita actúa una fuerza que la obliga a rodar hacia abajo. Esta fuerza propulsora es la de la gravedad, o mejor dicho, su proyección sobre la dirección de la tangente a la línea del perfil de la montaña, trazada en el punto que nos interesa. Por esto, se comprende, que cuanto más suave sea la pendiente, tanto menor será la fuerza que actúa sobre la bolita. Ante todo, nos interesan aquellos puntos, en los que la fuerza de la gravedad se equilibra por completo con la reacción del apoyo y, por consiguiente, la fuerza resultante que actúa sobre la bolita es igual a cero. Esta condición se verifica en los vértices de la montaña y en los puntos inferiores, en las depresiones. Las tangentes en estos puntos, son horizontales y las fuerzas resultantes que actúan sobre la bolita son iguales a cero.

Sin embargo, no se puede colocar la bolita sobre los vértices a pesar de que la fuerza resultante sea igual a cero; y si esto se consigue inmediatamente se revela que la causa del éxito es el rozamiento. Un pequeño golpe o un suave soplo, superarán la fuerza de rozamiento y la bolita se moverá del sitio y echará a rodar hacia abajo.

Para una bolita lisa, colocada en una montaña resbaladiza, las únicas posiciones de equilibrio son los puntos inferiores de las depresiones. Si con un golpe o con una corriente de aire se expulsase a la bolita de este lugar, esta volvería por sí sola a este sitio.

No hay duda de que en una depresión, en un hoyo, en una hondura, el cuerpo está en equilibrio. Al desviarse de esta posición, el cuerpo es propulsado por una fuerza que le hace retornar. En las cumbres de la montaña, el cuadro es otro; si el cuerpo se ha apartado de esta posición, sobre él actúa la fuerza que le aleja y no la que le retorna. Por lo tanto, la igualdad a cero de la fuerza resultante es la condición necesaria, pero no suficiente, para el equilibrio estable.

El equilibrio de la bolita en la montaña se puede examinar también desde otro punto de vista. Los lugares de depresión corresponden a los mínimos de la energía potencial, y las cumbres a los máximos. La ley de la conservación de la energía impide la alteración de las posiciones, en las cuales la energía potencial es mínima. Tal alteración convertiría en negativa la energía cinética, lo cual es imposible. Otra cosa ocurre en los puntos vértices. La salida de estos puntos está ligada con la disminución de la energía potencial y, por lo tanto, con el aumento de la energía cinética y no con su disminución.

Así pues, en la posición de equilibrio, la energía potencial tiene que tener valor mínimo en comparación con sus valores en los puntos vecinos.

Cuanto más hondo sea el hoyo, tanto más estabilidad habrá. Como ya conocemos la ley de la conservación de la energía, inmediatamente podemos decir en qué condiciones saldrá rodando el cuerpo del hoyo. Para eso, hay que comunicar al cuerpo una energía cinética que sea suficiente para levantarlo hasta el borde del hoyo. Cuanto más profundo sea el hoyo, tanto más energía cinética se necesitará para infringir el equilibrio estable.

OSCILACIONES SIMPLES

Si se empuja una bolita situada en un hoyo, esta comenzará a moverse por el montículo, perdiendo poco a poco su energía cinética. Cuando se pierda toda por completo, habrá una parada instantánea y comenzará el movimiento hacia abajo. Ahora, la energía potencial pasará a energía cinética. La bolita tomará velocidad, superará por inercia la posición de equilibrio y comenzará de nuevo el ascenso, pero, por el lado opuesto. Si el rozamiento es insignificante, este movimiento de arriba, abajo puede continuar mucho tiempo y, en el caso ideal, no habiendo rozamiento, es de eterna duración.

Por lo tanto, el movimiento alrededor de la posición de equilibrio estable, siempre es de carácter oscilante. Para el estudio de las oscilaciones, quizás sea más útil el péndulo que la bolita que pasa rodando por el hoyo. Aunque sólo sea porque en el péndulo es más fácil reducir al mínimo el rozamiento.

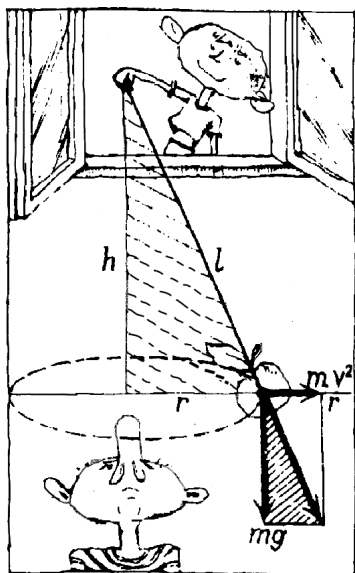
Cuando, al desviarse el péndulo, el cuerpo del mismo ocupa la posición superior, su velocidad y su energía cinética son iguales a cero. En ese instante, la energía potencial es máxima. Cuando el cuerpo va hacia abajo, la energía potencial disminuye y se transforma en energía cinética. Por consiguiente, la velocidad del movimiento crece. Cuando el cuerpo pasa por la posición inferior, su energía potencial es mínima y, respectivamente su energía cinética y su velocidad son máximas. Durante el movimiento ulterior, el cuerpo de nuevo asciende. Ahora, la velocidad disminuye y la energía potencial aumenta.

