

## MODELO TEORICO DE ATMOSFERAS ESTELARES

### INTRODUCCION

La existencia de una parte de la estrella que denominamos atmósfera y otra , llamada interior estelar no es algo inherente a la misma estrella , puesto que ambas partes se confunden y en ambas partes rigen los mismos principios físicos . Esta es una distinción que establece el astrónomo porque sólo se observa la atmósfera estelar .

Por tanto, definimos atmósfera estelar como las partes más externas de una estrella de las cuales recibimos radiación y que contribuye directamente al espectro observado.

Lo que vamos a hacer es establecer una serie de hipótesis teóricas que nos conduzcan a ecuaciones de estructura de la atmósfera. A partir de estas ecuaciones y su resolución numérica establecer una tabla de valores numéricos de variables físicas (temperatura ,presión, densidad ,etc) .Con esta tabla calcularemos el flujo teórico que emitiría una estrella de dicha estructura .Como resulta que lo que se observa desde un observatorio es el flujo de la comparación del flujo teórico con el observado podemos estimar la bondad del modelo.

### HIPOTESIS DEL MODELO

#### ATMOSFERA ESTRATIFICADA Y SIMETRIA AZIMUTAL

Como el tamaño de la atmósfera es pequeño comparado con el radio de la estrella ,supondremos que la curvatura de la atmósfera es despreciable y que está compuesta por capas plano paralelas . Además la simetría azimutal nos conduce a tener en cuenta solamente la dirección radial .

### ESTADO ESTACIONARIO

La ecuación de transporte radiativo no depende del tiempo.

Las poblaciones de los elementos químicos presentes en la atmósfera son constantes en cada capa.

No hay pulsaciones ,envoltura en expansión ,cambios de luminosidad ,régimenes explosivos ,transferencias de masa ,rotación estelar , movimientos turbulentos ,campos magnéticos ,etc.

Esto también implica que la estrella está aislada.

### EQUILIBRIO HIDROSTATICO

La presión gaseosa se compensa con la gravedad.

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \quad g$$

Tomaremos la presión como la presión gaseosa ya que por el criterio de Underhill podemos despreciar la presión radiativa.

### EQUILIBRIO RADIATIVO

Esto significa que el flujo es constante

De forma que la estrella ni se enfría ni se calienta.

### **ATMOSFERA GRIS Y APROXIMACION DE EDDINGTON**

Esto supone que el coeficiente de absorción no depende de la longitud de onda y que la temperatura viene dada por la ecuación:

Siendo tau la profundidad óptica media.

### **EQUILIBRIO TERMODINAMICO LOCAL**

Se traduce en que se verifican las ecuaciones de Saha , Boltzmann ,y Maxwell ,de distribución de velocidades y poblaciones relativas .Sin embargo el campo de radiación no viene dado por la fórmula de Planck globalmente ,aunque sí localmente para cada capa.

### **GAS PERFECTO MONOATOMICO**

La ecuación que representa esta condición es:

Siendo un el peso molecular medio .La condición de gas monoatómico se representa porque el valor de gamma es 5/3.

Esta hipótesis nos permitirá realizar el test de convección y así determinar en que capas el transporte de energía se realiza por convección.

Por último tomamos los siguientes valores de los parámetros fundamentales de la atmósfera estelar:

$X=0.59$   $Y=0.41$   $Z=0$   $\log g =4.40$  Temperatura efectiva =5910 K

### **RESULTADOS DE LA PRIMERA PARTE**

#### **1.- INTEGRACION DE LA ECUACION HIDROSTATICA**

##### **Solución**

Si se verifica la condición del logaritmo de la opacidad media de Rosseland entonces :

Para nuestro caso en el que  $\log g = 4.4$

#### **2.- CALCULO DEL PESO MOLECULAR MEDIO**

$X=0.59$   $Y=0.41$   $Z=0$

##### **Solución**

#### **3.- TABLA PRELIMINAR**

Es la primera tabla que se adjunta .Los valores de temperatura se dan en grados kelvin

#### **4.- TABLA FINAL**

Es la siguiente tabla .La capa 20 , que ya no aparece en la tabla es en la que se obtienen valores de presión negativos .La capa 58 tampoco aparece ,puesto que es aquella en la que la convección es importante.

Se empieza la integración en la capa 35.

