

INTRODUCCIÓN.

En muchas etapas de los procesos de ingeniería, especialmente en separaciones mecánicas, intervienen el movimiento de partículas sólidas o gotas líquidas a través de un fluido. El fluido puede ser un gas o un líquido y puede estar en movimiento o en reposo. Son ejemplo de esto, la eliminación de polvos y humos del aire o gases de combustión, la eliminación de sólidos contenidos en líquidos residuales para poder verterlos en los desagües y la recuperación de nieblas ácidas a partir de los gases residuales procedentes de las plantas industriales.

El aire es una mezcla gaseosa de oxígeno, nitrógeno, argón, ácido carbónico y vapor de agua que forma la atmósfera terrestre. La contaminación del aire es la presencia de material indeseable en ese aire, en cantidades bastante grandes como para producir efectos nocivos. Los materiales contaminantes pueden dañar la salud humana, la vegetación o el medio ambiente global, así como crear ofensas estéticas en la forma de aire de color café o brumoso, o bien, olores desagradables. Muchos de estos materiales nocivos entran a la atmósfera provenientes de fuentes que, en la actualidad, se encuentran más allá del control humano. Sin embargo, en las partes más densamente pobladas, en particular en los países industrializados, las fuentes principales de estos contaminantes son actividades humanas que se encuentran asociadas con nuestro estándar de vida. Eliminar estas actividades causaría una disminución tan drástica en el estándar de vida que esta acción rara vez se considera. El remedio propuesto en la mayor parte de los países industriales es continuar las actividades y controlar las emisiones contaminantes del aire que provengan de ellas.

En el presente informe se estudiará la velocidad de sedimentación de las partículas a través del aire según la ley de Stokes.

Mecánica del movimiento de partículas.

Para que una partícula se mueva a través de un fluido, se requiere la existencia de una diferencia de densidad entre la partícula y el fluido. Por otra parte se necesita una fuerza externa que comunique a la partícula un movimiento relativo respecto del fluido. La fuerza externa generalmente es la gravedad, pero cuando la gravedad no es lo suficientemente intensa, se emplea la fuerza centrífuga, que puede llegar a ser varias veces superior a la de gravedad. Si las densidades de la partícula y el fluido son iguales, la fuerza de flotación debida a la inmersión de la partícula en el fluido contrarrestará a cualquier fuerza externa por grande que sea, y la partícula no se podrá mover en el seno del fluido. Cuando mayor sea la diferencia de densidad, tanto más eficaz será el proceso.

Sobre una partícula que se mueve a través de un fluido actúan tres fuerzas: 1) una fuerza externa, de gravedad o centrífuga; 2) la fuerza de empuje, que actúa paralela a la fuerza externa pero en dirección opuesta; y 3) la fuerza de retardo, que aparece siempre que existe movimiento relativo entre la partícula y el fluido. La fuerza de retardo, actúa oponiéndose al movimiento, paralela a la dirección del mismo, pero en dirección opuesta.

En un caso general, la dirección del movimiento de la partícula respecto del fluido puede no ser paralela a la dirección de las fuerzas externa y de empuje, formando entonces la fuerza de retardo un ángulo con las otras dos. En este caso, donde el movimiento es bidimensional, el retardo hay que expresarlo en función de sus componentes, lo cual complica el estudio de la mecánica de partículas. En este informe se estudiará el movimiento unidimensional, en el que todas las fuerzas que actúan sobre una partícula esférica son colineales.

Partículas primarias y secundarias.

La mayoría de la gente tiene una idea intuitiva de que los contaminantes en partículas son como la arena o el polvo; es decir, hay grandes números de partículas pequeñas separadas, cada una de ellas dura y distinta,

como la arena en la playa. Esto sólo es parcialmente correcto.

El diámetro es una propiedad obvia de una partícula esférica, pero no es tan obvia para una partícula cúbica o semejante a una barra. Algunas partículas relacionadas con la contaminación del aire se desvían de manera radical de la forma esférica, en éste caso el diámetro de la partícula se entiende como el diámetro de una esfera de volumen igual; es decir, $\text{diámetro} = (6 \text{ volumen} / \pi)^{1/3}$. Con frecuencia los diámetros de las partículas se dan en micras ($\text{micra} = 10^{-6} \text{ m}$) cuyo símbolo es μ .

