<u>Trabajo de Matematicas</u>

***Signos matemáticos**.−*

Figuras, señales y abreviaturas

utilizados en matemáticas para denotar entidades, relaciones y

operaciones.

Historia.−

El origen y la evolución de los símbolos matemáticos

no se conocen bien. Para más información sobre el probable

origen de los números del 1 al 9 véase Numeracion. El origen

del cero es desconocido, aunque hay confirmación de su

existencia antes del año 400 d.C. La extensión del sistema de

lugares decimales a los que representan valores inferiores a la

unidad se atribuye al matemático holandés Simon Stevin

(conocido también como Simon de Brujas), que llamó a las

décimas, centésimas y milésimas primas, secundas y tercias.

Para indicar los órdenes, utilizaba números en un círculo; por

ejemplo, 4,628 se escribía 4 0 6 1 2 2 8 3. Antes de 1492 ya se

empezó a utilizar un punto para separar la parte decimal de un

número. Más tarde se usó también una raya vertical. En su

Exempelbüchlein de 1530, el matemático alemán Christoff

Rudolf resolvía un problema de interés compuesto haciendo uso

de fracciones decimales. El astrónomo alemán Johannes Kepler

empezó a utilizar la coma para separar los espacios decimales,

y el matemático suizo Justus Byrgius utilizaba fracciones

decimales de la forma 3,2.

A pesar de que los antiguos egipcios tenían símbolos para la adición y la igualdad, y los griegos, hindúes y árabes tenían símbolos para la igualdad y las incógnitas, en esos primeros tiempos las operaciones matemáticas solían ser bastante engorrosas debido a la falta de signos apropiados. Las expresiones de dichas operaciones tenían que ser escritas por completo o expresadas mediante abreviaturas de las palabras. Más tarde, los griegos, los hindúes y el matemático alemán Jordanus Nemorarius empezaron a indicar la suma mediante yuxtaposición, mientras que los italianos la denotaban con las letras P o p atravesadas con una raya, pero estos símbolos no eran uniformes. Ciertos matemáticos utilizaban la p, otros la e, y el italiano Niccolò Tartaglia solía expresar esta operación como Æ. Los algebristas alemanes e ingleses introdujeron el signo +, al que denominaron signum additorum, aunque al principio sólo se utilizaba para indicar excedentes. El matemático griego Diofante utilizaba el signo ´ para indicar la sustracción. Los hindúes usaban un punto y los algebristas italianos la representaban con una M o m y con una raya atravesando la letra. Los algebristas alemanes e ingleses fueron los primeros en utilizar el signo actual, al que denominaron signum subtractorum. Los signos + y − fueron usados por primera vez en 1489 por el alemán Johann Widman.

El matemático inglés William Oughtred fue el primero en usar el signo × en vez de la palabra "veces". El matemático alemán Gottfried Wihelm Leidniz utilizaba un punto para indicar la multiplicación y, en 1637, el francés Rene Descartes empezó a *usar la yuxtaposición de los factores. En 1688 Leibniz utilizó el símbolo Ç para denotar la multiplicación y È para la división. Los hindúes colocaban el divisor debajo del dividendo. Leibniz usó la forma más conocida a:b. Descartes popularizó la notación an para la potenciación y el matemático inglés John Wallis definió los exponentes negativos y utilizó el símbolo (¥) para representar Infinito.*

El signo de igualdad, =, lo creó el matemático inglés Robert Recorde. Otro matemático inglés, Thomas Harriot, fue el primero en utilizar los símbolos > y <, "mayor que" y "menor que". El matemático francés François Viète introdujo varios signos de agrupación. Los símbolos de diferenciación, dx, y de integración, ò, empleados en el cálculo, son originales de Leibniz, lo mismo que el símbolo ~ de semejanza, utilizado en geometría. El matemático suizo Leonhard Euler es el principal responsable de los símbolos Æ, f, F, usados en la teoría de funciones.

Jerarquía numérica.−

En el sistema decimal la base es el 10,

es decir, que 10 unidades de un orden constituyen una unidad del orden inmediato superior, así como cada unidad se compone de diez unidades del orden inmediato inferior. El número 1 es la unidad de primer orden a la que se añaden una por una otras unidades hasta formar una decena o unidad de segundo orden. Diez decenas o cien unidades forman una centena o unidad de tercer orden. La unidad de cuarto orden es el millar; la de quinto orden la decena de millar; la de sexto orden la centena de millar; la de séptimo orden el millón; la de decimotercer orden es el billón; la de decimonoveno orden es el trillón y así sucesivamente. La jerarquía de las órdenes subsecuentes es la siguiente:

millón, billón, trillón, cuatrillón, quintillón, sextillón, septillón, octillón, nonillón, decillón, undecillón, duodecillón, tridecillón, cuatridecillón, quidecillón, sexdecillón, septidecillón, octodecillón, nonidecillón y vigillón.

