

I. FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

1.1 Fuerzas conservativas:

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre los valores inicial y final de una función que sólo depende de las coordenadas. A dicha función se le denomina energía potencial.

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB} \quad \text{con } E_p = E_p(x, y, z)$$

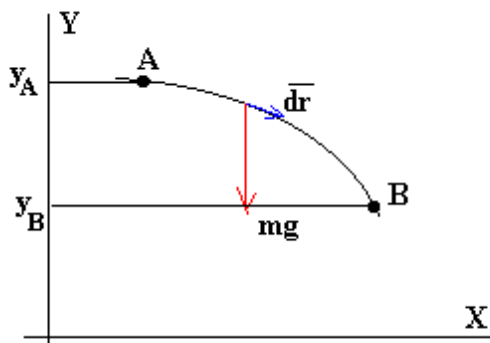
1.1.1 Características:

- El trabajo de una fuerza conservativa no depende del camino seguido para ir del punto A al punto B.
- El trabajo de una fuerza conservativa a lo largo de un camino cerrado es cero.

$$\oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

1.1.2 El peso es una fuerza conservativa:

Al calcular el trabajo de la fuerza peso $\mathbf{F} = -mg \mathbf{j}$ cuando el cuerpo se desplaza desde la posición A cuya ordenada es y_A hasta la posición B cuya ordenada es y_B .



$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B -mg\mathbf{j} \cdot (dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j}) = \int_A^B -mg \cdot dy = mgy_A - mgy_B$$

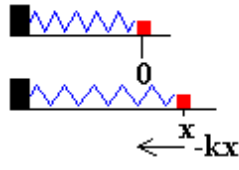
La energía potencial E_p correspondiente a la fuerza conservativa peso tiene la forma funcional:

$$E_p = mgy + c$$

Donde c es una constante aditiva que nos permite establecer el nivel cero de la energía potencial.

1.1.3 La fuerza que ejerce un muelle es conservativa:

Cuando un muelle se deforma x , ejerce una fuerza sobre la partícula proporcional a la deformación x y de signo contraria a esta:

	$F = -kx$ El trabajo de esta fuerza es
---	---

La función energía potencial correspondiente a la fuerza conservativa F es:

$$\int_A^B F dx = \int_A^B -kx dx = \left[-\frac{1}{2}kx^2 \right]_A^B = -\frac{1}{2}kx_B^2 + \frac{1}{2}kx_A^2$$

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2 + c$$

El nivel cero de energía potencial se establece del siguiente modo: cuando la deformación es cero $x=0$, el valor de la energía potencial se toma cero, $E=0$, de modo que la constante aditiva vale $c=0$.