Menospreciando las pérdidas en el rozamiento, el cuerpo se desvía hacia la derecha, a una distancia equivalente a su desviación inicial hacia la izquierda. La energía potencial se ha transformado en cinética y después se ha creado, en la misma cantidad, una nueva energía potencial. Hemos descrito la primera mitad de una oscilación. La segunda mitad se efectúa del mismo modo, pero el cuerpo se mueve hacia el lado opuesto.

El movimiento de oscilación es un movimiento de repetición o, como suele decirse, periódico. Volviendo al punto inicial, el cuerpo repite cada vez su movimiento (si no se tienen en cuenta las alteraciones que son debidas al rozamiento), tanto en lo que respecta al camino, como en lo que respecta a la velocidad y a la aceleración. El tiempo invertido en una oscilación, o sea, el que se necesita para volver al punto inicial, es el mismo para la primera, segunda y todas las oscilaciones ulteriores. Este tiempo, que representa una de las características más importantes de la oscilación, se llama período y se señala con la letra T . Después del

tiempo T el movimiento se repite, es decir, que después del tiempo T siempre hallaremos al cuerpo oscilando en el mismo lugar del espacio, moviéndose hacia el mismo lado. Después de medio período, el desplazamiento del cuerpo, así como la dirección del movimiento, cambia de signo. Como el período T es el tiempo de una oscilación, el número n de oscilaciones en una unidad de tiempo es igual a $1/T$.

¿De qué depende el período de oscilación de un cuerpo que se mueve en las proximidades de la posición de equilibrio estable? Y, en particular, ¿de qué depende el período de oscilación de un péndulo? El primero que planteó y resolvió este problema fue Galileo. Ahora deduciremos la fórmula de Galileo.



Mas, con métodos elementales, resulta difícil aplicar las leyes de la mecánica al movimiento que no es uniformemente acelerado. Por eso, para vencer esta dificultad, vamos a hacer que el cuerpo del péndulo no oscile en el plano vertical, sino que describa una circunferencia, manteniéndose todo el tiempo en una misma altura. No es difícil crear este movimiento; no hay mas que dar un golpe inicial al péndulo, separado de la posición de equilibrio, en dirección, exactamente perpendicular al radio de la inclinación, y elegir la fuerza de este golpe.

En la figura 2 está representado este péndulo circular.

$$m \frac{v^2}{r}$$

El cuerpo de masa m se mueve sobre una circunferencia. Por consiguiente además de la fuerza de la gravedad mg , sobre éste actúa la fuerza centrífuga.

Que se puede representar en la forma $4\pi^2 n^2 r m$

. Aquí n es el número de vueltas por segundo. Por eso la expresión de la centrífuga se puede escribir también así:

$$m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

La resultante de estas dos fuerzas estira el hilo del péndulo.

En la figura están rayados dos triángulos semejantes: el de las fuerzas y el de las distancias. Las razones de los catetos correspondientes son iguales, por lo tanto,

$$\frac{mgT^2}{m4\pi^2 r} = \frac{h}{r} \quad o \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$$

¿De qué causas depende entonces, el período de oscilación del péndulo? Si efectuamos experimentos en un mismo lugar del globo terrestre (g no varía), el período de oscilación dependerá sólo de la diferencia de alturas del punto de suspensión y del punto en que se encuentra el cuerpo. La masa del cuerpo, como siempre ocurre en el campo de gravedad, no influye en el período de oscilación.

$$h = \sqrt{10000 - 1} = 99,95 \text{ cm}$$

Resulta interesante la siguiente circunstancia. Estamos estudiando el movimiento en las proximidades de la posición de equilibrio estable. Para pequeñas oscilaciones, la diferencia h de alturas se puede sustituir por la longitud l del péndulo. Es fácil comprobar esto. Si la longitud del péndulo es 1 metro y el radio de desviación es 1 cm, se tiene:

La diferencia entre h y l alcanza 1% sólo para elongaciones de 14 cm. Por lo tanto, el período de las oscilaciones libres del péndulo, para elongaciones no muy grandes de la posición de equilibrio, es igual a:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Es decir, depende solamente de la longitud del péndulo y del valor de la aceleración de la fuerza de la gravedad en el lugar donde se realiza el experimento, y no depende de la magnitud de la elongación del péndulo de la posición de equilibrio.

La fórmula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ha sido deducida para el péndulo circular; y ¿cuál será la fórmula para el péndulo ordinario plano? Resulta que la fórmula conserva su fórmula. No vamos a hacer una demostración rigurosa, pero si observaremos, que la sombra del cuerpo del péndulo circular sobre la pared oscila casi igual que un péndulo plano: la sombra realiza una oscilación, precisamente, durante el tiempo que la bolita describe una circunferencia.

La aplicación de las oscilaciones pequeñas alrededor de la posición de equilibrio, da la posibilidad de realizar la medida del tiempo con gran exactitud.

