CAPITALIZACION SIMPLE

CÁLCULO DE INTERESES

$$I_1 = I_2 = I_3 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = I_n = C_o.i$$

Si el tiempo que dura el préstamo es (n) años, el interés total (I) será la suma de los intereses de cada período, es decir $I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + I_n = C_o.i$ en cada uno de años o lo que es lo mismo $I = C_o.i + C_o.i + C_o.i + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + C_o.i$, entonces

$$I = C_o \ . \ i \ . \ n$$

Cuando el tiempo venga expresado en otra medida distinta al año, ya sean meses, días, trimestres, etc… , es necesario transformar dicho tiempo a años para que exista una correlación entre el tanto y el tiempo (siempre tienen que estar en la misma medida de tiempo)

$$I = C_o\,(\text{capital}).i\ (\text{tanto anual}).\ n\ (\text{años})$$

Si el tiempo viene dado en meses	n / 12 meses
Si es en días	n / 360 año comercial o 365 año natural
Si es en trimestres	n / 4 trimestres
Si es en cuatrimestres	n /3 cuatrimestres
Si es en bimeses	n / 6 bimeses
Si es en semestres	n / 2 semestres

- Hallar el interés que produce en 7 años un capital de 20000€ restado al 9% simple anual
  $n = 7$ — I = (20000.0,09.7) = 12600€ intereses que se lleva el
  $i = 0{,}09$ — prestamista a lo largo de 7 años
  $C_o = 20000$ — Al año se lleva $C_o.i = 1800$€
- Calcular el interés de un capital de 120000€ colocado al 10% anual durante 9 meses
  $C_o = 12000$€
  $i = 0{,}10$ — I = (12000.0,10.0,75) = 900€
  n = 9 meses = 9 / 12 = 0,75

CÁLCULO DEL CAPITAL , DEL TANTO Y DEL TIEMPO

Capital , tanto y tiempo en función del interés $I = C_o.i.n$

$$C_o = \frac{I}{i.n} \qquad i = \frac{I}{C_o.n} \qquad n = \frac{I}{C_o.i}$$

- Averiguar el capital que presté al 8 % simple anual durante 3 años, si me han pagado de interés 3000€

  I= 3000€
  i= 0,08
  n = 3 años

  $$C_o = \frac{3000}{(0{,}08.3)} = 12500€$$

- Hallar durante cuánto tiempo expresado en días presté un capital de 10000€ al 12% anual simple si el interés recibido es de 174,25€, año natural.

  C_o = 10000€
  i = 0,12
  I = 174,25
  n?

  $I = C_o.i.n/365$; 174,25 = (10000.0,12.n/365)
  174,25 = (1200/365).n
  n = 174,25 / 3,287 = 53 días

CÁLCULO DEL MONTANTE

Montante (C_n) es el valor de un capital en el momento (n), es decir, es la suma del capital prestado más los intereses producidos en el tiempo que dura el préstamo

$C_n = C_o + I$ = $C_o + (C_o.i.n)$ → $C_n = C_o\,(1+ i.n)$

- Hallar el montante que alcanza un capital de 20000€ al 8% anual simple durante 3 años.

  C_n = 20000 (1+ 0,08.3) = 24800 €

  El prestamista le presta los 20000€ y el prestatario le devolverá los 20000€ + 4800€ de intereses.

CÁLCULO DEL CAPITAL, DEL TANTO Y DEL TIEMPO EN FUNCIÓN DEL MONTANTE

$$C_o = \frac{C_n}{1 + i.n} \qquad i = \frac{C_n}{C_o} - \frac{1}{n} \qquad n = \frac{C_n}{C_o} - \frac{1}{i}$$

- Hallar el capital que invertido al 9% anual simple durante 5 semestres alcanzó un montante de 40000€

  C_n = 40000€
  n = 5 semestres
  i = 0,09
  C_o?

  $I = C_o.i.n/2$

  $$C_o = \frac{40000}{1+0{,}09.5/2} = \frac{40000}{1{,}225} = 32653{,}06$$

- Hallar el tanto de interés unitario al que se prestó un capital de 40.000€ durante 5 años si el montante que alcanzó fue de 46.000€

  C_o = 40.000
  n = 5
  C_n = 46.000

  i = 0,15/5
  46.000 = 40.000(1+i.5); 46.000/40.000 = (1+i.5);
  1,15 – 1 = 5i ; i = 0,03

FRACCIONAMIENTO DEL TANTO DE INTERÉS

Tanto y tiempo siempre tienen que estar en las mismas unidades de medida, si no me lo dan anual entonces es (i_k), k es el nº de partes en que dividimos el año.
En capitalización simple dos tantos unitarios anual y k-esimal serán equivalentes cuando aplicados al mismo capital durante el mismo tiempo nos produzcan el mismo interés o generen el mismo montante, es decir el tanto anual (i) aplicado al interés simple.