Por ejemplo, la grava tiene tamaños de 2000 μ y la arena tiene diámetros desde alrededor de 20 hasta 2000 μ .

En general, las partículas que causan problemas significativos de contaminación del aire varían en tamaños de 0,01 a 10 μ , mucho menores que la arena más fina. La mayor parte de las partículas finas (0,1 a 10 μ) se obtienen por procesos de combustión, evaporación o condensación. Un ejemplo, es la formación del humo del tabaco que consta de gotitas de hidrocarburos condensados (aceites, alquitranes) en el rango de tamaño de 0,01 a 1 μ .

Si la humedad relativa de la atmósfera es alta, es común que partículas con aspecto de roca tengan una película de agua condensada sobre sus superficies que las hace comportarse como líquidos.

La masa de las partículas pequeñas es proporcional al diámetro elevado al cubo, D^3 , por lo que se debe realizar una gran disminución en la masa para lograr una disminución moderada en el diámetro. En el caso de una solución acuosa, el agua debe ser muy pura (sólo 2ppm de sólidos disueltos) para obtener la reducción deseada de tamaño en la evaporación.

Se pueden formar partículas finas no sólo por evaporación, sino también por combustión. La mayor parte de los combustibles contienen algunos materiales incombustibles, los cuales permanecen después de que aquellos se han quemado, llamados ceniza. La ceniza que queda de la combustión de madera, carbón mineral o carbón vegetal contiene en su mayor parte los óxidos de silicio, calcio y aluminio, con rastros de otros materiales. Si el combustible se muele finamente (o se produce como un vacío de gotas finas) y, a continuación, se quema, las partículas no quemadas que quedan pueden ser bastante pequeñas.

Otra propiedad de las partículas finas, que es diferente de la experiencia que se tiene con partículas tan grandes como los granos de arena, es que, cuando se llevan dos partículas finas a que entren en contacto físico directo, en general se pegarán entre sí por la acción de fuerzas de enlace, electrostáticas y de van der Waals. En general, las fuerzas electrostáticas y de van der Waals son proporcionales al área superficial de la partícula. La mayor parte de las partículas que se usan son bastante grandes como para que la gravedad o la inercia venzan las fuerzas electrostáticas o de van der Waals, y se sabe que, a menos que estén húmedos, los granos de arena no se pegarán entre sí. Pero las fuerzas de gravedad y de inercia son proporcionales a la masa de la partícula, la cual es proporcional a D^3 , en tanto que el área superficial (y por consiguiente, las fuerzas electrostáticas y de van der Waals) son proporcionales a D^2 . Por tanto, al disminuir el tamaño de la partícula, D^3 decrece mucho más rápido que D^2 , de modo que la relación de las fuerzas electrostáticas y de Van der Waals a las de gravedad y de inercia se hace más grande. Como resultado, si se tuviera un puñado de partículas de 1 μ , que se hubieran llevado a un íntimo contacto, y se lanzaran al aire, no se fragmentaría en partículas separadas de 1 μ , sino más bien se rompería en aglomerados con el tamaño de la arena común.

Por esta razón, la estrategia básica de control para los contaminantes en partículas es aglomerarlos para formar partículas más grandes que puedan capturarse con facilidad. Esto se puede lograr al forzar que las partículas separadas entren en contacto entre sí (como en las cámaras de sedimentación, ciclones, precipitadores electrostáticos o filtros), o bien, poniéndolas en contacto con gotas de agua. También se tiene aglomeración espontánea en la atmósfera.

Una peculiaridad adicional de los contaminantes en partículas es que se pueden formar en la atmósfera a partir

de contaminantes gaseosos. Esto significa que si, por ejemplo, se pudiera impedir la emisión de todos los contaminantes en partículas, todavía se encontrarían partículas en la atmósfera. A menudo, a éstas últimas partículas se les llama *partículas secundarias*, para distinguirlas de las que se encuentran en la atmósfera en la forma en que se emitieron, las cuales se conocen como *partículas primarias*. En su mayor parte, estas partículas secundarias se forman a partir de hidrocarburos, óxidos de nitrógeno y óxidos de azufre.

