

- **Magnituds escalars i magnituds vectorials.**

– Magnitud escalar: És aquella que definida be definida per el seu valor numèric. Una magnitud escalar es pot compondre d'un o de varis paràmetres.

– Magnitud vectorial: Son aquelles magnituds que a més del seu valor numèric necessitem definir d'altres elements (com la direcció i el sentit).

Ex. Temperatura_ és un escalar.

Pressió_ és un escalar Kp Força

Cm3 superfície

Força aplicada

a un cos_____ magnitud vectorial perquè aquesta força porta una direcció i un sentit.

Velocitat_ meg. Vectorial.

- **Elements i classes de vectors.**

a) Elements d'un vector

Mòdul: És la intensitat del vector i queda definit per el seu valor numèric. Gràficament es representa per la longitud del vector a partir de la definició del vector unitari.

Direcció: És la línia recta on se situa el segment del mòdul. És la línia d'acció del vector donat que els vectors els identifiquen com segments de recta.

Sentit: És el signe que designa l'orientació del vector, pot ser positiu o negatiu i es representa gràficament amb una punta de fletxa ().

· (vectors amb diferent sentit)

punt d'aplicació: Punt on s'exerceix l'acció del vector. Gràficament és el punt extrem del segment del mòdul oposat al que indica el sentit. (on comença).

Direcció

Sentit

v

Mòdul

Punt aplicació

b) Classes de vectors.

Poden ser;

Lliures: El punt d'aplicació es pot posar a qualsevol punt de l'espai conservant paral·lela la direcció.

Liscants: Vectors en els quals el punt d'aplicació es pot considerar a qualsevol punt de la línia recta que defineix la seva direcció.

Fixos: Son els vectors que tenen definit el punt d'aplicació i aquest és inamovible.

Unitaris: Vectors que tenen com a mòdul la unitat. El vector més petit que considerem.

1.3 Components d'un vector

– En el pla.

Les components d'un vector són les seves projeccions en l'eix x i l'eix y.

Vector queda definit quan coneixem les seves projeccions.

– A l'espai.

$$V = (V_x, V_y, V_z)$$

$$V^2 = V_y^2 + V_x^2$$

$$V^2 = V_x^2 + V_z^2$$

$$V^2 = V_z^2 + V_x^2$$

$$V^2 = V_x^2 + V_z^2$$

$$V^2 = V_y^2 + V_x^2 + V_z^2$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

$$\cos \alpha = V_x / V$$

$$\cos \beta = V_y / V$$

$$\cos \gamma = V_z / V$$

Determinar el cosinus directors del vector v.

6

3

2 5

3 v C

1.4 Suma i diferència de vectors

Suma: El vector suma de diversos vectors lliures és el que té per component la suma dels components corresponents. La suma presenta les propietats commutativa i associativa.

En el Pla–

$$V1 = (x1, y1)$$

$$V2 = (x2, y2)$$

$$VR = V1 + V2 = (x1 + x2, y1 + y2)$$

A l'espai–

$$V1 = (x1, y1, z1)$$

$$V2 = (x2, y2, z2)$$

$$VR = (x1 + x2, y1 + y2, z1 + z2)$$

Diferència de vectors: El signe del vector indica que es tracta d'un vector oposat, així:

$$VR = V1 - V2 = (x1 - x2, y1 - y2)$$

· Gràficament en la *mateixa direcció*.

Suma

V1 V2 VR

Diferència

V1 V2 VR

· *Diferent direcció*, el vector suma serà la diagonal del paral·lelogram definit pels dos vectors.

Exemple 1

Exemple 2

Determinar el vector resultant suma de $V1 + V2$

1.5 Producte d'un vector per un escalar

És un altre vector de la mateixa direcció i sentit, que té per mòdul el producte del mòdul del vector primer per n vegades el factor multiplicador.

V = mòdul del vector

$$V_R = V \cdot n \quad n = \text{multiplicador}$$

$$V_R = \text{mòdul del vector resultat}$$

Exemple 3

Degut a la gravetat, a la Lluna el mòdul del vector per el d'un objecte es redueix en 5 vegades respecte a la Terra. Quin és el pes a la Lluna d'un astronauta que a la Terra pesa 80 Kp.? (Resultat en Newtons).

$$V = 80 \text{ Kp.}$$

$$n = 1/5$$

$$V_R = V \cdot n = 80 \cdot 1/5 \text{ Kp} = 16 \text{ Kp} = 156.9 \text{ N}$$

1.6 Producte escalar de dos vectors

Es defineix com el producte del valor absolut dels seus mòduls pel cosinus de l'angle que formen.

$$V_1 \cdot V_2 = \text{Producte escalar}$$

$$|V_1| \cdot |V_2| \cdot \cos \theta = \text{Producte escalar}$$

$$|V_1| = \text{Valor absolut vector 1}$$

$$\theta = \text{angle entre vectors.}$$

Gràficament ho podem interpretar com el producte del mòdul d'un vector per la projecció del mòdul del altre.

$$V_2$$

$$V_2 \cos \theta$$

$$V_2 \cos \theta = V_2 \cdot \cos \theta$$

També ho podem considerar com la suma del producte de les components dels vectors.

$$V_{2x} \cdot V_{1x} + V_{2y} \cdot V_{1y}$$

$$V_{2y} \cdot V_{1y}$$

$$V_y$$

$$V_1$$

$$V_{2x} \cdot V_{1x}$$

Exemple 4

Quin és l'angle que formen els 2 vectors.