$I = C_o . i . n$ → anual $\quad\quad$ $I = C_o . i_k . n.k$ → k-esimal

si subdividimos $C_o . i_k . n.k = C_o . i_k . n.k$ → $i = i_k . k$ → $i_k = i / k$ ej: $i_{12} = i/12$

Tanto mensual : i / 12 $\quad$ tanto cuatrimestral: i / 3
Tanto bimestral : i / 6 $\quad$ tanto trimestral: i / 4
Tanto semestral : i / 2

Por tanto, son proporcionales

- Hallar el interés que produjo un capital de 10.000€ invertido al 0,09 simple anual durante 13 cuatrimestres.
  $C_o = 10.000$
  $i = 0,09$
  $n = 13$ cuatrimestres $\quad$ $I = (10.000 . 0,09 . 13/3)$
  $I = 900 . 4,333 = 3.900$
  $i_k = i / k$; $\quad i_3 = i / 3 = 0,09 / 3 = 0,03$
  $I = (10.000 . 0,03. 13) = 3.900$

INTERÉS NATURAL, INTERÉS COMERCIAL

Hay ocasiones en que hay que hallar el interés que produce un capital durante un tiempo expresado en días , para pasar esos días a años podemos hacerlo considerando el año natural de 365 días o el año comercial de 360 días(12 meses de cada año)

I_n → interés natural $\quad\quad$ $I_n = C_o . i . n/365$

I_c → interés comercial $\quad\quad$ $I_c = C_o . i. n/360$

$I_c > I_n$ porque el denominador es menor en el comercial que en el natural
El uso del año comercial lo decide quien realiza los cálculos, los bancos cuando calculan los intereses a favor del cliente lo hacen en función del año natural y cuando es a favor suyo lo hacen con el comercial.

- Hallar el interés natural y comercial que produce un capital de 10.000€ invertido al 12% anual durante 57 días
  $C_o = 10.000$ $\quad$ $I_n = 10000.0,12.(57/365) = 187,39€$
  $i= 0,12$ $\quad$ $I_c = 10000.0,12.(57/360) = 190€$
  $n = 57$

RELACIÓN ENTRE INTERÉS NATURAL E INTERÉS COMERCIAL

Dividiendo interés comercial entre interés natural obtenemos:

$$\frac{I_c}{I_n} = \frac{C_o \cdot i \cdot n/360}{C_o \cdot i \cdot n/365} = \frac{1/360}{1/365} = \frac{365}{360} = \frac{73}{72}$$

$$\frac{I_c}{I_n} = \frac{73}{72}$$ sabiendo uno obtenemos es otro

- Hallar el (I_n) que produjo un capital sabiendo que el (I_c) es 1300.
  $1300 / I_n = 73 / 72$; $I_n = 1300/(73/72) = 1282{,}19$

- La diferencia entre el I_C y I_n de un préstamo es de 55€. Hallar el I_c , I_n y capital que se prestó si el tanto fue del 12% simple anual y duró 40 días.
  $I_c - I_n = 55$ $I_c > I_n$
  $n = 40$ $I_c = I_n + 55$
  $i = 0{,}12$ $\frac{I_c}{I_n} = \frac{73}{72}$ Sistema de 2 ecuaciones resolvemos por sustitucción
  $\frac{I_n + 55}{I_n} = \frac{73}{72}$ multiplicamos en cruz y obtenemos $73I_n + (72.55)$
  $73I_n = 72I_n + 3960$; $I_n = 3960$
  $I_c = 3960 + 55 = 4015$
  $I_n = C_o \cdot i \cdot n/365$; $3960 = C_o \cdot 0{,}12 \cdot 40/365$; $C_o = 301.125$

INTERESES DE VARIOS CAPITALES COLOCADOS AL MISMO TIEMPO

Sean **varios capitales** C_1 , C_2 , C_3 ....C_n colocados todos a un **mismo tanto unitario anual simple** y respectivamente **durante diferentes días** (t_1 , t_2 , t_3 ....t_n) ; queremos saber el interés total (I) que nos produce. Habrá que averiguar el interés de cada uno I_1 , I_2 , I_3 ,.......I_n

Y después sumarlos $I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + I_n$

Suponiendo que el año sea comercial resultará :

$I_1 = C_1 \cdot i \cdot t_1/360$;

$I_2 = C_2 \cdot i \cdot t_2/360$;

$I_3 = C_3 \cdot i \cdot t_3/360$ ....