Con base en la teoría de la dispersión de la luz, las partículas que son más eficientes (por unidad de masa o unidad de volumen) en esa dispersión son aquellas que tienen diámetros cercanos a la longitud de onda de la luz. Con base en la línea de Ondas electromagnéticas, las longitudes de onda de la luz visible son de más o menos 0,4 a 0,8 μ m. Las partículas en este rango de tamaños son las dispersoras más eficientes de la luz. Los días brumosos y de smog visible que se tienen en las ciudades son causados en gran parte por las partículas secundarias que tienden a formarse en este rango de tamaños.

Velocidad de sedimentación y fuerzas de retardo.

La sedimentación gravitacional terminal para esferas con gravedad específica de 2, se entiende como la velocidad con la cual una partícula se sedimenta a través de la atmósfera o a través del agua.

Para un grano de arena gruesa, con un diámetro de 1000 μ m en el aire la velocidad de sedimentación es de 6 m/s. Ésta es mucho mayor que las velocidades verticales comunes de la atmósfera, de modo que es raro que el viento sople esas partículas hacia arriba una vez que se encuentran en el aire. Por esta razón, aun cuando una fábrica que emitiera hacia el aire grandes cantidades de partículas de tamaño de arena, no contribuiría mucho a la contaminación del aire, porque casi todas las partículas llegarían hasta el piso cercana a la industria.

La velocidad terminal de sedimentación de una partícula con un diámetro de 1 μ m es de 6×10^{-5} m/s. Los movimientos verticales del aire en el exterior normalmente son mayores que este valor, de modo que las partículas de este tamaño no sedimentan con rapidez en la atmósfera, como lo haría la arena gruesa, sino en lugar de ello se mueven con el gas y permanecen en suspensión durante largos períodos.

De este modo, se establece una distinción entre el polvo, que se asienta con rapidez en la atmósfera debido a su alta velocidad gravitacional de sedimentación, y las partículas suspendibles, que se sedimentan con tanta lentitud que puede considerarse que permanecen en la atmósfera hasta que son eliminados por precipitación. No existe una línea divisoria clara y simple entre las dos categorías, pero si se debe hacer una distinción arbitraria de ese tipo, se haría en alguna parte cerca de un diámetro de partícula de 10 μ m. Las partículas bastante pequeñas como para permanecer suspendidas en la atmósfera, o en otros gases, durante largos períodos se llaman *aerosoles*, lo que indican que se comportan como si estuvieran disueltas en el gas.

En virtud de que la estrategia básica de la mayor parte de los dispositivos colectores de partículas es llevar a cada una de ellas a que entren en contacto entre sí, de modo que puedan aglutinarse y aumentar su tamaño, debe contarse con cierto conocimiento de las fuerzas de retardo que el aire o gas que las rodea ejercen sobre esas partículas cuando se intenta moverlas, con el fin de evaluar esos dispositivos.

Ecuaciones para el movimiento unidimensional de partículas a través de un fluido.

Consideremos una partícula de masa m , moviéndose a través de un fluido por la acción de una fuerza externa F_c . Sea v , la velocidad de la partícula con relación al fluido, F_b la fuerza de empuje sobre la partícula y F_d la fuerza de retardo. La fuerza resultante que actúa sobre la partícula es $F_c - F_b - F_d$, la aceleración de la partícula es dv/dt y de acuerdo con la ley de Newton: $F = (m/g_c) \cdot (dv/dt)$

$$(m/g_c) \cdot (dv/dt) = F_c - F_b - F_d \quad (1)$$

La fuerza externa puede ser expresada como el producto de la masa por la aceleración de la partícula:

$$F_c = (m \cdot a) / g_c \quad (2)$$

La fuerza de empuje, por el principio de Arquímedes, es igual al producto de la masa del fluido que desplaza la partícula, por la aceleración producida por la fuerza externa. El volumen de la partícula y por consiguiente el de fluido desplazado, es igual a m / ρ , siendo ρ la densidad de la partícula. La masa de fluido desplazado es igual a $(m / \rho) \cdot \rho_f$, siendo ρ_f la densidad del fluido. La fuerza de empuje es por lo tanto: $F_b = (m \cdot a) / (\rho \cdot g_c) \quad (3)$

$$\text{La fuerza de retardo es } F_d = (C_d \cdot v_o^2 \cdot \rho_f \cdot A_p) / (2 g_c) \quad (4)$$

