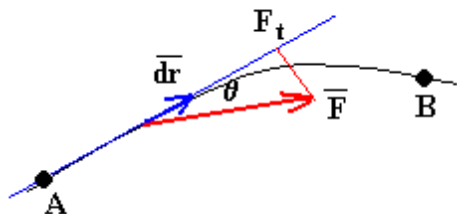


Trabajo y energía

Concepto de trabajo

Se denomina trabajo infinitesimal al producto escalar del vector fuerza por el vector desplazamiento.



$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F ds \cos \theta = F_t ds$$

Donde F_t es la componente de la fuerza a lo largo del desplazamiento, ds es el módulo del vector desplazamiento, y θ el ángulo que forma el vector fuerza con el vector desplazamiento.

El trabajo total a lo largo de la trayectoria entre los puntos A y B es la suma de todos los trabajos infinitesimales

$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B F_t ds$$

Cuando la fuerza es constante el trabajo se obtiene multiplicando la componente de la fuerza a lo largo del desplazamiento por el desplazamiento.

$$W = F_t s$$

Concepto de energía cinética

Supongamos que $\mathbf{F}$ es la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula de masa m . El trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor final y el valor inicial de la energía cinética de la partícula.

$$\begin{aligned} W &= \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B F_t ds = \int_A^B m a_t ds = \\ &= \int_A^B m \frac{dv}{dt} ds = \int_A^B m \frac{ds}{dt} dv = \int_A^B m v dv = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \end{aligned}$$

En la primera línea hemos aplicado la segunda ley de Newton; la componente tangencial de la fuerza es igual a la masa por la aceleración tangencial.

En la segunda línea, la aceleración tangencial a_t es igual a la derivada del módulo de la velocidad, y el cociente entre el desplazamiento ds y el tiempo dt que tarda en desplazarse es igual a la velocidad v del móvil.

Se define energía cinética como la expresión

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

El teorema del trabajo-energía indica que el trabajo de la resultante de las fuerzas que actúa sobre una partícula modifica su energía cinética.

Fuerza conservativa. Energía potencial

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una función que solo depende de las coordenadas. A dicha función se le denomina energía potencial.

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB} \quad \text{con } E_p = E_p(x, y, z)$$

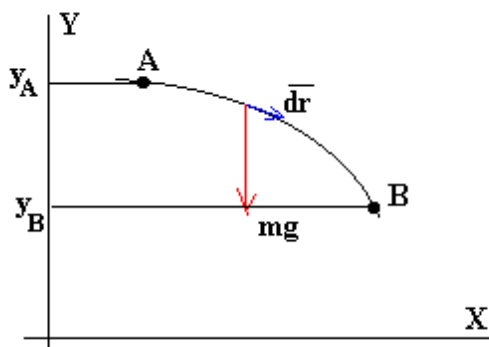
El trabajo de una fuerza conservativa no depende del camino seguido para ir del punto A al punto B.

El trabajo de una fuerza conservativa a lo largo de un camino cerrado es cero.

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

El peso es una fuerza conservativa

Calculemos el trabajo de la fuerza peso $\mathbf{F} = -mg \mathbf{j}$ cuando el cuerpo se desplaza desde la posición A cuya ordenada es y_A hasta la posición B cuya ordenada es y_B .



$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B -mg\mathbf{j} \cdot (dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j}) = \int_A^B -mg \cdot dy = mgy_A - mgy_B$$

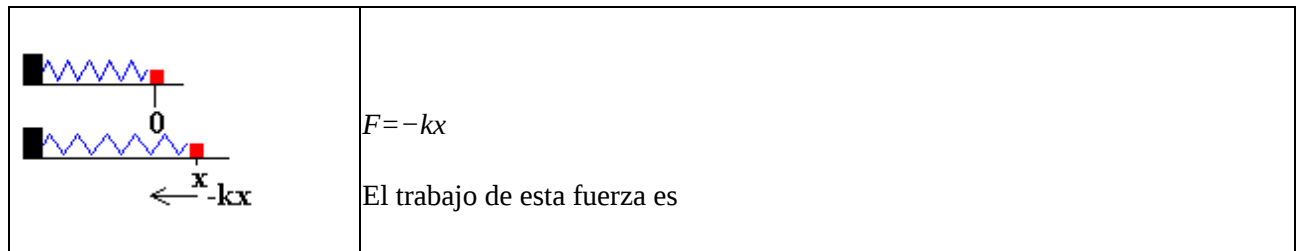
La energía potencial E_p correspondiente a la fuerza conservativa peso tiene la forma funcional

$$E_p = mgy + c$$

Donde c es una constante aditiva que nos permite establecer el nivel cero de la energía potencial.