Según la leyenda, Galileo estableció la independencia del período de oscilación del péndulo, de la amplitud y de la masa, observando durante la misa en la catedral el balanceo de dos grandísimas arañas. Así pues, el período de oscilación del péndulo es proporcional a la raíz cuadrada de su longitud. De este modo, el período de oscilación de un péndulo de 1 metro es dos veces mayor que el período de oscilación de un péndulo de 25 cm de longitud. Luego, de la fórmula para el período de oscilación del péndulo, se deduce que un mismo péndulo oscila con distinta ligereza en diversas latitudes terrestres. A medida que nos acercamos al ecuador, la aceleración de la fuerza de la gravedad disminuye y el período de oscilación aumenta.

El período de oscilación se puede medir con gran precisión. Por eso, los experimentos con péndulos dan la posibilidad de medir la aceleración de la fuerza de la gravedad con mucha precisión.

DESARROLLO DE LAS OSCILACIONES

Unamos la mina de un lápiz suave a la parte inferior de un grave de un péndulo y colguemos el péndulo encima de la hoja de un papel, de modo que la mina del lápiz esté en contacto con el papel, figura 3. Inclínemos ahora ligeramente el péndulo. Al balancear, la mina del lápiz marcará sobre el papel un segmento pequeño de una recta. En el medio del balanceo, cuando el péndulo pasa por la posición de equilibrio, la línea marcada por la mina será más gruesa, ya que en esta posición la mina presiona más sobre el papel. Si trasladamos la hoja de papel en dirección perpendicular al plano de oscilación se dibujará una curva, representada en la figura 3.

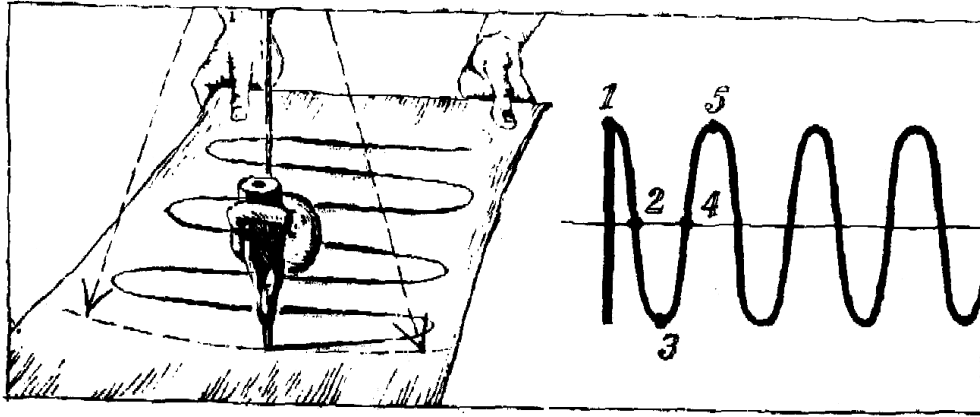


Fig. 4.3.

Es fácil comprender que las oscilaciones obtenidas se sitúan muy densamente, si se tira del papel con lentitud, y más aisladamente, si la hoja de papel se mueve con una velocidad considerable. Para que la curva resulte, perfecta como en la figura, es necesario que el movimiento de la hoja de papel sea estrictamente uniforme.

De este modo, resulta, como si hubiéramos desarrollado las oscilaciones.

El desarrollo se necesita para señalar, dónde estaba y hacia adónde se movía el grave del péndulo en tal o cual instante. Figúrese que el papel se mueve con una velocidad de 1cm/s. Desde el instante en que el péndulo se encontraba en una posición extrema, por ejemplo, a la izquierda del punto medio. En nuestra figura, esta posición inicial corresponde al punto marcado con la cifra 1. Después de $\frac{1}{4}$ de periodo, el péndulo pasará por el punto medio. En este tiempo, el papel avanzará en un número de centímetros igual a $\frac{1}{4} T$, hasta el punto 2 de la figura. Ahora, el péndulo se moverá hacia la derecha; a la vez, irá corriéndose el papel. Cuando el péndulo ocupe la posición extrema derecha, el papel habrá avanzado en un número de centímetros igual a $\frac{1}{2} T$, hasta el punto 3 de la figura. De nuevo irá el péndulo hacia el punto medio y después de $\frac{3}{4} T$, llegará a la posición de equilibrio, al punto 4 de la figura. El punto 5 da fin a una oscilación completa y, después, el proceso se repetirá cada T segundos, o en el dibujo, cada T centímetros.

Por consiguiente, la línea vertical de la gráfica es la escala de las elongaciones del punto de la posición de equilibrio; la línea media horizontal es la escala del tiempo.

En esta gráfica se hallan fácilmente dos magnitudes que caracterizan por completo la oscilación. El período se determina como la distancia entre dos puntos equivalentes, por ejemplo, entre dos vértices próximos. También se mide inmediatamente la elongación máxima del punto de la posición de equilibrio. Esta elongación se

llama *amplitud* de la oscilación.

Además, el desarrollo de la oscilación nos da la posibilidad de contestar a la pregunta que anteriormente se hizo: ¿dónde está el punto oscilante en tal o cual instante? Por ejemplo, ¿dónde estará el punto oscilante después de 11 s. Si el período de oscilación es de 3 s. Y el movimiento comenzó en la posición extrema de la izquierda? Cada 3 s, la oscilación comienza desde el mismo punto. Esto significa que cada 9 s, el cuerpo también estará en la posición extrema de la izquierda.

