

CÁLCULO INFINITESIMAL

Primera Vuelta

CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE

1-IX-2000

El alumno escogerá una pregunta de teoría entre la 1 y la 2 (primer parcial); otra, entre la 3 y la 4 (segundo parcial); y hará cuatro problemas entre los 5, 6, 7, 8 y 9.

1. Probar que toda sucesión monótona y acotada posee límite. *1.75*
Sea la sucesión definida por $a_1 = 1, a_n = \sqrt{3 + a_{n-1}}$. Demostrar que es convergente y calcular su límite. *1.75*

2. Definir los conceptos siguientes: cifras decimales exactas y aproximación por defecto o por exceso.

Sean $a' = 3,17$, $b' = 2,62$ y $c' = 1,05$ tres aproximaciones de a , b y c con todas sus cifras exactas. Calcular $a \times b - c$ con todas sus cifras exactas.

3. a) Enunciar y demostrar los teoremas de Rolle y del valor medio.

b) Dada la función $f(x) = x(x-a)(x-b)(x-c)$, $0 < a < b < c$, probar que la ecuación $f'(x) = 0$ tiene tres raíces reales.

4. Enunciar y demostrar la regla de Barrow. Aplicarla a calcular: $\int_0^1 \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2} dx$. *1.75*
 $X \cdot 1 = 1^2$
 $X = 1^2$

5. Estudiar, según los valores del parámetro $\alpha > 0$, la convergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\alpha+3)(2\alpha+3)(3\alpha+3) \cdots (n\alpha+3)}{7 \cdot 11 \cdot 15 \cdots (4n+3)}$. *1.75*
 $X \cdot 2^3 = 3^3$
 $X = \frac{3^3}{2^3}$

6. Por inducción, probar la siguiente igualdad:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

sale 0?

7. Calcular el área comprendida entre las curvas $y = 2 \sin x$ e $y = 4 \cos x$ en el intervalo $[0, 2\pi]$. *1.75*
 $2 \sin x = 4 \cos x$
 $\sin x = 2 \cos x$
 $\tan x = 2$
 $x = \arctan 2$

8. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{x(e^{2x} + 1)} \right)$; b) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\cos 3x}{1 - 2 \sin x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - \ln \cos x}{x^2}$; d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{\lg x}$

9. Calcular las integrales:

a) $\int \arcsen x dx$; b) $\int_0^{\pi/2} \arcsen x dx$ [Aplicar el método de integración por partes.]

1.75

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = \sin x = 0$$