La fuerza que ejerce un muelle es conservativa

Como vemos en la figura cuando un muelle se deforma x , ejerce una fuerza sobre la partícula proporcional a la deformación x y de signo contraria a esta.



La función energía potencial correspondiente a la fuerza conservativa F vale

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + c$$

El nivel cero de energía potencial se establece del siguiente modo: cuando la deformación es cero $x=0$, el valor de la energía potencial se toma cero, $E_p=0$, de modo que la constante aditiva vale $c=0$.

$$F = -kx \quad E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

Principio de conservación de la energía

Cuando una partícula está bajo la acción de una fuerza conservativa, el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor inicial y final de la energía potencial

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB}$$

El trabajo de la fuerza es igual a la diferencia entre el valor final e inicial de la energía cinética.

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{kB} - E_{kA}$$

Igualando ambos trabajos, obtenemos la expresión del principio de conservación de la energía

$$E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}$$

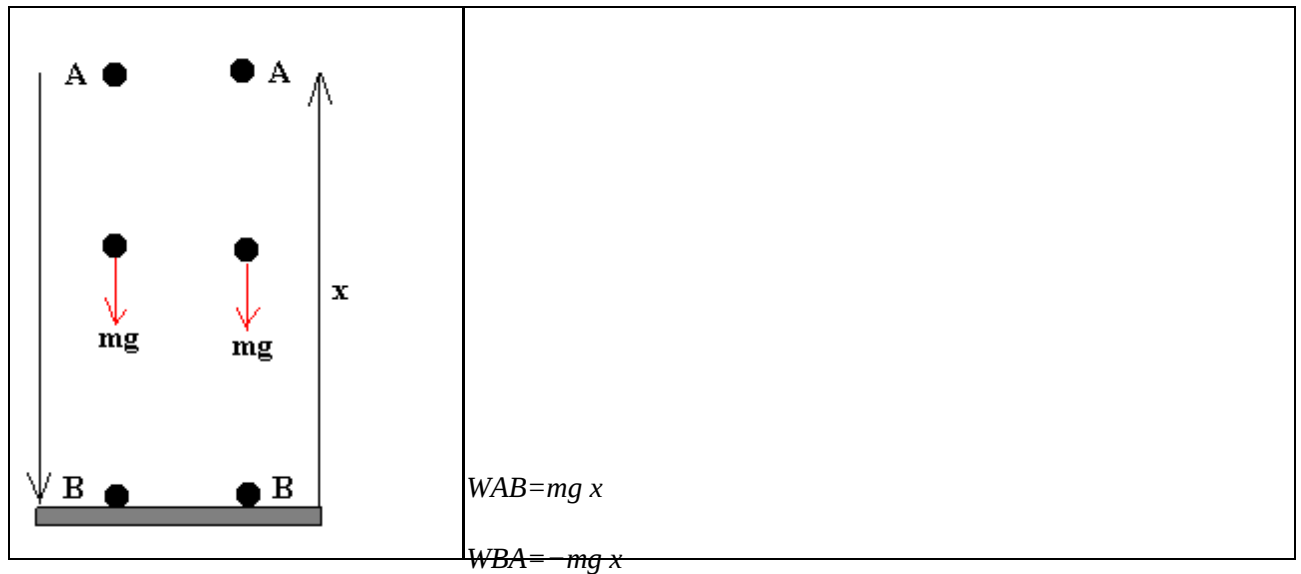
La energía mecánica de la partícula (suma de la energía potencial más cinética) es constante en todos los puntos de su trayectoria.