Siendo C_d un coeficiente adimensional de retardo y A_p es el área proyectada por la partícula sobre un plano perpendicular a la dirección del movimiento de la misma. Por otra parte la velocidad de aproximación del fluido v_o es igual a la velocidad de la partícula v .

Sustituyendo las fuerzas de la ecuación (2) y (4) en la ecuación (1) se tiene:

$$dv/dt = a \cdot (1 - \rho_f / \rho) - (C_d \cdot v^2 \cdot \rho_f \cdot A_p) / (2 \cdot m) \quad (5)$$

Movimiento debido al campo gravitatorio.

Si la fuerza externa es la gravedad, a es igual g , aceleración de la gravedad y la ecuación (5) se transforma en :

$$dv/dt = g \cdot (1 - \rho_f / \rho) - (C_d \cdot v^2 \cdot \rho_f \cdot A_p) / (2 \cdot m) \quad (6)$$

Movimiento en un campo centrífugo.

Siempre que se varía la dirección del movimiento de una partícula, se origina una fuerza centrífuga. Según la física elemental, la aceleración producida por una fuerza centrífuga en el movimiento circular es igual a: $a = r \cdot \omega^2 \quad (7)$

Siendo r = radio de giro de la partícula, (m)

ω = velocidad angular, (rad/s)

Sustituyendo la ecuación (7) en la ecuación (5) se tiene:

$$dv/dt = r \cdot \omega^2 \cdot (1 - \rho_f / \rho) - (C_d \cdot v^2 \cdot \rho_f \cdot A_p) / (2 \cdot m) \quad (8)$$

v es la velocidad de la partícula con relación al fluido y está dirigida hacia fuera, a lo largo del radio.

En la sedimentación por gravedad, g es constante. Por otra parte el retardo o frotamiento aumenta siempre con la velocidad. La ecuación (6) indica que la aceleración disminuye con el tiempo y tiende a cero. La partícula alcanza rápidamente, por lo tanto, una velocidad constante, que es la máxima alcanzable en otras condiciones y se denomina *velocidad límite*. Para la sedimentación por gravedad, se halla la ecuación de la velocidad límite v_t haciendo $dv/dt = 0$, de la ecuación (6) se tiene:

$$v_t = \sqrt{(2 \cdot g \cdot (\rho - \rho_f) \cdot m) / (A_p \cdot \rho_f \cdot C_d)} \quad (9)$$

En el movimiento debido a una fuerza centrífuga, la velocidad depende del radio y la aceleración no es constante, si la partícula se mueve con respecto al fluido. Sin embargo en muchos casos prácticos en los que se emplea la fuerza centrífuga, dv/dt es pequeño en comparación con los otros términos de la ecuación (8) y si dv/dt se desprecia, puede definirse, para un radio determinado, una velocidad límite mediante la ecuación:

$$V_t = \frac{2r(p - f)m}{Ap \rho C_d f} \quad (10)$$

Para el empleo cuantitativo de las ecuaciones (5) y (10) es necesario disponer de valores numéricos del coeficiente de retardo C_d . En la figura 1 se presenta una gráfica del coeficiente de retardo versus el número de Reynolds para el caso de esferas, sin embargo esta curva es aplicable en condiciones restringidas. La partícula ha de ser una esfera sólida, debe estar libre para desplazarse sin ser influenciada por otras partículas, paredes o el fondo del recipiente, ha de moverse con velocidad constante, no debe ser demasiado pequeña y el fluido a través del cual se mueve debe estar tranquilo. En el movimiento libre de partículas de forma no esférica a través de un fluido, la orientación varía constantemente. Esta variación consume energía, aumentando el retardo efectivo sobre las partículas y C_d es mayor que para el desplazamiento del fluido alrededor de partículas estacionarias. En consecuencia la velocidad límite, especialmente en el caso de discos y partículas laminares, es menor que la que se podía predecir a partir de las curvas para una orientación determinada.