Por lo tanto no hay necesidad de una gráfica, en la que la curva esté extendida en unos cuantos períodos: es suficiente un dibujo en el que esté representada la curva correspondiente a una oscilación. La situación del punto oscilante cada 11 s, siendo el período de 3 s, será igual que a los 2 s. Marcando 2 cm en el dibujo (pues habíamos acordado que la velocidad con la que tirábamos del papelera de 1 cm/s, o mejor dicho, que la unidad en el dibujo, que es igual a 1 cm, equivale a 1 s), vemos que después de 11 s, el punto está en el camino que va de la posición extrema derecha a la posición de equilibrio. La magnitud de la elongación en este instante se halla por el dibujo.

$$y = a \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

Para hallar la magnitud de la elongación del punto que efectúa elongaciones pequeñas alrededor de la posición de equilibrio, no es necesario recurrir a la gráfica. La teoría enseña que, en este caso, la curva de la elongación con respecto al tiempo, representa una senoide. Si la elongación del punto la señalamos con y , la amplitud con a , el período de la oscilación con T , entonces, el valor de la elongación con el tiempo t , después del comienzo de la oscilación, se halla con la formula:

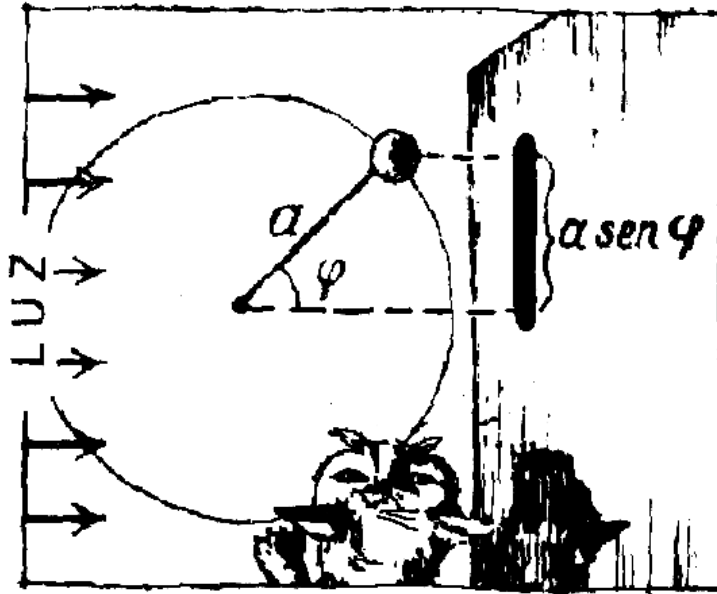
La oscilación que se efectúa según esta ley se llama armónica. El argumento del seno es igual al producto de 2π por t/T . La magnitud $2\pi \cdot t/T$ se llama fase.

Teniendo a mano unas tablas trigonométricas (calculadora mejor) y conociendo el periodo y la amplitud, es fácil calcular la magnitud de la elongación del punto y , según sea el valor de la fase, se puede averiguar hacia qué lado se mueve el mismo.

No es difícil deducir la fórmula del movimiento oscilatorio, examinando el movimiento de la sombra arrojada sobre la pared por un grave que se mueve sobre una circunferencia, figura 4.

La elongación de la sombra la vamos a marcar desde la posición media. En las posiciones extremas, la elongación y es igual al radio a de la circunferencia. Esta es la amplitud de oscilación de la sombra.

Si el cuerpo, desde la posición media, ha recorrido sobre la circunferencia un ángulo θ , su sombra se habrá alejado del punto medio en la magnitud $a \sin \theta$.



Supongamos que el período del movimiento del cuerpo (que naturalmente, es también el periodo de oscilación de la sombra) es igual a T ; esto significa que durante el tiempo T , el cuerpo recorre 2π radianes. Se puede escribir la proporción

$$\frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

en donde t es el tiempo de rotación en el ángulo φ .

Por consiguiente,
$$\varphi = \frac{2\pi t}{T}$$

Y por lo tanto,
$$y = a \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T}$$

. Esto es lo que queríamos demostrar.

La velocidad del punto oscilante también varía según la ley del seno. A esta conclusión también nos lleva el mismo razonamiento sobre el movimiento de la sombra de un cuerpo que describe una circunferencia. La velocidad de este cuerpo es un vector de longitud constante v . El vector de la velocidad gira junto con el cuerpo. Figurémonos el vector de la velocidad como una flecha material que es capaz de dar sombra. En las posiciones extremas del cuerpo, el vector se sitúa a lo largo del rayo de luz y no da sombra. Cuando el grave,

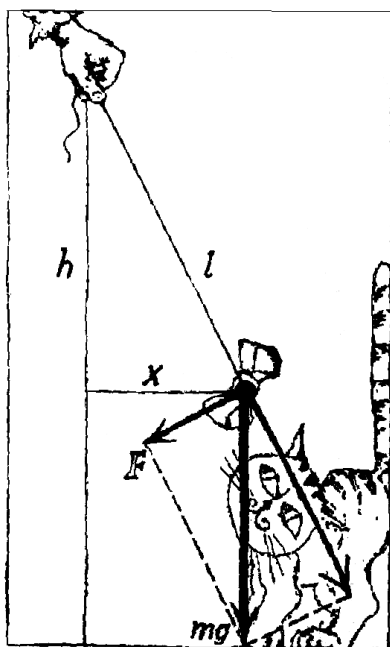
desde la posición extrema, recorre por la circunferencia un ángulo ϑ , el vector de la velocidad gira en el mismo ángulo y su proyección se hace igual a $\vartheta_o \sin \frac{2\pi}{T} t$. Pero, por las mismas razones que antes, $\frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$

y por lo tanto el valor de la velocidad instantánea del cuerpo es $\vartheta = \vartheta_o \sin \frac{2\pi}{T} t$