Fuerzas no conservativas

Para darnos cuenta del significado de una fuerza no conservativa, vamos a compararla con la fuerza conservativa peso.

El peso es una fuerza conservativa.

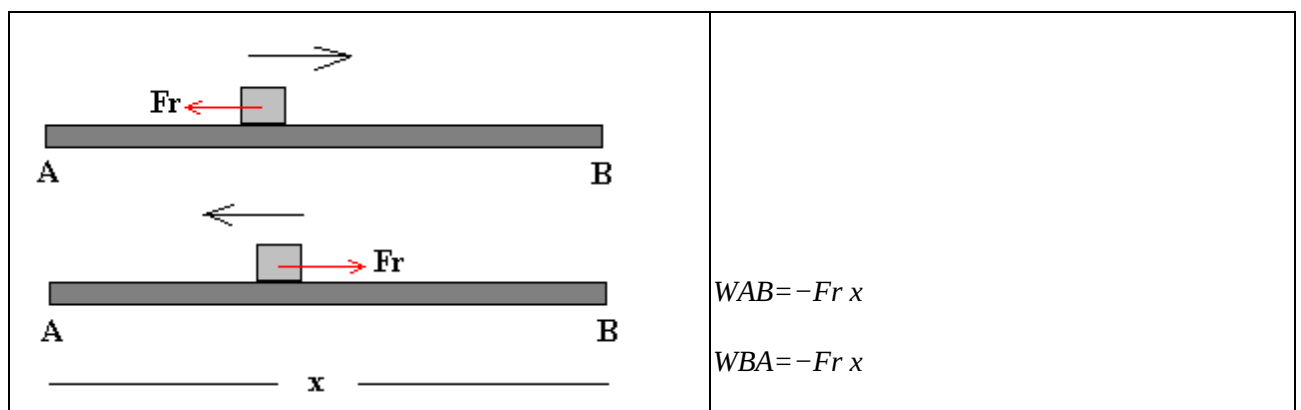
Calculemos el trabajo de la fuerza peso cuando la partícula se traslada de A hacia B, y a continuación cuando se traslada de B hacia A.



La fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa

El trabajo total a lo largo el camino cerrado A-B-A, W_{ABA} es cero.

Cuando la partícula se mueve de A hacia B, o de B hacia A la fuerza de rozamiento es opuesta al movimiento, el trabajo es negativo por que la fuerza es de signo contrario al desplazamiento



El trabajo total a lo largo del camino cerrado A-B-A, W_{ABA} es distinto de cero

Balance de energía

$$W_{ABA} = -2Fr x$$

En general, sobre una partícula actúan fuerzas conservativas $\mathbf{F_c}$ y no conservativas $\mathbf{F_{nc}}$. El trabajo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula es igual a la diferencia entre la energía cinética final menos la inicial.

$$\int_A^B (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{nc}) \cdot d\mathbf{r} = E_{kB} - E_{kA}$$

El trabajo de las fuerzas conservativas es igual a la diferencia entre la energía potencial inicial y la final

$$\int_A^B \mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB}$$

Aplicando la propiedad distributiva del producto escalar obtenemos que

$$\int_A^B \mathbf{F}_{nc} \cdot d\mathbf{r} = (E_k + E_p)_B - (E_k + E_p)_A = E_B - E_A$$

El trabajo de una fuerza no conservativa modifica la energía mecánica (cinética más potencial) de la partícula.

Energía: **Energía**

La capacidad de trabajar

La suma de toda la energía se queda constante

Concepto general:

La cantidad total de energía debe quedar constante. Eso significa que si uno usa energía para hacer algo, sucede a costa de algo más. Por ejemplo, David es un saltador Olímpico que usa energía que recibió de la comida para subirse arriba del trampolín alto. Él ha convertido la energía de la comida (calorías) a energía potencial. Él salta del trampolín (después de aplicar la mayor cantidad de torque posible a la punta del trampolín) y convierte esta energía potencial en energía cinética (energía de movimiento) cuando se acelera hacia abajo en dirección a la piscina. Hay que notar que las fuerzas aplicadas sobre él no son iguales – su peso lo tira hacia abajo y la resistencia del aire intenta mantenerlo arriba – y como estas fuerzas no son iguales (su peso es una fuerza más grande), él se acelera hacia abajo hasta entrar al agua. Cuando entra al agua, la energía se disipa en el agua, luego él vuelve a repetir el salto.