$$F = -kx \quad E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

1.2 Fuerzas no conservativas:

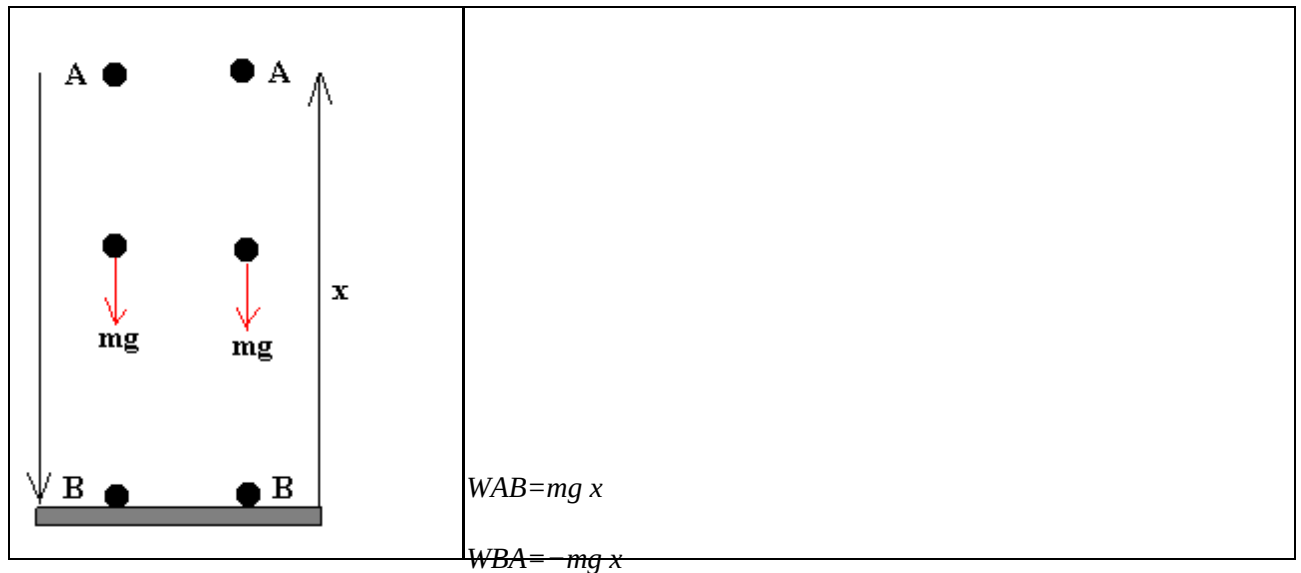
Una fuerza es no conservativa si se produce un cambio en la energía mecánica. Por ejemplo, si alguien mueve un objeto sobre una superficie horizontal y lo regresa a la misma posición y al mismo estado de movimiento, pero encuentra que fue necesario realizar una cantidad de trabajo neta sobre el objeto, entonces algo debe haber disipado esa energía transferida al objeto. Esa fuerza disipativa se conoce como fricción entre la superficie y el objeto. La fricción es una fuerza disipativa o no conservativa. Por contraste, si el objeto se levanta, se requiere trabajo, pero la energía se recupera cuando el objeto desciende. La fuerza gravitacional es una fuerza no disipativa o conservativa.

Si un libro se mueve en una línea recta entre dos puntos A y B , la pérdida de energía mecánica debido a la fricción es mayor (en valor absoluto) que $-fd$. Por ejemplo, la pérdida de la energía mecánica por la fricción a lo largo de la trayectoria semicircular es igual a $-f(\pi d/2)$, donde d es el diámetro del círculo.

Para darnos cuenta del significado de una fuerza no conservativa, vamos a compararla con la fuerza conservativa peso:

1.2.1 El peso es una fuerza conservativa:

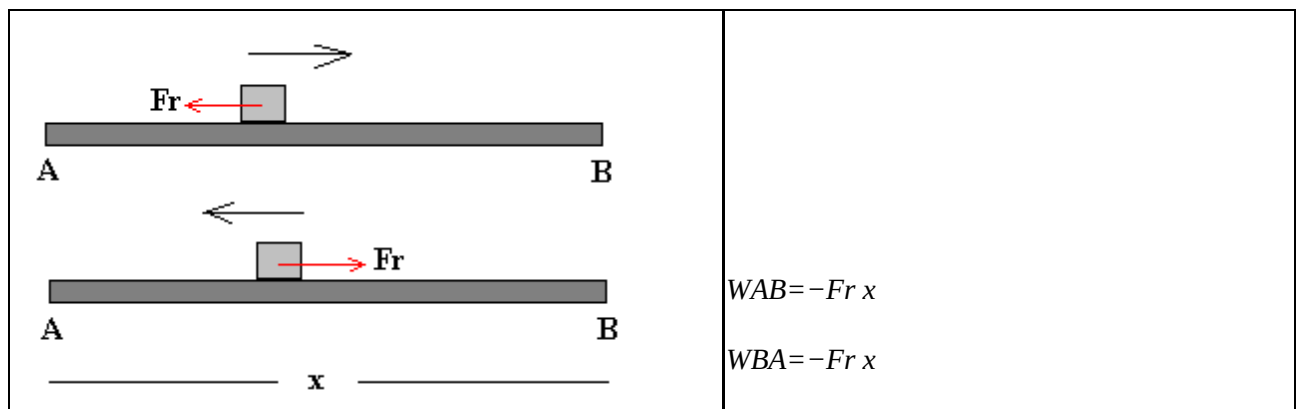
Calculemos el trabajo de la fuerza peso cuando la partícula se traslada de A hacia B , y a continuación cuando se traslada de B hacia A :



1.2.2 La fuerza de rozamiento es una fuerza no conservativa:

El trabajo total a lo largo del camino cerrado A-B-A, W_{ABA} es cero.