En países, como Francia y Estados Unidos, cuyo sistema de numeración se basa en grupos de tres en lugar de grupos de seis, cada orden después del millón es mil veces el que lo precede. En el sistema que impera en Europa y América Latina, cada número es un millón de veces el anterior. Por ejemplo, un vigillón es un 1 seguido de 120 ceros en el sistema europeo y americano, pero es un 1 seguido de 63 ceros en el sistema estadounidense y francés. No obstante, en los últimos años se ha extendido poco a poco el uso del término billón, según el criterio estadounidense y francés, de modo que países como el Reino Unido, Italia y Portugal lo utilizan con frecuencia. En España se ha acuñado recientemente el término millardo para designar la cantidad mil millones.

En cuanto a los decimales, en Europa continental se escriben de la forma 1,23, en las islas Británicas 1·23 y en el continente americano 1.23. Utilizando la notación científica estándar, un número como 0,000000123 se puede escribir 1,23×10−7.

Poliedro.−

En geometria, cuerpo sólido limitado por

superficies planas que a su vez están limitadas por lados rectos.

En otras palabras, un poliedro es un sólido limitado por poligonos. Cada una de las superficies planas se denomina cara.

Un lado recto que limita una cara se llama arista. Un punto en

el extremo de una arista se llama vértice. La figura 1 muestra

una pirámide de base cuadrada con cuatro caras triangulares

como ejemplo de un poliedro.

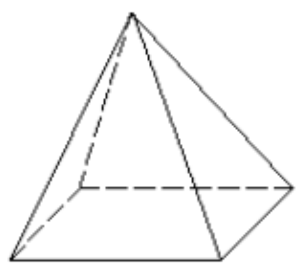

FIGURA 1

En un poliedro regular todas las caras son polígonos regulares y

congruentes (iguales en tamaño y forma) entre sí. Los únicos

poliedros regulares son los cinco que aparecen en la figura 2: el

tetraedro, con cuatro caras triangulares; el cubo, con seis caras

cuadradas; el octaedro, con ocho caras triangulares; el

dodecaedro, cuyas doce caras son pentágonos regulares y el

icosaedro, con veinte caras triangulares. A veces se les

denomina cuerpos geométricos platónicos, pues aparecen en los

escritos del filósofo griego Platon, representando al fuego, aire,

tierra, agua y al universo completo.

Un poliedro convexo es aquel en el que un segmento rectilíneo

que une dos vértices cualesquiera del poliedro contiene sólo *puntos que pertenecen a una cara o al interior del poliedro. En los poliedros convexos existe una relación entre el número de vértices v, caras c y aristas a dada por* $v + c - a = 2$*. Por ejemplo, el cubo tiene 8 vértices, 6 caras y 12 aristas, lo que da* $8 + 6 - 12 = 2$*. El valor de* $v + c - a$ *para un poliedro cualquiera se denomina número de Euler de la superficie del poliedro, que toma el nombre del matemático suizo Leonhard Euler . Se puede calcular para un poliedro genérico utilizando los métodos de la topologia, una rama de las matemáticas.*

Matemáticas.−

Estudio de las relaciones entre cantidades,

magnitudes y propiedades, y de las operaciones lógicas utilizadas para deducir cantidades, magnitudes y propiedades desconocidas. En el pasado las matemáticas eran consideradas como la ciencia de la cantidad, referida a las magnitudes (como en la geometria), a los números (como en la aritmetica), o a la generalización de ambos (como en el algebra). Hacia mediados del siglo XIX las matemáticas se empezaron a considerar, como la ciencia de las relaciones, o como la ciencia que produce condiciones necesarias. Esta última noción abarca la lógica matemática o simbólica ciencia que consiste en utilizar símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia lógica basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos.

Trataremos la evolución de los conceptos e ideas matemáticas *siguiendo su desarrollo histórico. En realidad, las matemáticas son tan antiguas como la propia humanidad: en los diseños prehistóricos de cerámica, tejidos y en las pinturas rupestres se pueden encontrar evidencias del sentido geométrico y del interés en figuras geométricas. Los sistemas de cálculo primitivos estaban basados, seguramente, en el uso de los dedos de una o dos manos, lo que resulta evidente por la gran abundancia de sistemas numericos en los que las bases son los números 5 y 10.*

Las matemáticas en la antigüedad.−

Las primeras referencias a matemáticas avanzadas y organizadas datan del tercer milenio a.C., en Babilonia y Egipto. Estas matemáticas estaban dominadas por la aritmética, con cierto interés en medidas y cálculos geométricos y sin mención de conceptos matemáticos como los axiomas o las demostraciones.