#### **5.- RESOLUCION DEL POLINOMIO DE 2º GRADO EN $P_e$ Y JUSTIFICACION DE LA ELECCION DE LA SOLUCION REALISTA.**

##### **Solución**

Esta es una ecuación de segundo grado del tipo

Cuya solución general es:

Así que:

La solución correcta es:

Ya que:

Que es el valor físicamente correcto

#### **6.-REPRESENTACION GRAFICA DE LAS MAGNITUDES CALCULADAS E INTERPRETACION FISICA DE LAS MISMAS.**

##### **TEMPERATURA FRENTE A LA PROFUNDIDAD OPTICA Y GEOMETRICA**

Estas gráficas reflejan que hay un gradiente negativo de temperaturas ,dado por la aproximación de Eddington.

La existencia de este gradiente se puede deducir directamente por la condición de equilibrio radiativo ,es decir ,por la constancia del flujo .Para que exista transporte de energía radiativo debe existir gradiente de temperatura negativo hacia el exterior de la estrella.

En las dos gráficas se observa este hecho ,más acentuado en la correspondiente a la altura geométrica ,ya que respecto de la profundidad óptica la temperatura depende de ésta en forma potencial.

##### **PRESION GASEOSA FRETE A LA PROFUNDIDAD OPTICA Y GEOMETRICA**

Los valores cuantitativos de la presión vienen determinados por la dependencia de la misma con la gravedad .En una primera aproximación , la presión varía como  $g^4$  .Cuanto mayor sea la gravedad mayor será la presión y por tanto aumentará la densidad ,favoreciéndose la hipótesis de ETL .Téngase en cuenta que según la ecuación de equilibrio hidrostático la presión varía linealmente con la gravedad.

Además a mayor gravedad seremos capaces de ver capas con mayor profundidad geométrica ,efecto conocido como Ley de la Raíz Cuadrada.

El comportamiento de la presión frente a la altura geométrica viene determinado por la escala de presiones:

##### **PRESION ELECTRONICA FRENTE A PROFUNDIDAD OPTICA Y GEOMETRICA**

Al representar la presión electrónica respecto la altura se observa que en principio apenas hay electrones para aumentar drásticamente a unos 280 Km. Esto indica que el hidrógeno comienza a ionizarse a esa profundidad.

Según nos adentremos en la atmósfera la ionización será mayor y empezará a ionizarse el Helio aumentando el número de electrones y ,evidentemente , la presión electrónica.

### DENSIDAD FRENTE A LA PROFUNDIDAD OPTICA Y GEOMETRICA

En ambas gráficas se puede ver como la densidad aumenta según se profundiza en la atmósfera .Sin embargo respecto la profundidad óptica al final se ve que hay cierta estabilización de los valores .Esto se debe a que si la temperatura y la presión aumentan de forma análoga por la ecuación de estado los dos efectos se compensan y no hay repercusión sobre la densidad.

### PROFUNDIDAD GEOMETRICA FRENTE PROFUNDIDAD OPTICA

Esta gráfica es la responsable de que las otras gráficas no sea equivalentes puesto que no es una gráfica lineal .La relación entre ambas depende de la opacidad media de Rosseland y de la densidad que no son constantes en cada capa.

La profundidad geométrica se hace estable al final ,lo cual significa que la atmósfera se hace más opaca hacia el interior.

### OPACIDAD MEDIA FRENTE A PROFUNDIDAD OPTICA Y GEOMETRICA

Estas muestran que a medida que nos adentramos en la atmósfera y dado que aumenta la densidad aumenta el coeficiente de absorción ,puesto que los fotones tienen que interactuar con un número mayor de partículas.

La opacidad media de Rosseland es tanto más válida cuánto mayor es la profundidad ,de forma que el modelo será de mayor validez en las capas más internas.

## **7.- COMPROBAR QUE LA ASUNCION $\log g = \text{cte}$ ES UNA BUENA APROXIMACION**

### Solución

Si sustituimos los valores de la masa y del radio, en la fórmula anterior por los valores solares obtenemos  $\log g = 4,43$  ,así que vamos a tomar estos valores como los nuestros.

Sea  $R_1 = 70000$  Km y sea  $R_2 = 70300$  Km ya que nuestra atmósfera tiene 304 Km de altura.

Y sea

Entonces  $2 \log R_2/R_1 = \log g_1/g_2 = 0.004$  de donde  $g_1/g_2 = 1.00925$  o sea  $g_1 = g_2$  aproximadamente.