Hay numerosas formas que puede tomar la energía. Las más comunes son:

Energía potencial (la energía asociada con la altura) = el peso x la altura

Energía cinética (la energía asociada con el movimiento) = 1/2 x la masa x la velocidad x la velocidad

Energía del fotón (la energía asociada con la luz)

Electricidad (la energía asociada con el movimiento de electrones)

Calor (la energía asociada con el movimiento de moléculas)

Sonido (la energía asociada con la acústica, el movimiento de moléculas de aire)

Generalidades:

La energía se conserva; es decir, uno sólo puede transferir energía de una forma a otra.

A diferencia de la fuerza y del momento de torsión, la energía no tiene dirección.

Ejemplo: dejando caer un libro

El libro en el estante tiene un poco de energía potencial asociada con su altura.

A medida que cae el libro del estante, pierde altura (energía potencial) y aumenta su velocidad (energía cinética).

(Disminución en energía potencial = aumento en energía cinética)

Cuando pega en el suelo se detiene (pierde energía cinética) pero hace un ruido (energía acústica).

(Pérdida de energía cinética = aumento en energía acústica (y algo de calor))

Potencial y Cinética

Una cosa interesante sobre la velocidad final de un objeto que desciende (sin fricción) desde una altura dada h , a lo largo de una superficie inclinada: se puede cambiar la inclinación, se puede incluso cambiar la forma de la superficie, a pesar de todo la velocidad final con la que alcanza el fondo será siempre la misma. Si no hay fricción, cualquier esquiador, deslizándose por una colina nevada desde la cima a la base, llegará con la misma velocidad, tanto si la pista tomada es una fácil de principiantes, como si es una de expertos.

Reducir la inclinación de la superficie reduce la aceleración a , pero también se alarga el tiempo de descenso y esas dos variaciones se anulan, dejando la velocidad final sin cambios. La misma velocidad se obtiene también si el objeto cae verticalmente desde esa altura h y en ese caso se deduce fácilmente como sigue. La duración t de la caída está dada por

$$h = g t^2/2$$

Multiplicando ambos lados por g :

$$gh = g^2 t^2/2$$

Entonces la velocidad final

$$v = gt$$

se obtiene

$$gh = v^2/2$$

Con la última ecuación, asumiendo que nada interfiere con este movimiento, cuando el objeto pierde altura, v^2 crece y, tal y como ya se advirtió, este crecimiento no depende de la trayectoria tomada.

Este cambio entre h y v^2 también funciona en la dirección contraria: un objeto rodando **hacia arriba** sobre una pendiente, pierde v^2 en proporción directa a la altura h que gana. Una canica rodando hacia abajo por dentro de un tazón liso, gana velocidad cuando se acerca al fondo, luego, cuando sube por el otro lado, la pierde de nuevo. Si no existe fricción, volverá de nuevo a subir a la misma altura desde donde ha comenzado el movimiento.

Un péndulo simple, ó un niño en un columpio, también suben a causa de v^2 y retornan de nuevo, de la misma forma. Los ciclistas son muy conscientes de que la velocidad que ganan rodando hacia abajo de una ladera puede cambiarse por altura cuando escalan la siguiente pendiente. Es como si la altura nos diera **algo** con lo que podremos comprar velocidad, la que luego, si la ocasión lo demanda, puede convertirse de nuevo en altura.

Ese "algo" se llama **energía**. Ya ha sido planteada brevemente en una sección anterior.