Los primeros libros egipcios, escritos hacia el año 1800 a.C., muestran un sistema de numeración decimal con distintos símbolos para las sucesivas potencias de 10 (1, 10, 100,), similar al sistema utilizado por los romanos. Los números se representaban escribiendo el símbolo del 1 tantas veces como unidades tenía el número dado, el símbolo del 10 tantas veces como decenas había en el número, y así sucesivamente. Para sumar números, se sumaban por separado las unidades, las decenas, las centenas, de cada número. La multiplicación estaba basada en duplicaciones sucesivas y la división era el proceso inverso.

Los egipcios utilizaban sumas de fracciones unidad (a), junto *con la fracción B, para expresar todas las fracciones. Por ejemplo, E era la suma de las fracciones 3 y <. Utilizando este sistema, los egipcios fueron capaces de resolver problemas aritméticos con fracciones, así como problemas algebraicos elementales. En geometría encontraron las reglas correctas para calcular el área de triángulos, rectángulos y trapecios, y el volumen de figuras como ortoedros, cilindros y, por supuesto, pirámides. Para calcular el área de un círculo, los egipcios utilizaban un cuadrado de lado U del diámetro del círculo, valor muy cercano al que se obtiene utilizando la constante pi (3,14), aunque su valor (3,16) es un poco mayor que la antedicha constante.*

El sistema babilónico de numeración era bastante diferente del egipcio. En el babilónico se utilizaban tablillas con varias muescas o marcas en forma de cuña (cuneiforme); una cuña sencilla representaba al 1 y una marca en forma de flecha representaba al 10 (véase tabla adjunta). Los números menores que 59 estaban formados por estos símbolos utilizando un proceso aditivo, como en las matemáticas egipcias. El número 60, sin embargo, se representaba con el mismo símbolo que el 1, y a partir de ahí, el valor de un símbolo venía dado por su posición en el número completo. Por ejemplo, un número compuesto por el símbolo del 2, seguido por el del 27 y terminado con el del 10, representaba 2 × 602 + 27 × 60 + 10. Este mismo principio fue ampliado a la representación de fracciones, de manera que el ejemplo anterior podía también *representar:*

2 × 60 + 27 + 10 × (), o 2 + 27 × () + 10 × ()−2

Este sistema, denominado sexagesimal (base 60), resultaba tan útil como el sistema decimal (base 10).

Con el tiempo, los babilonios desarrollaron unas matemáticas más sofisticadas que les permitieron encontrar las raíces positivas de cualquier ecuación de segundo grado. Fueron incluso capaces de encontrar las raíces de algunas ecuaciones de tercer grado, y resolvieron problemas más complicados utilizando el teorema de Pitágoras. Los babilonios compilaron una gran cantidad de tablas, incluyendo tablas de multiplicar y de dividir, tablas de cuadrados y tablas de interés compuesto. Además, calcularon no sólo la suma de progresiones aritméticas y de algunas geométricas, sino también de sucesiones de cuadrados. También obtuvieron una buena aproximación de ¸.

Las matemáticas en Grecia.−

Los griegos tomaron elementos

de las matemáticas de los babilonios y de los egipcios. La innovación más importante fue la invención de las matemáticas abstractas basadas en una estructura lógica de definiciones, axiomas y demostraciones. Según los cronistas griegos, este avance comenzó en el siglo VI a.C. con Tales de milenio y Pitagoras de Samos. Este último enseñó la importancia del estudio de los números para poder entender el mundo. Algunos de sus discípulos hicieron importantes descubrimientos sobre la teoría numérica y la geometría, que se atribuyen al propio

Pitágoras.

En el siglo V a.C., algunos de los más importantes geómetras fueron el filósofo atomista Democrito de Abdera, que encontró la fórmula correcta para calcular el volumen de una pirámide, e Hipocrates de Cos, que descubrió que el área de figuras geométricas en forma de media luna limitadas por arcos circulares son iguales a las de ciertos triángulos. Este descubrimiento está relacionado con el famoso problema de la cuadratura del círculo (construir un cuadrado de área igual a un círculo dado). Otros dos problemas bastante conocidos que tuvieron su origen en el mismo periodo son la trisección de un ángulo y la duplicación del cubo (construir un cubo cuyo volumen es dos veces el de un cubo dado). Todos estos problemas fueron resueltos, mediante diversos métodos, utilizando instrumentos más complicados que la regla y el compás. Sin embargo, hubo que esperar hasta el siglo XIX para demostrar finalmente que estos tres problemas no se pueden resolver utilizando solamente estos dos instrumentos básicos.