Al trabajar con partículas esféricas y conocer los coeficientes de retardo para el movimiento libre de partículas son aplicables los mismos principios a cualquier otra forma.

Cuando una partícula está a una distancia suficientemente grande de la superficie del recipiente y de otras partículas, de forma que la caída no esté influenciada por ellas, el proceso recibe el nombre de *sedimentación libre*. Si el movimiento de la partícula está impedido por otras partículas, lo cual ocurre cuando las partículas están muy próximas entre sí, aunque realmente no lleguen a entrar en colisión, el proceso se denomina *sedimentación impedida*. El coeficiente de retardo en la sedimentación impedida es mayor que en la sedimentación libre.

Si la partícula posee aceleración, el frotamiento (retardo) está influenciado por las variaciones que experimentan los gradientes de velocidad junto a la superficie de la partícula. Esto da origen, para un mismo número de Reynolds, a un rozamiento mayor que el que se indica en la figura 1.

Si las partículas son muy pequeñas se produce el movimiento Browniano. Este es un movimiento al azar de las partículas por las colisiones de las mismas con las moléculas del fluido que las rodea. Este efecto llega a ser apreciable para un tamaño de partícula de 2 a 3 μ y predomina sobre la fuerza de gravedad para un tamaño de partícula inferior a 0,1 μ . El movimiento al azar de las partículas tiende a eliminar el efecto de la fuerza de gravedad, de forma que no tiene lugar la sedimentación. Aplicando una fuerza centrífuga se disminuye el efecto relativo del movimiento Browniano.

FIGURA 1 GRÁFICO

Si las partículas en movimiento son esferas de diámetro D_p entonces: $m = (\frac{4}{3}\pi D_p^3 \rho) / 6 \quad (11)$

y $A_p = (\frac{4}{3}\pi D_p^2) / 4 \quad (12)$

sustituyendo la ecuación (11) y (12) en la ecuación (5) se tiene:

$$dv/dt = a(1 - f/\rho) - (3C_d v^2 f) / (4\rho D_p) \quad (13)$$

Para la velocidad límite, $dv/dt = 0$ y $a(p - f) = (3C_d v^2 f) / (4\rho D_p) \quad (14)$

Aunque la relación entre C_d y número de Reynolds es una forma continua, puede substituirse para su empleo en los cálculos por tres líneas rectas sin una notable pérdida de exactitud. Estas líneas de Reynolds, se representan en el gráfico 1 como líneas de trazo. Las ecuaciones para las líneas y los intervalos de número de Reynolds para los cuales son aplicables, se presentan para número de Reynolds, $Re < 2$

$$C_d = 24/Re \quad (15)$$

Y

$$F_d = 3 * \mu * v_t * D_p / gc \quad (16)$$

Siendo este el intervalo de la *Ley de Stokes*.

$$\text{Para } 2 < Re < 500, \text{ se tiene } C_d = 18,5 / Re^{0,6} \quad (17)$$

$$\text{Y } F_d = (2,31 * \mu * (v_t * D_p)^{1,4} * 0,6 * \rho_p) / gc \quad (18)$$

Siendo este el intervalo *intermedio*.

$$\text{Para } 500 < Re < 200000, \text{ se tiene } C_d = 0,44 \quad (19)$$

Y

$$F_d = 0,055 * \mu * (v_t * D_p)^2 * f / gc \quad (20)$$

Siendo este el intervalo de la *Ley de Newton*.

