CALIBRADO DE UN TERMOPAR: CURVA DE ENFRIAMIENTO

DE UN CUERPO CON UNA TRANSICIÓN DE PRIMER ORDEN

1. Introducción:

El objetivo de esta práctica consiste en calibrar correctamente un termopar, basándonos en la relación existente, a temperatura ambiente, entre la resistencia del termopar y la temperatura; cuya relación lineal viene dada por la fórmula:

$$V = A + B\theta$$

1

Por otra parte sabemos que cuando un cuerpo homogéneo se enfría a temperatura constante (θ_a
2), se establece que la temperatura varía según la siguiente ley:

$$\theta = \theta_a + C \quad e^{-\frac{t}{\tau}}$$

3

Esta ley no se cumple mientras el sistema cambia de fase. En dicho intervalo, la temperatura se hará constante hasta que la transición se complete. Veremos como dicho efecto se refleja perfectamente en la gráfica obtenida experimentalmente.

2. Desarrollo de la práctica.

En un primer lugar tomamos el valor de la temperatura ambiente, la presión así como la tensión a dicha temperatura. Para averiguar las constantes A y B para la calibración del termopar procedimos del siguiente modo: preparamos el punto cero con agua e hielo en un vaso Dewar e introdujimos en él la soldadura de referencia; una vez estabilizada la temperatura medimos el valor de la tensión. Ésta será un punto fijo de referencia.

Seguidamente procedimos a calentar agua hasta 100°C y pusimos en contacto con el vapor de agua la sonda termométrica, esperamos a que se estabilizase y tomamos el valor de la tensión. Éste será un segundo punto de referencia.

Por último dejamos enfriar la sonda termométrica a temperatura ambiente y procedimos a medir la tensión del termopar cada 15 segundos durante unos 15 minutos. Estos datos nos servirán para comprobar la ley de enfriamiento de un cuerpo, así como verificar que existe una transición de primer orden.

3. Tablas y resultados:

Temperatura ambiente: **24.0±0.1 °C**

Presión atmosférica: **769.3±0.1 mmHg.**

Tensión a temperatura ambiente: **1.29±0.01 mV.**

Tensión a 0°C: **0.00±0.01 mV.**

Tensión a 100 °C: **6.29±0.01 mV.**

En primer lugar procederemos a la corrección del valor de la presión atmosférico; vemos en la tabla como el valor de nuestra presión está comprendida entre 760 y 770 mmHg, así que nuestro valor de la presión es:

$$Z = Z_1 + \frac{Z_2 - Z_1}{X_2 - X_1} (X - X_1) \quad \Delta Z = \left| \frac{Z_2 - Z_1}{X_2 - X_1} \right| \Delta X$$

4

$$Z = 2.97 + \frac{3.01 - 2.97}{770 - 760} (769.3 - 760) = 3.01$$

5

$$\Delta Z = \left| \frac{3.01 - 2.97}{770 - 760} \right| 0.1 = 4 \quad 10^{-4}$$

6

Vemos como el error de Z es despreciable frente al error de la presión atmosférica, finalmente tenemos:

Presión atmosférica: **766.3±0.1 mmHg.**

Temperatura de ebullición: **100.231 °C**

El siguiente paso será averiguar las constantes A y B de la fórmula $V = A + B\theta$
7 para tener así calibrado el termopar. podemos formar un sistema de ecuaciones con los datos que tenemos de calibración, que son los siguientes:

θ_0
8=273.1±0.1 K

V0=0 mV

θ_{100}
9=373.3±0.1 K

V100=(629±1)"10−5 V.

Así en el sistema de ecuaciones las dos incógnitas son A y B, que una vez resulto arrojan los siguientes resultados con su error correspondiente:

$$V_0 = A + B\theta_0$$

10

$$V_{100} = A + B\theta_{100}$$

11

0=A+B"273.1

629"10−5=A+B"373.3

%%%%%%%%%%%%%%%%%%

$$B = \frac{V_{100}}{(-\theta_0+\theta_{100})} = (628 \quad 2) \quad 10^{-7}\ \mathrm{V} \quad \mathrm{K}^{-1}$$

12

$$\varepsilon(-\theta_0+\theta_{100}) = \frac{0.2}{100.2} = 2 \quad 10^{-3} \ ; \ \varepsilon(V_{100}) = \frac{1 \quad 10^{-5}}{629 \quad 10^{-5}} = 1.6 \quad 10^{-3}$$