$I_n = C_n \cdot i \cdot t_n/360$

el interés total será : $C_1 \cdot i \cdot t_1/360 + C_2 \cdot i \cdot t_2/360 + C_3 \cdot i \cdot t_3/360 \ldots\ldots\ C_n \cdot i \cdot t_n/360$

sacamos factor común: $i/360\ (C_1.t_1 + C_2.t_2 + C_3.t_3 \ldots\ldots\ldots\ldots C_n.t_n)$, entonces

$Mf = i / 360$ $I = Mf \cdot \sum Ch.th$ $\sum Ch.th$ es suma de nºcomerciales

Si i / 360 lo dividimos entre el mismo nº i/i = 1 = 1

360/i 360/1 Df

Df = 360 / i **DIVISOR FIJO** I = ∑Ch.th / Df

- Calcular el interés total que producen los siguientes capitales colocados al 10% simple anual (año natural no bisiesto)

Capital	desde	hasta	días
50.000	5 enero	30 junio	176
30.000	10 febrero	30 junio	140
25.000	15 marzo	30 junio	107
32.000	20 marzo	30 junio	102
50.000	10 mayo	30 junio	51

∑ Ch.th = 8.800.000 + 4.200.000 + 2.675.000 + 3.264.000 + 2.550.000 = 21.489.000

Mf = 0,10 / 365 = 0,000273972 ;

I = 0,000273972 . 21489000 = **5.887,3971**

(Si lo hago con Df me tiene que dar lo mismo)

TANTO MEDIO DE COLOCACIÓN DE VARIOS CAPITALES

Sean C_1 , C_2 , C_3 ………… C_n **varios capitales** invertidos **a los distintos tantos** de interés i_1 , i_2 , i_3, ……… i_n **durante un tiempo** de (t) años, el tanto medio (i) de colocación de dichos capitales será aquel que aplicado a los capitales C_1, C_2, C_3, ………C_n durante (t) nos **ofrezca el mismo montante o nos produzca el mismo interés.**

$C_1.i_1.t + C_2.i_2.t + C_3.i_3.t + \ldots C_n.i_n.t = C_1.i.t + C_2.i.t + C_3.i.t + \ldots C_n.i.t$;

$t \sum Ch.ih = i.t. \sum Ch$

CAPITALES TANTOS

$$i = \frac{\sum Ch . ih}{\sum Ch}$$

Haciendo la fórmula del montante tiene que salir lo mismo.

- Tengo unos ahorros colocados del siguiente modo
  - 20.000 € al 7% anual en el banco A
  - 30.000 € al 10% simple anual en el banco B
  - 5.000 € al 6,5% simple anual en el banco C

  ¿Cuál es el tanto medio de interés que me producen mis ahorros si todas las inversiones están a plazo de 1,5 años?

$$i = \frac{(20000 \cdot 0{,}07) + (30000 \cdot 0{,}10) + (5000 \cdot 0{,}0605)}{550000} = \frac{1400 + 3000 + 302{,}5}{55000}$$

i = 0,0855

EQUIVALENCIA DE CAPITALES

Cualquier operación financiera implica una serie de prestaciones y contraprestaciones que hay que comparar . De este modo en un préstamo comparamos el capital que recibe el prestatario con el montante que tendrá que devolver al prestamista.
En una operación de compraventa se puede comparar el importe de la operación al contado con el importe de la operación a plazos.
Como son cuantías y vencimientos diferentes habrá que valorarlos todos en un mismo momento y aun mismo tipo de interés para compararlos por lo que dos capitales son iguales si tienen la misma cuantía y el mismo vencimiento, pero pueden ser equivalentes con distinta cuantía y distinto vencimiento.
C_1 y C_2 a los tiempos t_1 y t_2 son equivalentes cuando valorados a un mismo tanto (i) en un mismo momento (t) tienen la misma cuantía.
Se plantean 3 casos:

1. **$t < t_1 < t_2$** t está en un momento anterior al vencimiento de t_1 y t_2

   Ct C₁ C₂ → Ct C_1 C_2

   (actualizar)

   t t_1 t_2

   $$Ct = \frac{C_1}{1 + i\,(t_1 - t\,)} \qquad C't = \frac{C_2}{1 + i\,(t_2 - t\,)}$$

