

UNIVERSIDAD DE CASTILLA-LA MANCHA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS ECONÓMICO Y FINANZAS

EXAMEN ORDINARIO DE MATEMÁTICAS DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS

ALBACETE, 9 DE JUNIO DE 2006

SOLUCIÓN

Primera pregunta.– Suponga que la función de acumulación desde $t=0$ viene dada por la siguiente expresión:

$$A(0, t) = 0 \quad t < 5$$

A partir de la misma obtenga:

- Los tipos de interés efectivos $i(4)(0)$ y $i(4)(1/2)$
- Los tipos de interés anuales equivalentes a los anteriores y los tipos de interés nominales $j(4)(0)$ y $j(4)(1/2)$
- La función de descuento $v(t)$ y el tipo de interés instantáneo $r(t)$
- Justifique por qué $i(4)(0)$ es mayor/menor que $i(4)(1/2)$

$$\begin{aligned} a) \quad 1+i(4)(0) &= A(0, 1/4) = 1.005025 \\ i(4)(0) &= 0.005025 = 0.5025 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1+i(4)(1/2) &= A(1/2, 3/4) \\ A(0, 1/2) \cdot A(1/2, 3/4) &= A(0, 3/4) \\ &= 1.005076 \\ i(4)(1/2) &= 0.5076 \% \end{aligned}$$

b) Si denotamos por i al tipo de interés anual equivalente a los trimestrales, entonces

$$\begin{aligned} (1+i) &= (1+i(4)(0))^4 \\ i_1 &= (1+0.005025)^4 - 1 = 2.02525 \% \end{aligned}$$

$$i_2 = (1+0.005076)^4 - 1 = 2.0459 \%$$

$$j(4)(0) = 4 \cdot i(4)(0) = 2.01005 \%$$

$$j(4)(1/2) = 4 \cdot i(4)(1/2) = 2.0304 \%$$

$$c) \quad v(t) = 1 - 0.02 \cdot t$$

$$r(t) =$$

d) Al ser $r(t)$ una función creciente respecto a t , entonces, el tipo de interés efectivo correspondiente al primer trimestre $[0, 1/4]$ es menor que el tipo de interés efectivo correspondiente al tercer trimestre $[1/2, 3/4]$, es decir, $i(4)(0) < i(4)(1/2)$.

> 0

Segunda pregunta.– Un individuo decide depositar en una cuenta bancaria, cada 1 de julio, el 10 % de su salario anual estimado para el año 2006 en 25.000 € y esperando que dicho salario se incremente un 3 % anual. Si dicha cuenta es remunerada a un 2 % efectivo anual, obtenga:

- La cuantía acumulada el 1 de enero de 2012.
- Si en lugar de realizar un depósito anual, decide realizar depósitos semestrales (cada 1 de julio y 1 de enero) por un importe igual a la mitad de los depósitos anuales del apartado anterior, obtenga cuál sería la cuantía acumulada antes de realizar el depósito correspondiente al 1 de enero de 2012 (el primer depósito lo realiza el 1 de julio de 2006)
- ¿Cuál sería la cuantía mensual constante que depositada en esa misma entidad financiera desde el 1 de julio de 2006 hasta 1 de diciembre de 2011 (ambos inclusive) produciría la misma cuantía acumulada que en el apartado (a), a 1 de enero de 2012?

a) Calculamos la cuantía acumulada a 1 de enero de 2012 de la siguiente renta:

2500 2500·1'03 2500·1'03² 2500·1'03³ 2500·1'03⁴ 2500·1'03⁵

1.07 1.07 1.07 1.07 **1.01**

06 07 08 11 **12**

$V_{1.07.11} = S(2500, 1'03) \cdot = 16.972'47 \text{ €}$

$V_{1.01.12} = V_{1.07.11} \cdot (1+0'02)^{1/2} = 17.141'35 \text{ €}$

b) Suponiendo depósitos semestrales, el ejercicio se puede plantear de dos formas alternativas:

Opción 1

1250 1250·1'03 1250·1'03 1250·1'03² 1250·1'03² 1250·1'03³ 1250·1'03³ 1250·1'03⁴ 1250·1'03⁴ 1250·1'03⁵ 1250·1'03⁵

1.07 1.01 1.07 1.01 1.07 1.07 **1.01**

06 07 07 08 08 11 **12**

$V_{1.07.11} = 1250 \cdot (1+0'02)^5 + S(2)(2500 \cdot 1'03, 1'03) \cdot$

1380'10 +

$1380'10 + 14.282'97 = 15.663'07 \text{ €}$

$i(2) = (1+i)^{1/2} - 1 = (1+0'02)^{1/2} - 1 = 0'00995$

$j(2) = 2 \cdot i(2) = 2 \cdot 0'00995 = 0'01990$

$$V1.01.12 = V1.07.11 \cdot (1+0'02)^{1/2} = 15.818'93 \text{ €}$$

Opción 2

$$1250 \cdot 1'03 + 1250 \cdot 1'03^2 + 1250 \cdot 1'03^3 = 1250 \cdot 1'03^4$$

$$1.07 \cdot 1.01 + 1.07 \cdot 1.01^2 + 1.07 \cdot 1.01^3 = 1.07 \cdot 1.01^4$$

$$0.06 \cdot 0.07 + 0.06 \cdot 0.07^2 + 0.06 \cdot 0.07^3 = 0.06 \cdot 0.07^4$$

$$V1.07.11 = (1250 \cdot 2, 1'03) + 1250 \cdot 1'03^5$$

$$(1+0'02)^{1/2} \cdot (1250 \cdot 2, 1'03) + 1250 \cdot 1'03^5 = 15.454'73 \text{ €}$$