13

$$\varepsilon(B) = \varepsilon(-\theta_0+\theta_{100}) + \varepsilon(V_{100}) = 3.6 \quad 10^{-3} \ ; \ \Delta B = \varepsilon(B) \quad |B| = 2.3 \quad 10^{-7}$$

14

Seguidamente procedemos a calcular A:

0=A+(628±2)"10−7"(273.1±0.1)

A=(−170±1)"10−4 V.

$$\varepsilon(B) = \frac{2 \quad 10^{-7}}{628 \quad 10^{-7}} = 3.19 \quad 10^{-3} \ ; \ \varepsilon(V_0) = \frac{0.1}{273.1} = 3.66 \quad 10^{-4}$$

15

$$\varepsilon(A) = \varepsilon(B) + \varepsilon(V_0) = 3.19 \quad 10^{-3} \quad 3.66 \quad 10^{-4} = 3.56 \quad 10^{-3}$$

16

$$\Delta(A) = \varepsilon(A) \quad |A| = 3.56 \quad 10^{-3} \quad 17 \quad 10^{-3} = 6.1 \quad 10^{-5}$$

17

Por tanto, y según estos valores el termopar queda calibrado de la siguiente manera:

$$V = (-170 \quad 1) \quad 10^{-4} + (628 \quad 2) \quad 10^{-7}\theta$$

18

Con los datos de calibración podemos calcular el valor que le corresponde a θ
19 para cada tiempo, y así poder calcular $\ln(\theta - \theta_a)$
20.

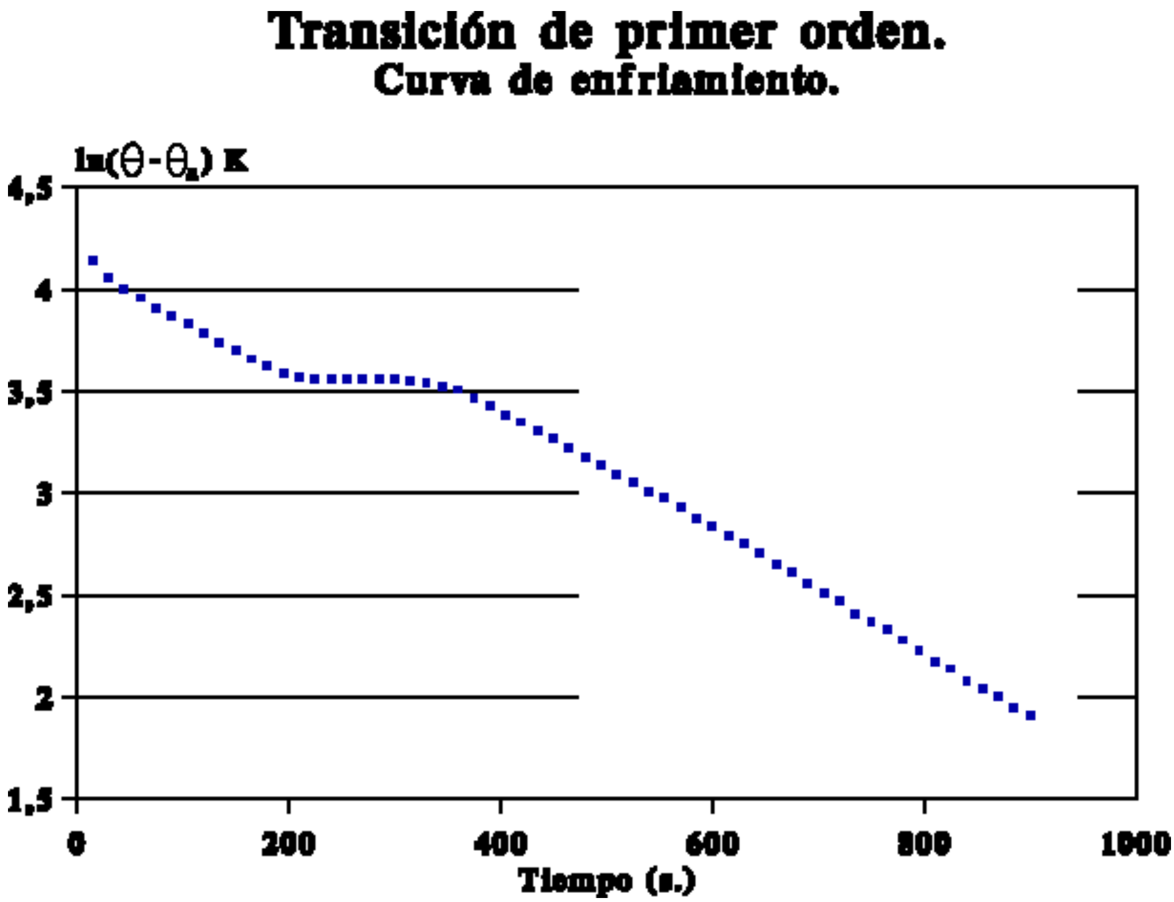
Despejando de la ecuación $V = A + B\theta$
21 obtenemos: $\theta = -\frac{A - V}{B}$