Cuando la partícula se mueve de A hacia B, o de B hacia A la fuerza de rozamiento es opuesta al movimiento, el trabajo es negativo por que la fuerza es de signo contrario al desplazamiento:



El trabajo total a lo largo del camino cerrado A-B-A, W_{ABA} es distinto de cero

II. ENERGÍA POTENCIAL

Un objeto con energía cinética puede realizar trabajo sobre otro objeto, como lo demuestra el movimiento de un martillo que clava un clavo en la pared. Veremos ahora que un objeto también puede realizar trabajo por efecto de la energía que produce su posición en el espacio. Cuando un objeto cae en un campo gravitacional, el campo ejerce una fuerza sobre él, en la dirección de su movimiento, efectuando trabajo sobre él, con lo cual incrementa su energía cinética. Por ejemplo, un ladrillo que se dejó caer desde el reposo directamente sobre el clavo de una tabla que está horizontal sobre el suelo, cuando es soltado, el ladrillo cae hacia la tierra ganando velocidad y, en consecuencia, ganando energía cinética. Gracias a su posición en el espacio, el ladrillo tiene energía potencial (tiene el potencial para hacer trabajo), la cual se convierte en energía conforme cae. En el momento en que el ladrillo llega al suelo, efectúa trabajo sobre el clavo encajándolo en la tabla. La energía que un objeto tiene debido a su posición en el espacio recibe el nombre de energía potencial gravitacional. Es la energía mantenida por un campo gravitacional y transferida al objeto conforme este cae.

Las unidades de la energía potencial gravitacional son las mismas que las del trabajo. Esto significa que la energía potencial puede expresarse en joule, erg o pie/libra. La energía potencial, como el trabajo y la energía cinética, es una cantidad escalar.

Advierta que la energía potencial gravitacional asociada a un objeto sólo depende de la altura vertical de éste sobre la superficie de la tierra. De acuerdo con esto, observamos que el trabajo hecho por la fuerza de la gravedad sobre un objeto conforme este cae verticalmente hacia la tierra es el mismo que si empezara en el mismo punto y se deslizara por una pendiente sin fricción hacia la tierra.

En problemas de trabajo que abarquen a la energía potencial gravitacional, siempre es necesario establecer igual a cero su valor en algún punto. La elección del nivel del cero es por completo arbitraria, puesto que la cantidad importante es la diferencia en la energía potencial y ésta diferencia es independiente de la elección del nivel cero.

Con frecuencia es conveniente elegir la superficie de la tierra como la posición de referencia para energía potencial cero, pero, otra vez, esto no es importante. Casi siempre, el planteamiento del problema indica un nivel conveniente que elegir.

III. SISTEMAS CONSERVATIVOS

Son las fuerzas que se encuentran en la naturaleza; pueden dividirse en dos categorías: conservativas y no conservativas.

Una fuerza es conservativa si el trabajo que hace sobre una partícula que se mueve entre dos puntos cualesquiera es independiente de la trayectoria seguida por la partícula. Además, el trabajo hecho por una fuerza conservativa ejercida sobre una partícula que se mueve por una trayectoria cerrada es cero.

La fuerza de la gravedad es conservativa. El trabajo realizado por la fuerza gravitacional sobre un objeto que se mueve entre dos puntos cualesquiera cerca de la superficie de la tierra es:

$$W_G = mgy_i - mgy_f$$

A partir de esto, vemos que W_G sólo depende de las coordenadas inicial y final del objeto y, en consecuencia, es independiente de la trayectoria. Además, W_G es cero cuando el objeto se mueve por cualquier trayectoria cerrada (donde $y_i = y_f$).