## **8.- LISTADO COMPLETO DEL PROGRAMA Y DISQUETE.**

Se adjuntan en el trabajo .El programa de cálculo ,en lenguaje FORTRAN 77 está en el fichero ATMOSF.FOR .Los ficheros con extensión .TAB son ficheros de resultados ,siendo los ficheros ATMOSF5.TAB ATMOSF6.TAB y ATMOSF7.TAB los de los resultados principales .El primero contiene los valores numéricos de los parámetros de la atmósfera estelar .El segundo ,los valores de los distintos coeficientes de absorción así como la absorción total y la profundidad óptica dependiendo de la

frecuencia.

El tercero tiene los valores de la longitud de onda y el flujo correspondiente.

También se añade ficheros para compilar el ATMOSF.FOR ,siendo el procedimiento el siguiente. Desde MS-DOS TECLEAR A:>FORT ATMOSF (ENTER)

## **RESULTADOS DE LA SEGUNDA PARTE**

**1.-¿CUÁL PUEDE SER EL EFECTO DE MODIFICAR EL LIMITE SUPERIOR EN LA ECUACION DEL CALCULO DEL FLUJO SALIENTE?**

### **Solución**

Si variamos el valor máximo de tau ,aumentando su valor aumentan los coeficientes dados en la tabla 3 para calcular la integral anterior(cálculo por cuadraturas) y por consiguiente aumenta el flujo.

Recíprocamente ,si disminuimos el límite superior disminuye la integral.

Esto es lógico puesto que si podemos ver más capas a determinadas frecuencias podemos medir más flujo radiativo.

**2.- A LA LUZ DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS , DISCUTIR LAS APROXIMACIONES REALIZADAS PARA ASUMIR COMO CORRECTA LA APROXIMACION DE QUE LA FUNCION FUENTE ES LA FUNCION DE PLANCK.**

### **Solución**

Una vez obtenidos los resultados numéricos del modelo debemos evaluar la validez de las hipótesis asumidas en la elaboración del modelo .Para ello lo que hacemos es comparar parámetros observables de la estrella predichas por el modelo con los mismos parámetros medidos en observatorios.

Para las estrellas lo que podemos medir es su luz concretamente el flujo de luz que recibimos en la Tierra .

Además dado que la temperatura efectiva es de 5910 grados kelvin ,próxima a la del Sol tomaré datos obtenidos del Sol.

Adjunto una fotocopia de la intensidad central por unidad de longitud de onda sacada del libro de Eva Novotny.

Aunque los datos se refieren a la intensidad emergente en el centro del Sol cualitativamente la gráfica del Novotny nos sirve para compararla con la gráfica del modelo.

Lo que observamos es que para la longitudes de onda bajas el modelo da unos valores muy alejados de las observaciones y que se aproximan mas a altas longitudes de onda.

De aquí podemos deducir que nuestra estrella emite como un cuerpo negro en la región ultravioleta y de altas longitudes de onda para las cuales la aproximación de la función fuente como la función de Planck es válida.

En regiones más energéticas no es válida ,probablemente por la existencia de una fuente de opacidad

que absorbe esta radiación.

### **3.- COMPARACION GRAFICA DE LOS DISTINTOS COEFICIENTES DE ABSORCION Y DIFUSION INCLUIDOS .COMENTAR LOS RESULTADOS.**

#### **Solución**

Adjunto las gráficas obtenidas y como era de esperar en una estrella con valores de los parámetros fundamentales similares a los del Sol encontramos que el mayor absorbente es el ión negativo del hidrógeno , debido a que TODO el hidrógeno negativo presente en la atmósfera contribuye al coeficiente de absorción.

Después por orden de magnitud tenemos como absorbente al hidrógeno atómico , aunque disminuye mucho a partir de la discontinuidad de Balmer .Esto se debe naturalmente a que a partir de esta longitud de onda (3647) hay menos términos en el sumatorio de la fórmula de la absorción y además son de pequeña magnitud .

La absorción del Helio es prácticamente despreciable debido a que tiene un potencial de ionización muy elevado.

Respecto de la difusión la que contribuye más es la difusión Rayleigh por hidrógeno atómico dado que los fotones de estrellas frías tipo solar son poco energéticos y no se pueden producir transiciones Lyman ,la transición se produce por frecuencias mucho menores que la de resonancia del HI .

La difusión electrónica tiene un valor constante ,pero como hay que multiplicarla por la abundancia de electrones que es pequeño con lo cual su contribución al coeficiente de absorción total es despreciable.