   Si $Ct = C'\!t$ entonces C_1 y C_2 son equivalentes en el momento(t)

2. **$t_1 < t < t_2$** t está en medio de los dos vencimientos

   (t_2 actualizar) C_1 Ct C_2
   (t_1 capitalizar)

   t_1 t t_2

   $$Ct = C_1 \; 1 + i\,(\,t - t_1) \qquad C'\!t = \frac{C_2}{1 + i\,(\,t_2 - t)}$$

   Si $Ct = C'\!t$ entonces C_1 y C_2 son equivalentes en el momento(t)

3. **$t_1 < t_2 < t$** t está en un momento posterior al vencimiento de t_1 y t_2

   C_1 C_2 Ct

   (capitalizar)

   t_1 t_2 t

   $$Ct = C_1 \; 1 + i\,(t - t_1) \qquad C'\!t = C_2 \; 1 + i\,(\,t - t_2\,)$$

Si Ct y C´t son iguales, entonces (C_1 , t_1) y (C_2 , t_2) son equivalentes en (t)

Fórmulas de capitalizar y de actualizar

Cn = Co (1+i.n) Co = Cn / 1+i.n

Co Cn Co Cn

0 n 0 n

Cuando dos capitales son equivalentes en un momento no pueden ser en ningún otro momento , excepto cuando resulte el momento $t_1 + t_2 - t$, es decir si sumando el momento 1 al momento 2 y restando el momento 0 el resultado es el momento que te piden

Ej: los momentos del los ejercicios siguientes, el momento 5 + momento 3 te da el momento 8 que es el que te pide el enunciado, por tanto si son equivalentes en el momento 8. El siguiente(3 + 10 – 0 = 13) por lo que no da el que te pide el enunciado, no son equivalentes en el momento 8

- Dado un capital de 13000 € que vence dentro de 3 años y otro de 15000 € que vence dentro de 5 años y a un tipo de valoración del 10% simple anual. Comprobad que son equivalentes en el momento 0.

C´t Ct 13000 15000

0 3 5

$$Ct = \frac{13000}{1+0,10(3-0)} = 10.000$$

$$C´t = \frac{15000}{1+0,10(5-0)} = 10.000$$

Entonces (13000 , 3) y (15000 , 5) al 0,10 son equivalentes en t = 0

- Averiguar si dentro de 5 años son equivalentes 862,07 € que vencen dentro de 3 años y 1400 € que vencen dentro de 10 años al 8% anual simple

862,07 Ct C´t 1400

3 5 10

Ct = 862,07(1 + 2i) = 1000
C´t = 1400 / 1+ 5i = 1000

Entonces (862,07 , 3) y (1400 , 10) al 8% son equivalentes en t = 5

- Determinar si son equivalentes dentro de 12 años 5000€ que vencen dentro de 3 años y 6500 € dentro de 7 años si el tanto de valoración es el 12% simple anual.

5000	6500	Ct	C´t
3	7	12	

Ct = 5000 (1+0,12 . 9) = 10.400

C´t = 6500 (1+ 0,12 . 5) = 10.400

Entonces (5000 , 3) y (6500 , 7) son equivalentes al 12 % en t = 12

- Determinar si los capitales propuestos en los ejercicios anteriores son equivalentes en el momento 6. Al 10% , 8% y 12%.

1)

13000	15000	Ct	C´t
3	5	6	

Ct = 13000 (1+0,10 . 3) = 16900
C´t = 15000 (1+0,10 . 1) = 16500

No son equivalentes en t = 6 al 10 %

2)

862,07	Ct	C´t	1400
3	6		10

Ct = 862,07 (1+0,08 . 3) = 1068,96
C´t = 1400 / 1+ 0,08 . 4 = 1060,60

No son equivalentes en t = 6 al 8 %

3)

5000	Ct	C´t	6500
3	6		7

Ct = 5000 (1+0,12 . 3) = 6800
C´t = 6500 / 1+0,12 . 1 = 5803,57

No son equivalentes en t = 6 al 12 %

COMPRAVENTA A PLAZOS

Ej : un artículo se vende al contado por 10.000 € o sino pagando un único plazo a los 4 meses.