Las ecuaciones de F_d y C_d se pueden escribir en forma general:

$$C_d = b_1 / Re^n \quad (21)$$

$$F_d = n * b_1 * \mu * (D_p * v_t)^{2-n} * \rho_p / (8 * gc) \quad (22)$$

Siendo b_1 y n las constantes que se resumen en la tabla 1

Tabla 1 Intervalo b_1 n

Ley de Stokes 24 1

Intermedio 18,5 0,6

Ley de Newton 0,44 0

Se obtiene una ecuación general de velocidad de sedimentación para esferas substituyendo el valor de C_d de la ecuación (21) en la ecuación (14) :

$$v_t = [4 * a * D_p^{1+n} * (\rho_p - \rho_f) / (3 * b_1 * n * \mu)]^{1/(2-n)} \quad (23)$$

Para la sedimentación por gravedad $a=g$, por lo tanto la velocidad de sedimentación para $Re < 2$

Es decir para el intervalo de la **ley de stokes**, es:

$$v_t = g * D_p^2 * (\rho_p - \rho_f) / (18 * \mu) \quad (24)$$

Cuando se desea saber la velocidad de sedimentación de una partícula de diámetro conocida, no se conoce el número de Reynolds u no se puede elegir la ecuación adecuada. Para determinar el intervalo en que tiene lugar el movimiento de la partícula, se reemplaza el término de velocidad v en la ecuación de número de

Reynolds por la velocidad de la ecuación (24), obteniéndose :

$$Re = D_p \cdot v^* / \mu = g \cdot D_p^3 \cdot \rho \cdot (\rho_p - \rho) / (18 \cdot \mu) \quad (25)$$

Si se aplica la ley de Stokes, Re debe ser menor que 2.

A menudo no se conocen los diámetros reales de las partículas con exactitud, de modo que, para la mayor parte de las aplicaciones de la ley de Stokes sobre la contaminación del aire, se cancela el término μ . Para gases a alta presión, esta omisión podría conducir a un error significativo, pero en la mayor parte de las aplicaciones sobre contaminación del aire no ocurre esto.

La ley de Stokes se ha verificado bien para el rango de condiciones de : fluido continuo, fluido laminar, cumplimiento de la ley de Newton. Sin embargo, tanto para las partículas muy grandes como para las muy pequeñas, estas hipótesis no funcionan. La situación se ilustra en la figura 2, que es una gráfica logarítmica de la velocidad de sedimentación del aire, como función del diámetro de partícula, para esferas con gravedad específica igual a 2. Para el rango de valores en los que se aplica la ley de Stokes, el resultado es una recta con pendiente igual a 2 en el papel logarítmico.

Figura 2

Partículas demasiado grandes para la ley de Stokes.

Conforme se consideran partículas cada vez más grandes, llega un momento en el que el movimiento del fluido en torno a la esfera ya no se ajusta a la aproximación de que los términos que contienen las velocidades elevadas al cuadrado sean despreciables. Por consiguiente, la ecuación de retardo de Stokes, que se basa en esa hipótesis se vuelve inexacta. Con tamaños de partículas todavía más grandes, el movimiento del fluido en torno a la esfera se vuelve turbulento y, entonces, las hipótesis principales de la ley de Stokes ya no son aplicables.

Aun cuando se han realizado diversos esfuerzos para deducir una fórmula equivalente a la ecuación (16) para partículas más grandes, ninguna fórmula teórica representa los datos experimentales sobre más de un modesto rango de valores. Sin embargo, los datos experimentales se pueden correlacionar con facilidad por medio de una relación no adimensional. Se define un parámetro llamado el coeficiente de retardo C_d , por la ecuación:

$$C_d = F_d / [(\pi / 4) \cdot D_p^2 \cdot \rho \cdot (v^2 / 2)] \quad (26)$$

El número de Reynolds es una relación adimensional de las fuerzas inerciales que actúan sobre una masa de fluido a las fuerzas viscosas que actúan sobre la misma masa de fluido, en el mismo flujo. Se tienen bases teóricas para creer que, para esferas lisas en un flujo uniforme y subsónico, en fluidos newtonianos de densidad constante, el coeficiente de retardo debe depender sólo del número de Reynolds, es decir, en una gráfica de C_d versus Re , todos los datos para los tamaños de esferas y todos los fluidos newtonianos de densidad constante deben quedar sobre una sola curva.

El término de retardo de Stokes, F_d en la ecuación (16) se puede sustituir en la ecuación (26) y volver a escribir el resultado como:

$$C_d = 24 / Re \quad (27)$$

En forma experimental, se ha encontrado que la ley de Stokes representa satisfactoriamente el comportamiento observado de las partículas, para números de Reynolds menores que alrededor de 0,3. Para valores más grandes del número de Reynolds, el valor experimental de C_d es mayor que el de la ecuación (27), predicho por la ley de Stokes.