Tengamos en cuenta que, en la formula para la determinación de la magnitud de la elongación, el cálculo del tiempo se efectúa desde la posición media, mientras que en la fórmula de la velocidad, se hace desde la posición extrema. La elongación del péndulo es igual a cero para la posición media del cuerpo, mientras que la velocidad de oscilación es igual a cero para la posición extrema.

Entre la amplitud de la velocidad de oscilación ϑ_o (a veces dicen, valor de amplitud de la velocidad) y la amplitud de la elongación existe una relación simple: el cuerpo describe una circunferencia de longitud $2\pi a$ durante, un tiempo igual al período T de oscilación. Por lo tanto $\vartheta_o = \frac{2\pi a}{T}$ y $\vartheta = \frac{2\pi a}{T} \sin \frac{2\pi}{T} t$

LA FUERZA Y LA ENERGÍA POTENCIAL EN LAS OSCILACIONES.



En cualquier oscilación en torno de la posición de equilibrio, sobre el cuerpo obra una fuerza (llamada fuerza recuperadora) que intenta volver al cuerpo a la posición de equilibrio. Cuando el punto se aleja de la posición de equilibrio, la fuerza retarda el movimiento; cuando el punto se acerca a esta posición, la fuerza acelera el movimiento.

Examinemos esta fuerza en el ejemplo del péndulo, figura 5. Sobre el cuerpo del péndulo actúa la fuerza de la gravedad y la tensión del hilo. Descompongamos la fuerza de la gravedad en dos fuerzas: una a lo largo del hilo y otra, perpendicular a esta, a lo largo de la tangente a la trayectoria. Para el movimiento, sólo es esencial la componente tangente de la fuerza de gravedad. En este caso, esta es la fuerza que promueve el retorno. En

cuanto a la fuerza que va a lo largo del hilo, esta se equilibra con la reacción del clavo del que está suspendido el péndulo, y se toma en consideración solamente, cuando nos interese saber si aguantaría o no el peso del cuerpo oscilante.

Designemos con x la magnitud de la elongación del grave. El desplazamiento se efectúa según el arco, pero hemos convenido estudiar las oscilaciones en las proximidades de la posición de equilibrio. Por eso, no hacemos distinción entre la magnitud de elongación según el arco y la desviación del cuerpo de la vertical. Examinemos dos triángulos semejantes. La razón de los catetos correspondientes es igual a la razón de las hipotenusas, es decir, $\frac{F}{x} = \frac{mg}{l}$, o $F = \frac{mg}{l} x$.

La magnitud mg/l no varía durante la oscilación. Esta magnitud constante la designaremos con la letra k , entonces la fuerza recuperadora será igual a $F = k.x$. Luego, llegamos a la importante conclusión siguiente: la magnitud de la fuerza recuperadora es directamente proporcional a la magnitud de la elongación del cuerpo oscilante de la posición de equilibrio. La fuerza recuperadora es máxima en las posiciones extremas del cuerpo oscilante. Cuando el cuerpo pasa por el punto medio, la fuerza se convierte en cero y cambia su signo, o mejor dicho, cambia su dirección. Mientras el cuerpo está desplazado hacia la derecha, la fuerza está dirigida hacia la izquierda, y viceversa.

El péndulo, es el ejemplo más simple de oscilación de un cuerpo. Sin embargo, estamos interesados en que las fórmulas y leyes que hallamos se puedan aplicar a cualesquiera oscilaciones.

El período de oscilación del péndulo se expresó mediante su longitud. Tal fórmula es válida sólo para el péndulo. Pero podemos expresar el período de las oscilaciones libres mediante la constante k de la fuerza recuperadora. Como $k = \frac{mg}{l}$

, se tiene que $\frac{l}{g} = \frac{m}{k}$

, y, por consiguiente, $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Esta fórmula es válida para todos los casos de oscilaciones, ya que cualquier oscilación libre se efectúa bajo la acción de una fuerza recuperadora.

Expresemos ahora la energía potencial del péndulo mediante la elongación de la posición de equilibrio x . Cuando el grave pasa por el punto inferior, se puede considerar que la energía potencial es igual a cero, y la medida de la altura se debe efectuar desde este punto. Designando con la letra h la diferencia de alturas del punto de suspensión y de la posición del grave desviado, la expresión de la energía potencial toma la forma: $U = m.g (l - h)$, o bien aplicando la fórmula de la diferencia de cuadrados, $U = m.g \cdot \frac{l^2 - h^2}{l + h}$.