Este balanceo atrás y adelante sugiere que quizás la suma

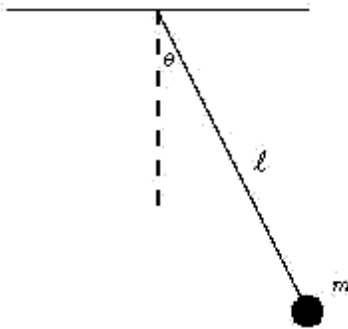
$$gh + v^2/2$$

tiene un valor constante: si un lado disminuye, el otro lado se hace mayor. Esta suma ¿es la energía?. No exactamente. El esfuerzo de conseguir que un peso grande se eleve una altura h es mayor que el necesario para elevar uno menor. Déjenme ahora llamar a la cantidad de materia de un objeto su "masa". Es obvio que es proporcional al peso del objeto, pero como veremos más tarde, el concepto de masa es más complicado que

eso.

Si la energía es la medida del esfuerzo para elevar una carga, esa energía deberá ser proporcional a su masa m . Así, multiplicamos todo por m y escribimos

$$\text{Energía} = E = mgh + mv^2/2$$



Un hecho bien conocido y ya aludido, es que en un sistema que no interacciona con su entorno, la energía total indicada por la letra E , no cambia: "se conserva". En un péndulo, en el punto más extremo de su oscilación, $v = 0$ y, por lo tanto, el segundo término de la fórmula desaparece, mientras que el primer término está con su mayor valor. Después, cuando la masa desciende, $mv^2/2$ aumenta y mgh disminuye, hasta que en la parte baja de la oscilación el primer término está en su valor mínimo y el segundo alcanza el máximo. En el ascenso el proceso se invierte y la secuencia se repite para cada oscilación.

Ambos términos de la ecuación superior tienen nombre: mgh es la **energía potencial**, la energía de la posición, y $mv^2/2$ es la **energía cinética**, la energía del movimiento.

El número exacto que representa E dependerá desde donde se mide h (¿en el suelo?, ¿al nivel del mar?, ¿en el centro de la Tierra?). Son posibles diferentes elecciones y cada una nos lleva a valores diferentes de E : la fórmula es solo significativa si se elige una cierta altura de referencia donde $h=0$.

Otras clases de energía

Los libros de texto definen la energía como "la facultad de hacer un trabajo" y definen el trabajo como "vencer la resistencia en una distancia". Por ejemplo, si m es la masa de un ladrillo, la fuerza en el es mg y elevarlo contra la gravedad hasta una altura h , contra el tirón de la gravedad, requiere la ejecución de un trabajo W , tenemos

$$W = mgh$$

Arrastrar ese ladrillo una distancia x a lo largo del nivel del suelo contra la fuerza de fricción F igualmente requiere la realización de un trabajo

$$W = Fx$$

Como anécdota, el trabajo se mide en **julios**, por James Prescott Joule (1818–89), un cervecero de Manchester, Inglaterra, cuyos experimentos ayudaron a establecer el hecho de que el calor es una forma de energía (vea más abajo) y no un fluido misterioso que penetra en la materia. Desde que ese trabajo puede ser realizado por una máquina, se puede definir libremente la energía como algo que hace mover a una máquina.

**Aparatos ó procesos que convierten la
energía de un tipo (columna) en otro (fila)**

—

Cinética

Potencial

Calor

Luz

Química

Eléctrica

Cinética

Péndulo

Tobera de cohete

Vela solar

Músculos

Motor eléctrico

Potencial

Péndulo

Caldera de vapor

x

x

Montacargas

Calor

Fricción

x

Termotanque

Fuego

Estufa eléctrica

Luz

x

x

Lámpara, Sol

Luciérnaga

Diodo emisor de luz

Química

x

x

Cal viva

Vegetación

Batería de auto

Eléctrica

Areogenerador

Hidroeléctrica

Termopar

Célula solar

Batería de linterna

La energía también se mide en julios. De muchas maneras se asemeja al dinero: es una moneda con la cual se deben pagar todos los procesos de la naturaleza. Al igual que el dinero puede venir en dólares, pesetas, pesos, yenes, rublos ó libras, la energía puede venir de muchas maneras: electricidad, calor, luz, sonido, química, nuclear. La expresión para expresar la energía total de un sistema de objetos se puede escribir

$$E = (\text{potencial}) + (\text{cinética}) + (\text{eléctrica}) + (\text{calor}) + \dots$$

donde "cinética" por ejemplo se simboliza por la suma de $mv^2/2$ para todas las partes constitutivas. Y si todavía es cierto que el sistema no interacciona con el exterior, el valor total de E se conserva.