Tanto la absorción como la difusión del H<sub>2</sub> son despreciables.

### **4.- REPRESENTACION GRAFICA DE LA PROFUNDIDAD OPTICA Y DE LA ABSORCION TOTAL COMO FUNCIONES DE LA LONGITUD DE ONDA , PARA LA ULTIMA CAPA DEL MODELO (AQUELLA ANTERIOR A LA APARICION DE LA CONVECCION) .DISCUTIR EL RESULTADO .**

#### **Solución**

A la vista de la gráfica lo que más llama la atención es la simetría de ambas curvas.

Esto se debe naturalmente a la definición de profundidad óptica dada por la ecuación :

Y como en nuestras fórmulas la opacidad total no depende de la altura geométrica la relación entre opacidad y profundidad óptica es lineal.

.- INDICAR LOS VALORES DEL PROMEDIO DE LA PROFUNDIDAD OPTICA MAXIMA Y DEL LIMITE INFERIOR DE PROFUNDIDAD OPTICA TOMADO PARA EVALUAR LA INTEGRAL EN EL CALCULO DEL FLUJO.

#### **Solución**

6.- REPRESENTACION GRAFICA DEL FLUJO .COMPARACION CON UN CUERPO NEGRO DE TEMPERATURA EFECTIVA  $T = 5910$  .DISCUSION.

## Solución

He incluido la gráfica del flujo .Sin embargo no he calculado los valores del flujo producido por un cuerpo negro según la fórmula de Planck , dado que la forma de estas curvas es muy conocida y como vemos y ya hemos hecho referencia en el punto 2 anterior la similitud entre el flujo del modelo y los valores del flujo para un cuerpo negro se acercan mucho en longitudes de onda altas.

Hay que observar que la coincidencia no puede ser total aunque la suposición de que la función fuente sea la función de Planck fuese completamente correcta ,para cualquier longitud de onda , porque suponemos equilibrio termodinámico local y el flujo dado por la función de Planck del cuerpo negro para una temperatura dada es válida en equilibrio termodinámico TOTAL.

1

9

$$\tau_l = 0.250$$

$$P = \frac{\rho \kappa T}{\mu}$$

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{\kappa_r} \quad \text{ys} \log P \quad [4,5] \text{ y } \theta \quad [0.9, 1.0] \quad \log \kappa_r = -4.4 + 0.8 \log P$$

$$\kappa_r = 10^{-4.4} P^{0.8} \quad \frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{10^{-4.4} P^{0.8}} \quad P^{0.8} dP = 10^{4.4} g d\tau \quad \int_0^P P^{0.8} dP = \int_0^\tau 10^{4.4} g d\tau$$

$$\frac{P^{1.8}}{1.8} = 10^{4.4} g \tau \quad 1.8 \log P = \log 1.8 + 4.4 + \log g + \log \tau \quad \log P = \frac{1}{1.8} [8.8 + \log 1.8 + \log \tau]$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{X n_h}{A_H} + \frac{Y n_{He}}{A_{He}} + \frac{Z n_Z}{A_Z} \quad \mu = 1 / \frac{X}{1.008} + \frac{2Y}{4.004} \quad \mu = 1.454$$

$$P_e = P_g \frac{\beta}{1 + \beta} \quad P_e^2 + \beta P_e - P_g \beta = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$P_e = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4P_g \beta}}{2}$$

$$P_e=\frac{-\beta+\sqrt{\beta^2+4P_g\beta}}{2}$$

$$\sqrt{\beta^2+4P_g\beta}-\sqrt{\beta^2}=\beta-P_e\cdot 0$$

$$H_p=P\,\frac{dP}{dx}^{-1}$$

$$2\int_0^{N_{max}-2}S_v(t_v)E_2(t_v)dt_v-\sum_{i=1}^{N_{max}-2}\sum_{j=1}^2S_v(t_v)\alpha_{ij}$$

$$g_2=\frac{GM}{R_2^2}$$

$$2\int_0^{N_{max}-2}S_v(t_v)E_2(t_v)dt_v-\sum_{i=1}^{N_{max}-2}\sum_{j=1}^2S_v(t_v)\alpha_{ij}$$

$$d\tau_\lambda=\kappa_\lambda ds$$

$$\tau_l=0.250$$

$$\langle \tau_v(max)=0.3162754 \rangle$$