Pero, como se ve en el dibujo, $l^2 - h^2 = x^2$

; l y h se diferencian muy poco y, por eso, en vez de $l + h$ se puede poner $2l$. Entonces,

$$U = \frac{mg}{2l} x^2 \quad \text{o} \quad U = \frac{kx^2}{2}$$

La energía potencial del cuerpo oscilante es proporcional al cuadrado de la elongación del cuerpo de la posición de equilibrio.

Comprobemos la validez de la fórmula deducida. La pérdida de la energía potencial tiene que ser igual al trabajo de la fuerza recuperadora. Veamos dos posiciones del cuerpo, x_2 y x_1

. La diferencia de las energías potenciales será :

$$U_2 - U_1 = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = \frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

Aquí, la diferencia de cuadrados se puede escribir como el producto de la suma por la diferencia. Por consiguiente, $U_2 - U_1 = \frac{k}{2}(x_2^2 - x_1^2) = \frac{kx_2 + kx_1}{2}(x_2 - x_1)$

.

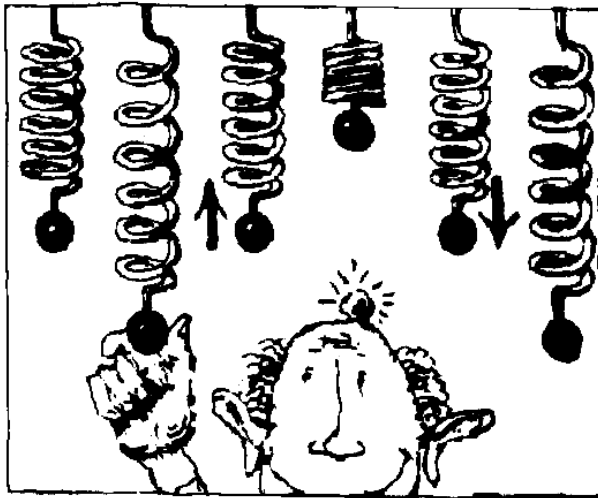
Pero $x_2 - x_1$

es el espacio recorrido por el cuerpo; kx_1 y kx_2

son los valores de la fuerza recuperadora al comienzo y al final del movimiento y $\frac{kx_1 + kx_2}{2}$

es igual a la fuerza media. Nuestra fórmula nos ha conducido a un resultado justo: la pérdida de la energía potencial es igual al trabajo realizado.

OSCILACIONES DE RESORTES



Es fácil hacer oscilar a una bolita suspendiéndola de un resorte. Sujetemos un extremo del resorte y estiremos de la bolita, figura 6.

Mientras tiramos de la bolita con la mano, el resorte se mantiene estirado. Si soltamos la mano, el resorte se encoge y la bolita comienza su movimiento hacia la posición de equilibrio. Lo mismo que el péndulo, el resorte no vuelve inmediatamente al estado de reposo. En virtud de la inercia, pasará por la posición de equilibrio y empezará a encogerse. El movimiento de la bolita se retardará y en un instante determinado se parará, para comenzar al mismo tiempo el movimiento hacia el lado opuesto. Se crea una oscilación con los mismos rasgos típicos que conocimos al estudiar el péndulo.

Si no hubiese rozamiento, las oscilaciones no tendrían fin. Habiendo rozamiento, las oscilaciones se amortiguan y , además, tanto más rápidamente, cuanto mayor sea el rozamiento.

Frecuentemente, los papeles del resorte y del péndulo son análogos. Tanto uno como otro sirven para mantener constante el período de los relojes. La exactitud de los relojes de muelle contemporáneos queda garantizada por el movimiento oscilatorio de una pequeña rueda (el volante).

Las oscilaciones son debidas a un muelle que se enrolla y se desenrolla decenas de miles de veces al día.

En el caso de la bolita en el hilo, la componente tangencial de la fuerza de gravedad desempeñaba el papel de la fuerza recuperadora. En el caso de la bolita en el resorte, la fuerza recuperadora es la fuerza elástica del resorte encogido o estirado. Por lo tanto, la magnitud de la fuerza elástica es directamente proporcional al alargamiento:

$$F = kx$$

En este caso, el coeficiente k tiene otro significado. Ahora es la rigidez del resorte. Resorte rígido es aquel que es difícil encoger o estirar. Precisamente este significado tiene el coeficiente k . De la fórmula, queda claro, que k es la fuerza que se necesita para alargar o encoger el resorte en una unidad de longitud.

Conociendo la rigidez del resorte y la masa de la carga suspendida en él, hallaremos el período de las oscilaciones mediante la fórmula

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

. Por ejemplo, el período de las oscilaciones de un resorte de una rigidez de 105 Din/cm (es un resorte bastante rígido; una carga de 100 gramos lo alarga 1 cm), del que pende una carga de 10 gramos de masa, es $T = 6,28 \cdot 10^{-2}$ s. En un segundo se efectúan 16 oscilaciones.

Cuanto mas débil sea el resorte, tanto mas lentamente se efectuarán las oscilaciones. El aumento de la masa de la carga influye en el mismo sentido.

Apliquemos la ley de la conservación de la energía a la bolita en el resorte.

Sabemos que, para el péndulo, la suma de la energía cinética y potencial $K + U$ no varía: $K + U$ se conserva.