A finales del siglo V a.C., un matemático anónimo descubrió que no existe una unidad de longitud capaz de medir el lado y la diagonal de un cuadrado, es decir, una de las dos cantidades es inconmensurable. Esto significa que no existen dos números naturales m y n cuyo cociente sea igual a la proporción entre el lado y la diagonal. Dado que los griegos sólo utilizaban los números naturales (1, 2, 3,), no pudieron expresar numéricamente este cociente entre la diagonal y el lado de un *cuadrado (este número, ¸, es lo que hoy se denomina número irracional). Debido a este descubrimiento se abandonó la teoría pitagórica de la proporción, basada en números, y se tuvo que crear una nueva teoría no numérica. Ésta fue introducida en el siglo IV a.C. por el matemático Eudoxo de Cnido, cuya solución se puede encontrar en los Elementos de geometría de Euclites. Eudoxo, además, descubrió un método para demostrar rigurosamente supuestos sobre áreas y volúmenes mediante aproximaciones sucesivas.*

Euclides, matemático y profesor que trabajaba en el famoso Museo de Alejandria, también escribió tratados sobre óptica,

astronomía y música. Los trece libros que componen sus Elementos contienen la mayor parte del conocimiento matemático existente a finales del siglo IV a.C., en áreas tan diversas como la geometría de polígonos y del círculo, la teoría numérica, la teoría de los inconmensurables, la geometría del espacio y la teoría elemental de áreas y volúmenes.

El siglo posterior a Euclides estuvo marcado por un gran auge de las matemáticas, como se puede comprobar en los trabajos de Arquimides de Siracusa y de un joven contemporáneo, Apolonio de Perga. Arquímedes utilizó un nuevo método teórico, basado en la ponderación de secciones infinitamente pequeñas de figuras geométricas, para calcular las áreas y volúmenes de figuras obtenidas a partir de las cónicas. Éstas habían sido descubiertas por un alumno de Eudoxo llamado Menaechmo, y aparecían como tema de estudio en un tratado de Euclides; sin embargo, la primera referencia escrita conocida *aparece en los trabajos de Arquímedes. También investigó los centros de gravedad y el equilibrio de ciertos cuerpos sólidos flotando en agua. Casi todo su trabajo es parte de la tradición que llevó, en el siglo XVII, al desarrollo del cálculo. Su contemporáneo, Apolonio, escribió un tratado en ocho tomos sobre las cónicas, y estableció sus nombres: elipse, parábola e hipérbola. Sirvió de base para el estudio de la geometría de estas curvas hasta los tiempos del filósofo y científico francés Rene descartes en el siglo XVII.*

Después de Euclides, Arquímedes y Apolonio, Grecia no tuvo ningún geómetra de la misma talla. Los escritos de Herón de Alejandría en el siglo I d.C. muestran cómo elementos de la tradición aritmética y de medidas de los babilonios y egipcios convivieron con las construcciones lógicas de los grandes geómetras. Los libros de Diofante de Alejandría en el siglo III d.C. continuaron con esta misma tradición, aunque ocupándose de problemas más complicados. En ellos Diofante encuentra las soluciones enteras para aquellos problemas que generan ecuaciones con varias incógnitas. Actualmente, estas ecuaciones se denominan diofánticas y se estudian en el Analisis diofantico.

Las matemáticas aplicadas en Grecia.−

En paralelo con los estudios sobre matemáticas puras hasta ahora mencionados, se llevaron a cabo estudios de óptica, mecánica y astronomía. Muchos de los grandes matemáticos, como Euclides y Arquímedes, también escribieron sobre temas astronómicos. Unos años después de Apolonio, los astrónomos griegos *adoptaron el sistema babilónico de almacenamiento de fracciones y, casi al mismo tiempo, compilaron tablas de las cuerdas de un círculo. Para un círculo de radio determinado, estas tablas daban la longitud de las cuerdas en función del ángulo central correspondiente, que crecía con un determinado incremento. Eran similares a las modernas tablas del seno y coseno, y marcaron el comienzo de la trigonometría. En la primera versión de estas tablas las de Hiparco, hacia el 150 a.C. los arcos crecían con un incremento de 71°, de 0° a 180°. En tiempos del astrónomo Tolomeo, en el siglo II d.C., la maestría griega en el manejo de los números había avanzado hasta tal punto que Tolomeo fue capaz de incluir en su Almagesto una tabla de las cuerdas de un círculo con incrementos de 1°, que, aunque expresadas en forma sexagesimal, eran correctas hasta la quinta cifra decimal. Mientras tanto, se desarrollaron otros métodos para resolver problemas con triángulos planos y se introdujo un teorema que recibe el nombre del astrónomo Menelao de Alejandría para calcular las longitudes de arcos de esfera en función de otros arcos. Estos avances dieron a los astrónomos las herramientas necesarias para resolver problemas de astronomía esférica, y para desarrollar el sistema astronómico que sería usado hasta la época del astrónomo alemán Johannes Kepler.*