Podemos asociar una función de energía potencial con cualquier fuerza conservativa:

$$U_g = mgy$$

La energía potencial gravitacional es la energía almacenada en el campo gravitacional cuando el objeto se levanta contra el campo. Las funciones de energía potencial son definidas sólo para fuerzas conservativas. En general, el trabajo (W) hecho sobre un objeto por una fuerza conservativa es igual al valor inicial de la energía potencial asociada al objeto menos el valor final:

$$W_c = U_i - U_f$$

IV. PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Cuando una partícula está bajo la acción de una fuerza conservativa, el trabajo de dicha fuerza es igual a la diferencia entre el valor inicial y final de la energía potencial:

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB}$$

El trabajo de la fuerza es igual a la diferencia entre el valor final e inicial de la energía cinética:

$$\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = E_{kB} - E_{kA}$$

Igualando ambos trabajos, obtenemos la expresión del principio de conservación de la energía:

$$E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}$$

La energía mecánica de la partícula (suma de la energía potencial más cinética) es constante en todos los puntos de su trayectoria.

V. CAMBIOS EN LA ENERGÍA MECÁNICA CUANDO SE PRESENTAN FUERZAS NO CONSERVATIVAS

En sistemas físicos reales, suelen presentarse fuerzas no conservativas, como la fricción. Dichas fuerzas extraen energía mecánica del sistema. Por lo tanto, la energía mecánica total no es constante. En general, no podemos calcular el trabajo realizado por fuerzas no conservativas, pero es posible determinar el cambio en la energía cinética del sistema, afectado por una fuerza neta, con la ecuación de la fuerza neta.

Puesto que el cambio en la energía cinética puede ser resultado de muchos tipos de fuerza, es conveniente separar K en tres partes:

- El cambio en la energía cinética debido a fuerzas conservativas internas, K_{int-c}
- El cambio en la energía cinética debido a fuerzas no conservativas internas, K_{int-nc}
- El cambio en la energía cinética debido a fuerzas externas (conservativas o no conservativas), K_{ext} .

VI. BALANCE DE ENERGÍA

En general, sobre una partícula actúan fuerzas conservativas $\mathbf{F}_c$ y no conservativas $\mathbf{F}_{nc}$. El trabajo de la resultante de las fuerzas que actúan sobre la partícula es igual a la diferencia entre la energía cinética final menos la inicial:

$$\int_A^B (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_{nc}) \cdot d\mathbf{r} = E_{kB} - E_{kA}$$

El trabajo de las fuerzas conservativas es igual a la diferencia entre la energía potencial inicial y la final:

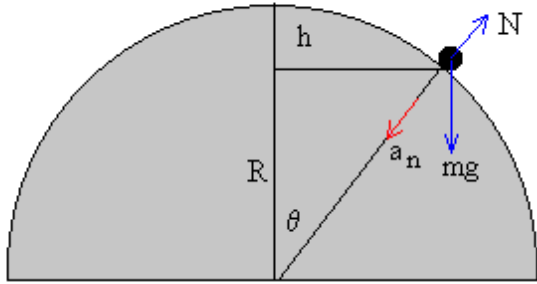
$$\int_A^B \mathbf{F}_c \cdot d\mathbf{r} = E_{pA} - E_{pB}$$

Aplicando la propiedad distributiva del producto escalar obtenemos que:

$$\int_A^B \mathbf{F}_{nc} \cdot d\mathbf{r} = (E_k + E_p)_B - (E_k + E_p)_A = E_B - E_A$$

El trabajo de una fuerza no conservativa modifica la energía mecánica (cinética más potencial) de la partícula.

Conservación de la energía

	A medida que la partícula desliza por la cúpula va aumentando su velocidad. La energía potencial se va transformando en energía cinética. Del principio de conservación de la energía podemos calcular la velocidad del móvil cuando ha descendido una altura h.
---	--

7

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \quad h = R - R \cos \theta$$