Ya conocemos los valores de K y de U para el péndulo. La ley de la conservación de la energía nos enseña que, $\frac{m.v^2}{2} + \frac{k.x^2}{2}$ se conserva.

Pero esto mismo es cierto también para la bolita en el resorte.

La conclusión que forzosamente tenemos que hacer es sumamente interesante.

Además de la energía potencial que conocimos anteriormente, existe también una energía potencial de otro género. La primera, se llama *energía potencial de gravitación* . Si el resorte estuviese colocado horizontalmente la energía potencial de gravitación no variaría durante las oscilaciones. La nueva energía potencial con que nos hemos encontrado, se llama *energía potencial elástica* . En nuestro caso, esta es igual a $kx^2 / 2$, es decir, depende de la rigidez del resorte y es directamente proporcional al cuadrado de la magnitud de compresión o alargamiento.

La energía total que se conserva inalterable se puede escribir de la forma :

$$E = \frac{ka^2}{2}, \text{ o bien, } E = \frac{mv_o^2}{2},$$

Las magnitudes a y v_0 que figuran en las últimas fórmulas, representan los valores máximos del desplazamiento y de la velocidad durante las oscilaciones; estas son las amplitudes del desplazamiento y de la velocidad. El origen de estas fórmulas es completamente claro. En la posición extrema, cuando $x = a$, la energía cinética de la oscilación es igual a cero y la energía total es igual al valor de la energía potencial. En la posición media, el desplazamiento del punto de la posición de equilibrio y, por consiguiente, la energía potencial, son iguales a cero; en este instante, la velocidad es máxima, $v = v_0$ y la energía total es igual a la cinética.

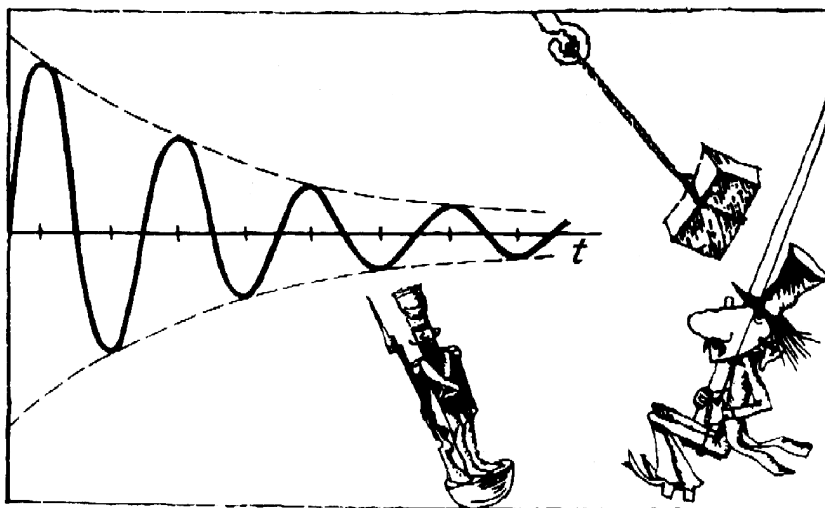
La ciencia de las oscilaciones es una sección muy amplia de la física. Con bastante frecuencia nos encontramos con péndulos y resortes. Pero, por supuesto, con esto no acaba la lista de los cuerpos en que se deben estudiar las oscilaciones. Viben los cimientos en los que están colocadas las máquinas, pueden vibrar los puentes, partes de los edificios, vigas, cables de alta tensión. El sonido es una oscilación del aire.

Hemos expuesto unos ejemplos de oscilaciones mecánicas. Sin embargo, el concepto de oscilación, no sólo se puede referir a los desplazamientos mecánicos de los cuerpos o de las partículas de la posición de equilibrio. En muchos fenómenos eléctricos, también nos encontramos con oscilaciones y, además, estas oscilaciones se efectúan según unas leyes muy parecidas a las que estudiamos anteriormente. La ciencia de las oscilaciones penetra en todas las ramas de la física.

OSCILACIONES MAS COMPLICADAS

Todo lo que se dijo hasta ahora se refería a las oscilaciones en las proximidades de la posición de equilibrio, que tienen lugar a causa de la acción de la fuerza de recuperadora, cuya magnitud es directamente proporcional a la elongación del punto a la posición de equilibrio. Tales oscilaciones se efectúan según la ley del seno. Estas se llaman *armónicas*. El período de las oscilaciones armónicas no depende de la amplitud.

Más complicadas son las oscilaciones de gran elongación. Estas oscilaciones ya no tienen lugar según la ley del seno y su desarrollo proporciona curvas más complicadas, diferentes para diversos sistemas de oscilación. El período deja de ser una propiedad característica de la oscilación y comienza a depender de la amplitud.



El rozamiento altera sustancialmente cualesquiera oscilaciones. Habiendo rozamiento, las oscilaciones se amortiguan lentamente. Cuanto mayor sea el rozamiento tanto más rápido será el amortiguamiento. Hagan la

prueba de hacer oscilar un péndulo sumergido en el agua. Es casi inútil conseguir que este péndulo efectúe más de una o dos oscilaciones. Si sumergimos el péndulo en un medio más viscoso puede ocurrir que no haya oscilación alguna. El péndulo desviado volverá, simplemente, a la posición de equilibrio.