También es cierto que en la mayoría de los casos, con las herramientas apropiadas, una forma de energía puede convertirse en otra: la luz sobre las células solares generan electricidad, que puede hacer girar las palas de un ventilador, suministrando la energía cinética de las palas, ó haciendo funcionar una radio, produciendo sonido.

Unidades

Como las divisas, las diferentes formas de energía tienen una cierta tasa de cambio: en el cambio entre energía cinética ó potencial y calor, por ejemplo, una **caloría** equivale a 4.18 julios. La energía química de los alimentos también se mide en calorías, aunque debemos advertir que son Calorías "grandes" ó kilocalorías, cada una de las cuales equivale a 1000 calorías.

La **proporción** a la que la energía se abastece ó usa se llama **potencia** y se mide en **vatios (w)**, debido al inventor de la máquina de vapor moderna, el escocés James Watt (1736–1818): la energía que proporciona un julio por segundo genera un vatio de potencia. Así, una bombilla de 60 vatios proporciona 60 julios cada segundo, tanto como un ciclista pedaleando en un puerto de montaña. Los recibos de energía eléctrica, enviados por las compañías de electricidad, se calculan normalmente a tantos dólares, pesetas, pesos, yenes, etc por kilovatio–hora (kwh), la energía de un kilovatio ó 1000 vatios suministrados durante una hora. Como la hora tiene 3600 segundos, resulta que un **kwh** es igual a 3 600 000 **julios**.

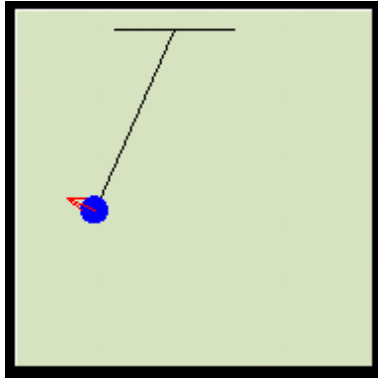
Calor

Cuando un banco cambia dinero de una divisa otra, normalmente carga un porcentaje como costo de la transacción. Lo mismo ocurre en el cambio de energía desde una forma a otra: siempre se obtiene menos energía de la que se tenía. La canica deslizándose hacia abajo por el costado del tazón, por ejemplo, siempre sube por el otro lado a una **altura** menor de la que empezó.

La energía desaparecida no se ha perdido, sino que se convirtió en **calor**. El calor es la "divisa libre" de la energía del Universo: es posible convertir calor en otras formas de energía (en una máquina de vapor, por ejemplo) pero nunca se conseguirá convertir su valor al completo. Esto, en esencia, es la **2ª ley de la Termodinámica**, una ley fundamental relacionada con la naturaleza del calor. La cantidad perdida no permanece solo como calor, sino que se convierte en calor a una menor temperatura, del cual solo se puede transformar en otras formas de energía una pequeña cantidad. Se podrían solucionar todos los problemas de energía de la humanidad si, por ejemplo, se pudiera extraer la energía calorífica de los océanos, dejándolos ligeramente más fríos y convirtiendo el calor extraído en electricidad, pero la 2ª ley nos dice que eso no es posible.

PÉNDULO Y ENERGÍA

Vamos a estudiar las variaciones energéticas que se producen en el movimiento del péndulo. En primer lugar, observaremos el valor de la velocidad. Para ello, observa el dibujo que viene a continuación, en donde el vector velocidad aparece en rojo.



Como se puede observar, la velocidad es máxima en el centro y nula en los extremos. Por ello, podemos afirmar que en el punto de equilibrio tiene energía cinética, mientras que en los extremos no.

Si ahora observas el gráfico siguiente, verás como la bola ha ascendido en el extremo una altura h con respecto al nivel del punto central. Por haber ganado altura, decimos que adquiere energía potencial gravitatoria. Es decir, en el centro no tiene energía potencial y en los extremos sí. Podemos entonces, aplicar el principio de conservación de la energía y afirmar que la energía cinética del centro se ha transformado en potencial en los puntos de máxima amplitud.