Las matemáticas en la edad media.−

En Grecia, después de

Tolomeo, se estableció la tradición de estudiar las obras de estos matemáticos de siglos anteriores en los centros de enseñanza. El que dichos trabajos se hayan conservado hasta nuestros días se debe principalmente a esta tradición. Sin embargo, los primeros avances matemáticos consecuencia del estudio de estas obras aparecieron en el mundo árabe.

Las matemáticas en el mundo islámico.−

Después de un

siglo de expansión, en la que la religión musulmana se difundió desde sus orígenes en la península Arábiga hasta dominar un territorio que se extendía desde la península Ibérica hasta los límites de la actual China, los árabes empezaron a incorporar a su propia ciencia los resultados de "ciencias extranjeras". Los traductores instituciones como la Casa de la Sabiduría de Bagdad, mantenida por los califas gobernantes y por donaciones de particulares, escribieron versiones árabes de los trabajos de matemáticos griegos e indios.

Hacia el año 900 el periodo de incorporación se había completado y los estudiosos musulmanes comenzaron a construir sobre los conocimientos adquiridos. Entre otros avances, los matemáticos árabes ampliaron el sistema indio de posiciones decimales en aritmética de números enteros, extendiéndolo a las fracciones decimales. En el siglo XII, el matemático persa Omar Jayyam generalizó los métodos indios de extracción de raíces cuadradas y cúbicas para calcular raíces cuartas, quintas y de grado superior. El matemático *árabe, Al− jwarizmi (de su nombre procede la palabra algoritsmo, y el título de uno de sus libros es el origen de la palabra álgebra) desarrolló el algebra de los polinomios; al−Karayi la completó para polinomios incluso con infinito número de términos. Los geómetras, como Ibrahim ibn Sinan, continuaron las investigaciones de Arquímedes sobre áreas y volúmenes. Kamal al−Din y otros aplicaron la teoría de las cónicas a la resolución de problemas de óptica. Los matemáticos Habas al−Hasib y Nasir ad−Din at−Tusi crearon trigonometrías plana y esférica utilizando la función seno de los indios y el teorema de Menelao. Estas trigonometrías no se convirtieron en disciplinas matemáticas en Occidente hasta la publicación del De triangulis omnimodis del astrónomo alemán Regiomontano.*

Finalmente, algunos matemáticos árabes lograron importantes avances en la teoría numérica, mientras otros crearon una gran variedad de métodos numéricos para la resolución de ecuaciones. Los países europeos con lenguas latinas adquirieron la mayor parte de estos conocimientos durante el siglo XII, el gran siglo de las traducciones. Los trabajos de los árabes, junto con las traducciones de los griegos clásicos fueron los principales responsables del crecimiento de las matemáticas durante la edad media. Los matemáticos italianos, como Leonardo Fibonacci y Luca Pacioli (uno de los grandes tratadistas del siglo XV en álgebra y aritmética, que desarrollaba para aplicar en el comercio), se basaron *principalmente en fuentes árabes para sus estudios.*

Las matemáticas durante el renacimiento.−

Aunque el

final del periodo medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en su Ars magna. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de los grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Evariste Galoiste a principios del XIX.

También durante el siglo XVI se empezaron a utilizar los modernos signos matematicos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Neuton en Inglaterra.

Avances en el siglo XVII.−

Los europeos dominaron el desarrollo de las matemáticas después del renacimiento.

Durante el siglo XVII tuvieron lugar los más importantes avances en las matemáticas desde la era de Arquímedes y Apolonio. El siglo comenzó con el descubrimiento de los logaritmos por el matemático escocés John Napier (Neper), cuya gran utilidad llevó al astrónomo francés Pierre Simon Laplase a decir, dos siglos más tarde, que Neper, al reducir el trabajo de los astrónomos a la mitad, les había duplicado la vida.

La ciencia de la teoria numerica, que había permanecido aletargada desde la época medieval, es un buen ejemplo de los avances conseguidos en el siglo XVII basándose en los estudios de la antigüedad clásica. La obra La aritmética de Diofante ayudó a Fermat a realizar importantes descubrimientos en la teoría numérica. Su conjetura más destacada en este campo, fue que no existen soluciones de la ecuación an + bn = cn con a, b y c enteros positivos si n es mayor que 2. Esta conjetura, conocida como Ultimo teorema de Fermat, ha generado gran cantidad de trabajos en el álgebra y la teoría numérica.