En la figura 7, se muestra la gráfica típica de las oscilaciones amortiguadas. En la vertical se ha marcado la elongación de la posición de equilibrio y, en la horizontal, el tiempo. La amplitud (elongación máxima) de la oscilación amortiguada disminuye en cada oscilación.

RESONANCIA

A un niño le han sentado en un columpio. El niño no llega con los pies al suelo. Claro que para columpiarle, se puede levantar más alto el columpio y después, soltarlo. Pero esto es bastante pesado y, además, no hay necesidad de ello: es suficiente empujar suavemente el columpio al compás de las oscilaciones para que después de poco tiempo el balanceo sea muy intenso.

Para hacer balancear un cuerpo hay que obrar al compás de las oscilaciones. Mejor dicho, hay que hacer de tal manera, que los empujones se produzcan con el mismo periodo que las oscilaciones libres del cuerpo. En casos semejantes se dice que hay *resonancia*.

El fenómeno de la resonancia está muy difundido en la naturaleza y en la técnica merece especial atención.

Para observar un fenómeno de resonancia muy original y entretenido, se tiende un hilo horizontal y se suspenden de él tres péndulos (figura 8): dos cortos, de igual longitud, y uno más largo. Desviando ahora uno de los péndulos mas cortos y soltándolo, después de unos segundos se observa cómo empieza lentamente a oscilar el otro péndulo de igual longitud. Unos segundos más, y el segundo péndulo corto se balancea de tal modo que ya no se puede saber cuál de los dos comenzó primero el movimiento.

¿A qué es debido esto? Los péndulos de igual longitud tienen iguales períodos de oscilación libre. El primer péndulo origina las oscilaciones del segundo. Las oscilaciones se transmiten de uno a otro mediante el hilo que les une. Si, pero en el hilo está suspendido otro péndulo de diferente longitud. Y, ¿qué ocurrirá con él? Con este no ocurrirá nada. El período de este péndulo es otro y el péndulo pequeño no conseguirá hacerle oscilar. El tercer péndulo presencia un fenómeno interesante de transmisión de energía de uno de los péndulos al otro sin tomar parte él mismo.

A menudo, cada uno de nosotros nos encontramos con el fenómeno de resonancia mecánica. Aunque es probable que no nos hayamos dado cuenta, sin embargo, a veces, la resonancia suele ser muy enojosa. El tranvía ha pasado cerca de nuestras ventanas, y en el aparador suena la vajilla. ¿Qué ha ocurrido? Las vibraciones del terreno se han transmitido al edificio y, junto a él, al suelo de nuestra habitación, llegando a vibrar el aparador y con él la vajilla. ¡Tan lejos, y a través de cuantos objetos se han difundido las oscilaciones! Esto ocurrió gracias a la resonancia. Las oscilaciones exteriores se pusieron en resonancia con las oscilaciones libres de los cuerpos. Casi cada rechinamiento que oímos en la habitación, en la fábrica, en el automóvil, se producen a causa de la resonancia.

El fenómeno de la resonancia, como otros muchos fenómenos, puede ser útil y perjudicial.

Las partes móviles de una máquina situada sobre los cimientos están en marcha rítmica con un período determinado. Supóngase que este período coincide con el período propio de los cimientos.

¿Qué resultará? Pues que estos empezarán a vibrar con rapidez, lo que puede conducir a un fin lamentable.

Es conocido el caso siguiente: por un puente de Petersburgo iba marcando el paso una compañía de soldados. El puente se derrumbó. Se empezaron a hacer investigaciones sobre la causa; parecía que no había razones

para preocuparse por la suerte del puente y de la gente. ¡Cuántas veces se reunía en el puente una multitud de gente y pasaban lentamente pesados furgones que sobrepasaban muchas veces el peso de dicha compañía!

La combadura del puente debido a la acción de la gravedad es insignificante. Sin embargo se puede conseguir una combadura incomparablemente mayor haciendo vibrar el puente. La amplitud de la resonancia de las vibraciones puede ser mil veces mayor que la magnitud de la elongación bajo la acción de la misma carga inmóvil.

Precisamente esto demostró la investigación: el período propio de las vibraciones del puente coincidió con el período de los pasos ordinarios de la marcha.

Por esto, cuando una unidad pasa por un puente, se da la orden de romper filas. Si no hay concordancia en el movimiento de la gente, el fenómeno de resonancia no aparecerá y el puente no vibrará. De todos modos, los ingenieros recuerdan bien este caso lamentable.

Y, ahora, al proyectar puentes, procuran hacerlo de modo que el período de las vibraciones libres del puente sea muy distinto del período del paso militar de parada.

Los constructores de los cimientos de las máquinas, obran del mismo modo: procuran hacer los cimientos de modo que su período de vibración se diferencie lo más posible del de vibración de las partes móviles de la máquina.

Texto extraído de la obra CUERPOS FÍSICOS de L.D. Landau, A.I. Kitaigorodski

EDITORIAL MIR MOSCÚ.

$$m \frac{v^2}{r}$$

$$m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$\frac{mgT^2}{m4\pi^2 r} = \frac{h}{r} \quad o \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$h = \sqrt{10000 - 1} = 99,95 \text{ cm}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$y = a \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$\frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$