22. Seguidamente se muestran los datos en una tabla:

T (s.)	**V ("10−5v.)**	θ 23 **(K.)**	$\ln(\theta - \theta_a)$ 24 **(K.)**
15	560±1	359.9±1.2	4.14
30	530±1	355.1±1.1	4.06
45	508±1	351.6±1.1	4.00
60	494±1	349.4±1.1	3.96
75	480±1	347.3±1.1	3.91
90	467±1	345.1±1.1	3.87
105	456±1	343.2±1.1	3.83
120	443±1	341.2±1.1	3.79
135	431±1	339.3±1.1	3.74
150	421±1	337.7±1.1	3.70
165	410±1	336.0±1.1	3.66
180	402±1	334.7±1.1	3.63
195	393±1	333.3±1.1	3.59
210	388±1	332.5±1.1	3.57
225	387±1	332.3±1.1	3.56
240	387±1	332.3±1.1	3.56
255	387±1	332.3±1.1	3.56
270	387±1	332.3±1.1	3.56
285	387±1	332.3±1.1	3.56
300	387±1	332.3±1.1	3.56
315	385±1	332.0±1.1	3.55
330	382±1	331.5±1.1	3.54
345	377±1	330.7±1.1	3.52
360	375±1	330.4±1.1	3.51
375	367±1	329.1±1.1	3.47
390	359±1	327.9±1.1	3.43
405	351±1	326.6±1.0	3.38
420	344±1	325.5±1.0	3.35
435	338±1	324.5±1.0	3.31
450	331±1	323.4±1.0	3.27
465	323±1	322.1±1.0	3.22
480	317±1	321.2±1.0	3.18
495	310±1	320.1±1.0	3.14
510	304±1	319.1±1.0	3.09
525	299±1	318.3±1.0	3.05
540	293±1	317.4±1.0	3.01
555	289±1	316.7±1.0	2.98

570	283±1	315.8±1.0	2.93
585	278±1	315.0±1.0	2.88
600	273±1	314.2±1.0	2.84
615	268±1	313.4±1.0	2.79
630	264±1	312.7±1.0	2.75
645	260±1	312.1±1.0	2.71
660	255±1	311.3±1.0	2.65
675	251±1	310.7±1.0	2.61
690	247±1	310.0±1.0	2.56
705	243±1	309.4±1.0	2.51
720	240±1	309.0±1.0	2.47
735	236±1	308.3±1.0	2.41
750	233±1	307.8±1.0	2.37
765	230±1	307.3±1.0	2.33
780	227±1	306.9±1.0	2.28
795	224±1	306.4±1.0	2.23
810	221±1	305.9±1.0	2.17
825	219±1	305.6±1.0	2.14
840	216±1	305.1±1.0	2.08
855	214±1	304.8±1.0	2.04
870	212±1	304.5±1.0	2.00
885	210±1	304.1±1.0	1.95
900	208±1	303.8±1.0	1.91

A continuación, representamos $\ln(\theta - \theta_a)$
25 frente al tiempo y analizamos los resultados:



1

Para una mayor exactitud también se ha realizado la gráfica en papel milimetrado.

En esta gráfica vemos tres partes bien diferenciadas con la notoriedad de que existe un tramo en el cual no tenemos dependencia del tiempo; es decir, es horizontal, lo que nos demuestra que en dicho período se produce un cambio de fase y por tanto la ley de enfriamiento de Newton no tiene validez. En cambio, existen dos tramos que muestran una dependencia entre $\ln(\theta - \theta_a)$

26 y el tiempo. En dichos tramos la ley de Newton si es aplicable y demostraremos su validez. Resumiendo podemos decir que esta gráfica representa una curva de enfriamiento que responde a la ley de Newton, pero nos encontramos con una transición o cambio de fase durante un intervalo de tiempo concreto donde la ley de Newton no es válida. Una vez transcurrido el período de la transición, la recta vuelve a verificar la ley de Newton mencionada anteriormente.