En la geometría pura, dos importantes acontecimientos ocurrieron en este siglo. El primero fue la publicación, en el Discurso del método (1637) de Descartes, de su descubrimiento de la geometria analitica, que mostraba cómo utilizar el álgebra (desarrollada desde el renacimiento), para investigar la geometría de las curvas (Fermat había hecho el mismo descubrimiento pero no lo publicó). El Discurso del método, junto con una serie de pequeños tratados con los que fue *publicado, ayudó y fundamentó los trabajos matemáticos de Isaac Newton hacia 1660. El segundo acontecimiento que afectó a la geometría fue la publicación, por el ingeniero francés Gérard Desargues, de su descubrimiento de la geometría proyectiva en 1639. Aunque este trabajo fue alabado por Descartes y por el científico y filósofo francés Blaise Pascal, su terminología excéntrica y el gran entusiasmo que había causado la aparición de la geometría analítica retrasó el desarrollo de sus ideas hasta principios del siglo XIX, con los trabajos del matemático francés Jean Victor Poncelet.*

Otro avance importante en las matemáticas del siglo XVII fue la aparición de la teoría de la probabilidad a partir de la correspondencia entre Pascal y Fermat sobre un problema presente en los juegos de azar, el llamado problema de puntos. Esta trabajo no fue publicado, pero llevó al científico holandés Christiaan Huygens a escribir un pequeño folleto sobre robabilidad en juegos con dados, que fue publicado en el Ars coniectandi del matemático suizo Jakob Bernoulli. Tanto Bernoulli como el francés Abraham De Moivre, en su Doctrina del azar de 1718, utilizaron el recién descubierto cálculo para avanzar rápidamente en su teoría, que para entonces tenía grandes aplicaciones para pujantes compañías de seguros.

Sin embargo, el acontecimiento matemático más importante del siglo XVII fue, sin lugar a dudas, el descubrimiento, por parte de Newton, de los calculos diferencial e integral, entre 1664 y Newton se basó en los trabajos anteriores de dos *compatriotas, John Wallis e Isaac Barrow, así como en*

los estudios de otros matemáticos europeos como Descartes,

Francesco Bonaventura Cavalieri, Johann van Waveren Hudde

y Gilles Personne de Roberval. Unos ocho años más tarde, el

alemán Gottfried Wilhelm Leibniz descubrió también el cálculo

y fue el primero en publicarlo, en 1684 y 1686. El sistema de

notación de Leibniz es el que se usa hoy en día en el cálculo.

Situación en el siglo XVIII.−

Durante el resto del siglo XVII

y buena parte del XVIII, los discípulos de Newton y Leibniz se

basaron en sus trabajos para resolver diversos problemas de

física, astronomía e ingeniería, lo que les permitió, al mismo

tiempo, crear campos nuevos dentro de las matemáticas. Así, los

hermanos Johann y Jakob Bernoulli inventaron el cálculo de

variaciones y el matemático francés Gaspart Monge la

geometría diferencial. Joseph Luis Lagrange, también francés,

dio un tratamiento completamente analítico de la mecánica en

su gran obra Mecánica analítica (1788), en donde se pueden

encontrar las famosas ecuaciones de Lagrange para sistemas

dinámicos. Además, Lagrange hizo contribuciones al estudio de

las ecuaciones diferenciales y la teoría numérica, y desarrolló

la teoría de grupos. Su contemporáneo Laplace escribió Teoría

analítica de las probabilidades (1812) y el clásico Mecánica

celeste (1799−1825), que le valió el sobrenombre de 'el Newton

francés'.

El gran matemático del siglo XVIII fue el suizo Leonhard Euler, *quien aportó ideas fundamentales sobre el cálculo y otras ramas de las matemáticas y sus aplicaciones. Euler escribió textos sobre cálculo, mecánica y álgebra que se convirtieron en modelos a seguir para otros autores interesados en estas disciplinas. Sin embargo, el éxito de Euler y de otros matemáticos para resolver problemas tanto matemáticos como físicos utilizando el cálculo sólo sirvió para acentuar la falta de un desarrollo adecuado y justificado de las ideas básicas del cálculo. La teoría de Newton estaba basada en la cinética y las velocidades, la de Leibniz en los infinitésimos, y el tratamiento de Lagrange era completamente algebraico y basado en el concepto de las secuencias infinitas. Todos estos sistemas eran inadecuados en comparación con el modelo lógico de la geometría griega, y este problema no fue resuelto hasta el siglo posterior.*