1.7 Producte vectorial de dos vectors

El mòdul del producte vectorial és igual al producte dels mòduls pel sinus de l'angle que formen els vectors.

Es defineix el producte vectorial $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ com un altre vector en el qual la seva direcció serà perpendicular al pla de gir, i el seu sentit vindrà determinat segons el gir horari anant pel camí més curt.

$$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}| \cdot \sin \theta$$

Producte vectorial de les components.

y

j i

k x

z

i j k

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$

$$= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{k}$$

Exemple 5

$$\mathbf{V}_A = (2, 1, -3)$$

$$\mathbf{V}_B = (2, 1, -2)$$

Exemple 6

Determinar el producte vectorial

$$\mathbf{V}_A = (6, 5, 2)$$

$$\mathbf{V}_B = (0, 4, -1)$$

1.8 Moment d'un vector respecte a un punt

El moment d'un vector respecte a un punt es defineix com el producte vectorial, el vector $(\mathbf{OP}) \times \mathbf{A}$.

O A

P

P'

El punt a considerar pot ser qualsevol sempre que estigui a la recta de la direcció del vector A.

$$M_o = (\mathbf{OP}') \times \mathbf{A}$$

$$M_o = (\mathbf{OP}') \times \mathbf{A} = M_o = (\mathbf{OP}) \times \mathbf{A}$$

$$M_o = (OP) \times A$$

DEMOSTRACIÓ

$$M_o' = (OP') \times A = [(OP) + (PP')] \times A = OP \times A + PP' \times A$$

És la suma vectorial $OP + PP'$ val OP'

$PP' \times A = 0$, donat que el producte vectorial de dos vectors que estan en la mateixa direcció val 0.

$$PP' \times A = |PP'| \cdot |A| \cdot \sin$$

$$= 0 \quad \sin = 0$$

Això demostra que el producte vectorial d'un vector respecte a un punt, que és el mateix que el producte del mòdul del vector per la distància perpendicular a la recta on s'ha situat la direcció del vector, i aquest producte vectorial es diu moment.

Els vectors OP i OP' també poden representar-se per les coordenades dels seus punts inicials i finals, així:

$OP = (P - O)$ P i O poden ser punts en el pla o a l'espai.

$$OP' = (P' - O)$$

$$P - O$$

Centre coordenades O P

Exemple 7

Determinar el moment del vector respecte del punt O .

$$A = 2i + j - 2k$$

$$P = (3, 1, -2)$$

$$O = (1, 0, 1)$$

y

j i

k x

z

1.9 Teorema de Varignon

Si un vector és suma d'altres vectors: el seu moment respecte a un punt és la suma dels moments dels vectors respecte al mateix punt.

1.10 Càlcul amb vectors força

- Les forces són vectors lliscants.
- És important tenir en compte el punt d'aplicació.
- Es connecten els segments sumant o restant.

Vectors mateixa direcció

Analítica Gràfica

Direccions paral·leles

Analítica Gràfica

Diferent direcció

En un sistema on concurreixen més de dues forces es

fa una reducció 2 a 2.

DOSSIER ORIGINAL.

RESUM PER EXAMEN

PLANTILLES ORTOEDRE

ÍNDEX

- Magnituds escalars i magnituds vectorials (1)
- Elements i classes de vectors (1)
- Components d'un vector (2)
- Suma i diferència de vectors (5)
- Producte d'un vector per un escalar (7)
- Producte escalar de dos vectors (7)
- Producte vectorial de dos vectors (9)
- Moment d'un vector respecte a un punt (11)
- Teorema de Varignon (13)
- Càlcul amb vectors força (14)

DOSSIER ORIGINAL (16)

RESUM PER EXAMEN (29)

PLANTILLES ORTOEDRE (32)

En aquest dossier s'han utilitzat tot els material que s'ha obtingut en el tema així com el apunts en brut, resums, etc. Per tal de facilitar l'estudi i poder observar millor les evolucions del tema.

MECÀNICA

$$V_x = x_2 - x_1$$

$$V_y = y_2 - y_1$$

+

−

$$\mathbf{V1} \cdot \mathbf{V2} = |\mathbf{V1}| \cdot |\mathbf{V2}| \cdot \cos$$

$$M_o = \mathbf{OP}' \cdot \mathbf{A} = \mathbf{OP} \cdot \mathbf{A}$$