Para demostrar la dependencia entre la gráfica obtenida y la ley de Newton, tomaremos sobre ésta logaritmos neperianos, quedando de la siguiente manera:

$$\theta = \theta_a + C \quad e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \theta - \theta_a = C \quad e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \ln(\theta - \theta_a) = \ln C + (-\frac{t}{\tau})$$

27

Expresión ésta última totalmente análoga a y=A+Bt; ya que tenemos θ_a

28 como la temperatura ambiente y θ

29 como la temperatura que le corresponde a cada valor de la tensión, calculada mediante los datos de

calibración del termopar. Por otra parte podemos llamar $\ln(\theta - \theta_a) = y, \ln C = A, y\,(-\frac{t}{\tau}) = tB$

30. Solamente nos queda calcular los valores de A y B, y así poder obtener C y tau, para ello utilizaremos el método de regresión lineal.

Como tenemos dos rectas, una antes y otra después de la transición, cada una de ellas puede tener valores distintos para ln C y $-\frac{1}{\tau}$

31, pero en este caso veremos que los valores están muy próximos.

El primer tramo corresponde a los primeros trece puntos; es decir, desde el 4.14 hasta el 3.59; donde obtenemos:

A=ln C= (415±1)"10−2; $C = e^{4.15} = 63.4$

32

Para calcular el error de C, tenemos que el error relativo de una potencia es el producto del exponente por el error relativo de la base, entonces si tomamos el número e con un gran número de cifras decimales su error es despreciable.

B=$-\frac{1}{\tau}$

33= **(−293±8)"10−5**

El valor de tau viene dado por 1/B:

$$\tau = \frac{1}{293 \quad 10^{-5}} = 341.3 \quad 9.2$$

34

$$\varepsilon(\tau) = \frac{8 \quad 10^{-5}}{293 \quad 10^{-5}} = 0.027 \;\; ; \;\; \Delta(\tau) = \varepsilon(\tau) \;\; |\tau| = 9.2$$

35

r= −0.996

El segundo tramo corresponde a los valores desde el punto 23 hasta el punto 60, es decir, desde 3.52 hasta el 1.91; obteniéndose los siguientes resultados.

A=ln C= (461±1)"10−2; $C = e^{4.61} = 100.5$

36

De forma análoga al caso anterior, el error de este valor es despreciable.

B=$-\frac{1}{\tau}$

37= **(−298±2)"10−5**

El valor de tau para este tramo es el siguiente:

$$\tau = \frac{1}{298 \quad 10^{-5}} = 335.6 \quad 2.3$$

38

$$\varepsilon(\tau) = \frac{8 \quad 10^{-5}}{293 \quad 10^{-5}} = 6.7 \quad 10^{-3} \ ; \ \Delta(\tau) = \varepsilon(\tau) \ |\tau| = 2.3$$

39

r= −0.9994

A pesar de existir dos tramos diferentes que se rigen por la ley de Newton sobre el enfriamiento, los valores de las constantes para los dos tramos son muy parecidos, lo que quiere decir que tanto antes como después de la transición, la curva de enfriamiento tiene la misma tendencia.

Para obtener la ley de Newton partimos de:

$$\frac{\delta Q}{dt} = -A(\theta - \theta_a)$$

40

Tenemos una paso de calor desde θ
41 hasta θ_a
42.

$$\frac{mcd\theta}{dt} = -A(\theta - \theta_a) \ ; \ \frac{A}{mc} = K$$

43

$$\frac{d\theta}{dt} = -K(\theta - \theta_a)$$

44

$$\frac{d\theta}{\theta - \theta_a} = -Kdt \qquad \ln(\theta - \theta_a) + \ln C^I = -Kt$$

45

$$C^I(\theta - \theta_a) = e^{-Kt}$$

46

$$\theta = \theta_a + C \quad e^{-\frac{t}{\tau}}$$

47

$$K = -\frac{1}{\tau}$$

48

CALIBRADO DE UN TERMOPAR:

CURVA DE ENFRIAMIENTO DE UN CUERPO CON UNA TRANSICIÓN DE PRIMER ORDEN

Termología.

Práctica 11 −1−