Las matemáticas en el siglo XIX.−

En 1821, un matemático francés,Augustin Louis Cauchy, consiguió un enfoque lógico y apropiado del cálculo. Cauchy basó su visión del cálculo sólo en cantidades finitas y el concepto de límite. Sin embargo, esta solución planteó un nuevo problema, el de la definición lógica de número real. Aunque la definición de cálculo de Cauchy estaba basada en este concepto, no fue él sino el matemático alemán Julius W. R. Dedekind quien encontró una definición adecuada para los números reales basada en los números racionales, que todavía se enseña hoy en día; los matemáticos alemanes GeorgCantor y Karl T. W. Weierstrass también dieron *otras definiciones casi al mismo tiempo. Un problema más importante que surgió al intentar describir el movimiento de vibración de un muelle estudiado por primera vez en el siglo XVIII fue el de definir el significado de la palabra funcion. Euler, Lagrange y el matemático francés BaronJoseph Forier aportaron soluciones, pero fue el matemático alemán Peter G. Dirichlet quien propuso su definición en los términos actuales.*

Además de fortalecer los fundamentos del análisis, nombre dado a partir de entonces a las técnicas del cálculo, los matemáticos del siglo XIX llevaron a cabo importantes avances en esta materia. A principios del siglo, Carl Friedereich Gauss dio una explicación adecuada del concepto de numero complejo; estos números formaron un nuevo y completo campo del análisis, desarrollado en los trabajos de Cauchy, Weierstrass y el matemático alemánBernhard Rieman. Otro importante avance del análisis fue el estudio, por parte de Fourier, de las sumas infinitas de expresiones con funciones trigonométricas. Éstas se conocen hoy como series de Fourier, y son herramientas muy útiles tanto en las matemáticas puras como en las aplicadas. Además, la investigación de funciones que pudieran ser iguales a series de Fourier llevó a Cantor al estudio de los conjuntos infinitos y a una aritmética de números infinitos. La teoría de Cantor, que fue considerada como demasiado abstracta y criticada como "enfermedad de la que las matemáticas se curarán pronto", forma hoy parte de los fundamentos de las *matemáticas y recientemente ha encontrado una nueva aplicación en el estudio de corrientes turbulentas en fluidos. Otro descubrimiento del siglo XIX que se consideró abstracto e inútil en su tiempo fue la geometria no euclidea. En esta geometría se pueden trazar al menos dos rectas paralelas a una recta dada que pasen por un punto que no pertenece a ésta. Aunque descubierta primero por Gauss, éste tuvo miedo de la controversia que su publicación pudiera causar. Los mismos resultados fueron descubiertos y publicados por separado por el matemático rusoNikolaiIvanovichLobachevsky y por el húngaro Janos bolyai. Las geometrías no euclídeas fueron estudiadas en su forma más general por Riemann, con su descubrimiento de las múltiples paralelas. En el siglo XX, a partir de los trabajos de Einstein, se le han encontrado también aplicaciones en física. Gauss es uno de los más importantes matemáticos de la historia. Los diarios de su juventud muestran que ya en sus primeros años había realizado grandes descubrimientos en teoría numérica, un área en la que su libro Disquisitiones arithmeticae marca el comienzo de la era moderna. Cuando tenía sólo 18 años, Gauss demostró que un polígono regular de m lados se puede dibujar utilizando sólo la regla y el compás si m es una potencia de dos veces primos distintos de la forma 2n +*

En su tesis doctoral presentó la primera demostración apropiada del teorema fundamental del álgebra. A menudo combinó investigaciones científicas y matemáticas. Por ejemplo, desarrolló métodos estadísticos al mismo tiempo que investigaba la órbita de un planetoide recién descubierto, *realizaba trabajos en teoría de potencias junto a estudios del magnetismo, o estudiaba de la geometría de superficies curvas a la vez que desarrollaba sus investigaciones topográficas.*

De mayor importancia para el álgebra que la demostración del teorema fundamental por Gauss fue la transformación que ésta sufrió durante el siglo XIX para pasar del mero estudio de los polinomios al estudio de la estructura de sistemas algebraicos. Un paso importante en esa dirección fue la invención del álgebra simbólica por el inglés George Peacock. Otro avance destacado fue el descubrimiento de sistemas algebraicos que tienen muchas propiedades de los números reales. Entre estos sistemas se encuentran las cuaternas del matemático irlandésWilliam Rowan Hamilton, el análisis vectorial delmatemático y físico estadounidense Josiah Willard Gibbs y los espacios ordenados de n dimensiones del matemático alemán Hermann Günther Grassmann. Otro paso importante fue el desarrollo de la teoría de grupos, a partir de los trabajos de Lagrange. Galois utilizó estos trabajos muy a menudo para generar una teoría sobre qué polinomios pueden ser resueltos con una fórmula algebraica.