Para valores $0,3 < Re < 1000$, los datos experimentales del coeficiente de retardo se pueden representar con exactitud satisfactoria por la siguiente ecuación empírica:

$$C_d = (24/Re) * (1 + 0,14 * Re^{0,7}) \quad (28)$$

Partículas demasiado pequeñas para la ley de Stokes.

Cuando la partícula se vuelve muy pequeña, otra de las hipótesis que conducen a la ley de Stokes ya no es exacta. En la ley de Stokes, se supone que el fluido en el que se está moviendo la partícula es un medio continuo. Los gases, líquidos y sólidos reales en realidad no son continuos, sino que están formados por átomos y moléculas. Mientras que la partícula que se está considerando es mucho más grande que los espacios entre las diversas moléculas o átomos del gas, el fluido interactúa con esa partícula como si fuera un medio continuo. Cuando una partícula se vuelve tan pequeña como la distancia entre las moléculas, o menor que esta distancia, entonces cambia su interacción con éstas. Cuando una partícula tiene un número grande de colisiones moleculares por unidad de tiempo, la mayor parte de las moléculas rebotan esa partícula con un ángulo de reflexión igual al de incidencia. Si el número de colisiones es pequeño, entonces alguna fracción significativa de las moléculas del gas que chocan son adsorbidas sobre la superficie de la partícula y permanecen el tiempo suficiente como para "olvidar" la dirección de la que venían. En este caso, su dirección de salida es difusa, lo que significa aleatoria, sujeta a algunas reglas estadísticas.

El efecto del cambio de la reflexión especular a la difusa, es disminuir la fuerza de retardo, lo que hace que la partícula se mueva más rápido. El factor de corrección que se usa más en la relación con este cambio tiene la forma:

$$F_d = F_{d0} / [1 + A * (\lambda / D_p)] \quad (29)$$

A = una constante determinada experimentalmente.

λ = camino libre medio (la distancia promedio recorrida de una molécula de gas entre colisiones sucesivas).

F_{d0} = fuerza de retardo calculada según la ley de Stokes.

El término $[1 + A * (\lambda / D_p)]$ se llama factor de corrección de Cunningham. Sólo es aplicable para valores de λ / D_p con orden de magnitud igual a uno. Para valores mayores de λ / D_p , se usan fórmulas más complejas. Aún cuando las fórmulas para el cálculo preciso de A se conocen razonablemente bien, la A de la ecuación (29) no es una constante universal para todas las partículas, sino que varía de una clase de partícula a otra.

La mayor parte de los investigadores utilizan el valor hallado por Millikan para gotitas de aceite que sedimentan en el aire, $A=1,728$; éste no se dedujo teóricamente, ni es de necesidad aplicable a otras clases de partículas o a otros gases, pero se usa mucho porque no se cuenta con mejor información.

Al combinar la ecuación $F_d = (4/3) * \pi * D_p^3 * g * (\rho_p - \rho_f)$, con la ecuación (29), se tiene:

$$V = V_t * [1 + A * (\lambda / D_p)] \quad (30)$$

Donde V_t es velocidad terminal de sedimentación calculada a partir de la ley de Stokes.

El cambio de aire medio depende de la temperatura, presión y la masa. Para aire, a una atmósfera y a la temperatura ambiente, $\lambda = 0,07$, de modo que el término de corrección es:

$$1 + A * (\lambda / D_p) = 1 + 1,728 * (0,07 / D_p) \quad (31)$$

Se espera que partículas tan pequeñas tengan una fuerza de retardo menor y, por lo tanto, sedimenten con mayor rapidez, así como deban moverse por una fuerza centrífuga o electrostática, con mayor rapidez que aquélla con la cual la harían según la ley de stokes.

Fd Fb

Fd = Fuerza de Retardo Figura 2

Fb = Fuerza de Empuje Partícula esférica de diámetro Dp

Fc = Fuerza de Gravedad

Fc