Averiguar el importe que habrá que pagar a los 4 meses si por la financiación se exige un 9% simple anual

1000

0 4 meses

$Cn = 10000 (1+0,09 . 4/12) = 10.300$

Pasado a años

- Un comerciante vende al contado un artículo por 2.500€ o sino pagando 1.000€ en el momento de la compra y otra cantidad a los 6 meses.

  Averiguar cuál será el importe del pago a los 6 meses si por el aplazamiento exige el vendedor un 12€ de interés simple anual y desea que sean equivalentes la venta al contado y la venta a plazos.

  2500 C_1 =1000 C_2

  0 0 6

  C_2? i = 0,12

  $$2500 = 1000 + \frac{C_2}{1+0,12.6/12} \quad ; \quad 2500 = 1000 + \frac{C_2}{1+0,12.1/2} \quad ;$$

  $2500 – 1000 = C_2 / 1.06$; $1500 = C_2 / 1.06$; **C_2 = 590€**

- Un comerciante vende un artículo al contado por 3.000€ o a plazos exigiendo 3 mensualidades de 1.050€ pagaderos transcurridos 1 , 2 y 3 meses desde la fecha de la operación , ¿son equivalentes ambas operaciones si el tanto de interés de valoración es del 14% simple anual?

  3000 1050 1050 1050
  0 0 1 2 3

  Vamos a ver si en el momento 0 de ambos es lo mismo 3.000 que 1.050 en 3 plazos, para ello actualizamos

  $$3000 = \frac{1050}{1+0,14.1/12} + \frac{1050}{1+0,14.2/12} \quad \frac{1050}{1+0,14.3/12}$$

$3000 = 1038{,}575 + 1026{,}392 + 1014{,}492$
$3000 = 3079{,}459$ por tanto no son equivalentes

APLICACIONES PRÁCTICAS EN QUE SE USA LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE

Son aquellas en las que el **tiempo es ≤ 1 año**. Hay operaciones de compraventa a plazos, imposiciones a plazo fijo inferiores o iguales al año, etc………..
Ej : una entidad financiera ofrece por un depósito de 10.000€ a un año , un interés del 10% anual y pago trimestral. Si contrato la operación ¿qué cobraré al final de cada trimestre y qué me devolverán al final de la operación?
$C_o = 10.000$ $i = 0{,}10$

$I = C_o \cdot i \cdot n$ $I = 10000 \cdot 0{,}10 \cdot 1 = 1.000$€/año
En un trimestre será $1000 \cdot ¼ = 250$ €/trimestre

Entonces al final de la operación nos darán los 10.000€ + los 250€ de intereses al trimestre, es decir 1.000 €/año

- Compro obligaciones de 100€ nominales que emite una sociedad a la par y libre de gastos para el suscriptor. Dichos títulos producen un 10% anual pagaderos semestrales y se amortizan a la par al cabo de 3 años.
  $I = 100 \cdot 0{,}10 \cdot 1 = 10$ €
  $I_{semestral} = 10/2 = 5$ €/semestre

- Ejercicio 1 (pág. 47)

  C_n? $C_o = 72.000$ $i = 0{,}07$ simple anual
  $n = 2$ años , 3 meses y 20 días $= (360 \cdot 2) + (3 \cdot 30) + 20 = 830$ días
  $\mathbf{C_n} = 72000\,(1+0{,}07 \cdot 830/360) =$ **83.620 €**

- Ejercicio 2

  $C_0 = 80.000$€ $i_2 = 0{,}045$ $I = 2.300$ € n(días)?

  $I = C_0 \cdot i_2 \cdot n/360 \cdot (2)$; $2300 = 80000 \cdot 0{,}045 \cdot 2n/360$; **n = 115 días**

- Ejercicio 3

  C_0? $i = 0{,}065$ $C_n = 30.975$€ $n = 6$ meses

  $C_n = C_0\,(1+ i \cdot n/12)$; $30975 = C_O\,(1+0{,}065 \cdot 6/12)$
  $30975 = C_o \cdot 1{,}0325$; $\mathbf{C_o = 30.000}$

- Ejercicio 4

I_2 = 500 / semestre

C_o = 10000

i_2?

$I_2 = C_o \cdot i_2 \cdot n$; $500 = 10000 \cdot i_2 \cdot ½$

$i_2 = 500 / 10000 \cdot 0,5$; $\mathbf{i_2 = 0,10 = 10\%}$

- Ejercicio 5

$i = 0,08$
$C_o = 35000$
$C_n = 44100$
n?

$C_n = C_o\,(1+i.n)$

$n = C_n / C_o – 1 \;/\; i$