Del mismo modo que Descartes había utilizado en su momento el álgebra para estudiar la geometría, el matemático alemán Felix Klein y el noruego Marius Sophus Lie lo hicieron con el álgebra del siglo XIX. Klein la utilizó para clasificar las geometrías según sus grupos de transformaciones (el llamado Programa Erlanger), y Lie la aplicó a una teoría geométrica de *ecuaciones diferenciales mediante grupos continuos de transformaciones conocidas como grupos de Lie. En el siglo XX, el álgebra se ha aplicado a una forma general de la geometría conocida como Topologia.*

También los fundamentos de las matemáticas fueron completamente transformados durante el siglo XIX, principalmente por el matemático inglés George Boole en su libro Investigaciones sobre las leyes del pensamiento (1854) y por Cantor en su teoria de conjuntos. Sin embargo, hacia finales del siglo, se descubrieron una serie de paradojas en la teoría de Cantor. El matemático inglés Bertrand Russell encontró una de estas paradojas, que afectaba al propio concepto de conjunto. Los matemáticos resolvieron este problema construyendo teorías de conjuntos lo suficientemente restrictivas como para eliminar todas las paradojas conocidas, aunque sin determinar si podrían aparecer otras paradojas es decir, sin demostrar si estas teorías son consistentes. Hasta nuestros días, sólo se han encontrado demostraciones relativas de consistencia (si la teoría B es consistente entonces la teoría A también lo es). Especialmente preocupante es la conclusión, demostrada en 1931 por el lógico estadounidense Kurt Godel, según la cual en cualquier sistema de axiomas lo suficientemente complicado como para ser útil a las matemáticas es posible encontrar proposiciones cuya certeza no se puede demostrar dentro del sistema.

Las matemáticas actuales.−

En la Conferencia Internacional de Matemáticos que tuvo lugar en París en 1900, el matemático alemánDavid Hilbert expuso sus teorías. Hilbert era catedrático en Göttingen, el hogar académico de Gauss y Riemann, y había contribuido sustancialmente en casi todas las ramas de las matemáticas, desde su clásico Fundamentos de la geometría (1899) a su Fundamentos de la matemática en colaboración con otros autores. La conferencia de Hilbert en París consistió en un repaso a 23 problemas matemáticos que él creía podrían ser las metas de la investigación matemática del siglo que empezaba. Estos problemas, de hecho, han estimulado gran parte de los trabajos matemáticos del siglo XX, y cada vez que aparecen noticias de que otro de los "problemas de Hilbert" ha sido resuelto, la comunidad matemática internacional espera los detalles con impaciencia.

A pesar de la importancia que han tenido estos problemas, un hecho que Hilbert no pudo imaginar fue la invención del ordenador o computadora digital programable, primordial en las matemáticas del futuro. Aunque los orígenes de las computadoras fueron las calculadoras de relojería de Pascal y Leibniz en el siglo XVII, fue Charles Babbage quien, en la Inglaterra del siglo XIX, diseñó una máquina capaz de realizar operaciones matemáticas automáticamente siguiendo una lista de instrucciones (programa) escritas en tarjetas o cintas. La imaginación de Babbage sobrepasó la tecnología de su tiempo, y no fue hasta la invención del relé, la válvula de vacío y *después la del transistor cuando la computación programable a gran escala se hizo realidad. Este avance ha dado un gran impulso a ciertas ramas de las matemáticas, como el análisis numérico y las matemáticas finitas, y ha generado nuevas áreas de investigación matemática como el estudio de los algoritmos. Se ha convertido en una poderosa herramienta en campos tan diversos como la teoría numérica, las ecuaciones diferenciales y el álgebra abstracta. Además, el ordenador ha permitido encontrar la solución a varios problemas matemáticos que no se habían podido resolver anteriormente, como el problema topológico de los cuatro colores propuesto a mediados del siglo El teorema dice que cuatro colores son suficientes para dibujar cualquier mapa, con la condición de que dos países limítrofes deben tener distintos colores. Este teorema fue finalmente demostrado en 1976 utilizando una computadora de gran capacidad de cálculo en la universidad de Illinois (Estados Unidos).El conocimiento matemático del mundo moderno está avanzando más rápido que nunca. Teorías que eran completamente distintas se han reunido para formar teorías más completas y abstractas. Aunque la mayoría de los problemas más importantes han sido resueltos, otros como las hipótesis de Riemann siguen sin serlo. Al mismo tiempo siguen apareciendo nuevos y estimulantes problemas. Parece que incluso las matemáticas más abstractas están encontrando aplicación.*