$$V1.01.12 = V1.07.11 \cdot (1+0'02)^{1/2} = 15.608'52 \text{ €}$$

c) Calculamos la cuantía mensual constante que desde el 1 de julio de 2006 hasta 1 de diciembre de 2011 (ambos inclusive) produciría la misma cuantía acumulada que en el apartado (a), a 1 de enero de 2012

$$C \cdot C \cdot C \cdot C \cdot C \cdot C$$

$$1.07 \cdot 1.08 + 1.07 \cdot 1.08^2 + 1.07 \cdot 1.08^3 + 1.07 \cdot 1.08^4 + 1.07 \cdot 1.08^5 = 1.07 \cdot 1.08^6$$

$$0.06 \cdot 0.06 + 0.06 \cdot 0.06^2 + 0.06 \cdot 0.06^3 + 0.06 \cdot 0.06^4 + 0.06 \cdot 0.06^5 = 0.06 \cdot 0.06^6$$

$$C \cdot = 17.141'35 \text{ €}$$

$$i(12) = (1+i)^{1/12} - 1 = (1+0'02)^{1/12} - 1 = 0'1651581 \%$$

$$C = = 245'62 \text{ €}$$

Tercera pregunta.– Una entidad financiera ofrece a sus clientes un préstamo con las siguientes características:

- Cuantía del préstamo: 100.000 €
- Plazo del préstamo: 15 años
- Términos amortizativos semestrales crecientes un 1 % acumulativo semestral
- Comisión de apertura : 1'5 % sobre el capital prestado
- Comisión por cancelación anticipada: 3 % sobre el capital pendiente de amortizar
- Tipo de interés nominal anual: $j(2) = 4'80 \%$

Obtenga:

- Cuantía de los dos términos amortizativos del primer año.
- Obtenga el saldo vivo (capital pendiente de amortizar) a los cinco años y a los cinco años y tres meses de su inicio.
- Descomponga el primer término amortizativo del sexto año en su cuota de intereses y su cuota de amortización.
- Plantee la ecuación de equivalencia para la obtención del TIR real pasivo de este préstamo si el cliente decidiera cancelar anticipadamente la operación a los cinco años de su inicio

a) Esta operación de préstamo puede representarse gráficamente como sigue:

$C_0 = 100.000$ Prestación

$a \cdot q \cdot a \cdot q^2 \cdots a \cdot q^9 \cdot a \cdot q^{10} \cdots a \cdot q^{29}$ Contraprestación

$0 \ 1/2 \ 1 \ 1+1/2 \ \cdots \ 5 \ 5+1/2 \ \cdots \ 15$

donde $q = 1'01$ es la razón de la progresión seguida por los términos amortizativos del préstamo.

$$100.000 = A(a, 1'01) =$$

$$i(2) = j(2)/2 = 0'024$$

Así pues el primer término amortizativo, a , será:

$$= 4.137'99 \text{ €}$$

$$4.137'99 \cdot 1'01 = 4.179'36 \text{ €}$$

b) El saldo vivo se puede obtener a través del método retrospectivo:

$$C_5 = C_0 \cdot (1+i(2))^{10} - S(a, 1'01) = C_0 (1+i(2))^{10}$$

$$100.000 (1+0'024)^{10} - 4.137'99 \cdot = 78.578'59699 \text{ €}$$

Alternativamente, podemos aplicar el método prospectivo, verificándose que:

$$C_5 = A(a \cdot 1'01^{10}; 1'01)$$

$$78.578'59 \text{ €}$$

El capital pendiente de amortizar tres meses más tarde, lo podemos obtener aplicando el método recurrente a partir de la reserva a los cinco años. Así, se ha de verificar que:

$$C_{5+3/12} = C_5 (1+i(2))^{(1/2)}$$

ya que entre los cinco años y los cinco años y tres meses no vence ningún capital de la prestación ni de la contraprestación

Por tanto:

$$C_{5+3/12} = 78.578'59699 (1+0'024)^{1/2} = 79.515'94 \text{ €}$$

c) El primer término amortizativo del sexto año se corresponde con el momento $t = 5+1/2$

$$I_{5+1/2} = C_5 \cdot i(2) = 78.578'59699 \cdot 0'024 = 1.885'88 \text{ €}$$

$$A5+1/2 = a11 - I5+1/2 = a \cdot 1'0110 - 1.885'88 = 2.685'04 \text{ €}$$

$$d) \text{ PR real} = \{ (100.000; 0) \}$$

$$\text{CPR real} = \{ (0'015 \cdot 100.000, 0) (a, 1/2) (a \cdot 1'01, 1) \cdots (a \cdot 1'019, 5) (C5, 5) (0'03 \cdot C5, 5) \}$$

$$100.000 = 1.500 + a (1+ip)^{-1/2} + a \cdot 1'01 (1+ip)^{-1} + \cdots + a \cdot 1'019 (1+ip)^{-5} +$$

$$+ 1'03 \cdot C5 (1+ip)^{-5}$$

