

2. Encontrar un fenómeno que se modele mediante la distribución exponencial (aplique todo su conocimiento, ajuste de distribución, intervalos de confianza, la media y su desviación estándar, etcétera)

El tiempo de reparación de unas máquinas de escribir tiene una distribución aproximadamente exponencial, con media 22 minutos.

A partir de los siguientes registros de tiempos se responderán las preguntas que vienen a continuación

T° Reparación			
43,31	26,25	9,8	53,38
52,52	32,53	67,92	34,43
54,42	35,15	43,31	100,19
7,04	44,77	132,85	4,57
25,26	14,17	27,44	23,37
120,24	53,81	11,76	111,04
35,95	13,98	63,17	8,63
87,01	123,57	24,26	54,19
34,85	33,78	2,62	16,97
42,46	36,17	37,01	8,21
35,54	7,39	71,77	44,54
3,49	92,74	15,8	30,73
143	38,95	59,98	8,98
8,58	44,26	65,08	33,89
7,88	204,84	104,46	57,16
9,08	22,88	46,85	51,92
14,93	2,04	60,05	9,29
101,39	28,59	59,6	112,7
4,28	15,78	8,65	54,97
5,09	14,75	50,59	17,52
25,13	117,34	34,01	45,19
5,03	73,26	1,01	67,24
2,61	18,85	59,59	83,19
13,12	1,51	26,25	84,39
39,23	129,94	32,53	1,38
9,8	53,38	35,15	9,17
67,92	34,43	44,77	49,86

1) Hallar la probabilidad de que el tiempo de reparación sea menor que diez minutos.

2) El costo de reparación es de 2000 pts. por cada media hora o fracción. ¿Cuál es la probabilidad de que una reparación cueste 4000 pts?

3) Para efectuar una programación, ¿cuánto tiempo se debe asignar a cada reparación para que la probabilidad de que cualquier tiempo de reparación mayor que el tiempo asignado sea solo de 0.1?

Solución :

Definamos una variable aleatoria x que representa el tiempo de reparación (en minutos) de las máquinas y sigue una distribución exponencial de parámetro $\lambda = E(x)^{-1} = 1/22$.
Por lo tanto, la función de densidad de esta variable es:

$$f_X(x) = (1/22) e^{-(x/22)} \quad x > 0$$

1). La probabilidad de que un tiempo de reparación sea menor que diez minutos es:

$$\#2: P(X < 10)$$

$$\#3: \frac{1}{22} \cdot e^{-\frac{x}{22}}$$

$$\#4: \int_0^{10} \frac{1}{22} \cdot e^{-\frac{x}{22}} dx$$

$$\#5: 1 - e^{-\frac{5}{11}}$$

2). De acuerdo con el enunciado, para un tiempo de reparación dado, el costo de reparación se obtendrá a partir del número total de fracciones de media hora y el conjunto de minutos restantes, inferiores a 30. (Todos, este último inclusive, se cobran a 2000 pesetas).

Teniendo esto en cuenta, se observa que una reparación costará 4000 pesetas siempre que su duración sea superior a 30 minutos e inferior o igual a 60 minutos (y así cada fracción de la segunda media hora se cobrará como una media hora entera). Así:

#6: $p \cdot (30 < x \leq 60)$

#7: $\frac{1}{22} \cdot e^{\left(-\frac{x}{22}\right)}$

#8: $\int_{30}^{60} \frac{1}{22} \cdot e^{\left(-\frac{x}{22}\right)} dx$

#9: $-e^{\left(-\frac{30}{11}\right)} + e^{\left(-\frac{15}{11}\right)}$

3). Representamos por t ($t > 0$) el tiempo asignado a una reparación (en minutos). Debe verificarse:

#10: $p \cdot (x > t)$

$p(x > t) = 0,1$

#11: $\frac{1}{22} \cdot e^{\left(-\frac{x}{22}\right)}$

#12: $\int_t^{\infty} \frac{1}{22} \cdot e^{\left(-\frac{x}{22}\right)} dx$

Esta integral debe igualarse a 0,1 .

Y esto se cumple para $t = -22 \cdot \log(0,1) = 50,657 = 51$ minutos