

Objetivos del tema

- Descripción del sistema Diédrico.
- El Punto. Alfabeto del Punto.
- La Recta, trazas, partes vistas y ocultas, alfabeto de la recta.
- El Plano, trazas, definiciones de un plano mediante rectas, rectas particulares de un plano, alfabeto del plano.
- Intersección de planos.
- Intersección de recta y plano.
- Paralelismo.
- Perpendicularidad.
- Distancias.
- Abatimientos
- Cambios de Plano
- Giros.
- Ángulos.
- Triedros.

1. Descripción del Sistema Diédrico:

También denominado de doble proyección, o de Monge es un sistema de proyecciones cilíndricas en el que únicamente se emplea la proyección ortogonal.

Sus elementos básicos son:

Plano Vertical

Línea de Tierra

Plano Horizontal

Cada uno de los planos al intersectarse con el anterior queda dividido en dos semiplanos, separados por la ya mencionada línea de tierra, quedando así dividido en espacio en cuatro ángulos diédricos, denominados sucesivamente primer, segundo, tercer y cuarto cuadrantes.

2º Cuadrante 1er Cuadrante

3er Cuadrante 4º Cuadrante

Para representar en el plano, en nuestro caso en el papel, el dibujo de las dos proyecciones que, en el espacio, proporciona el sistema Diédrico, hay que conseguir que ambas queden situadas sobre un único plano, el plano del dibujo, esto lo conseguiremos por medio de un sencillo abatimiento alrededor de la línea de tierra (figura anterior).

• El Punto. Alfabeto del punto

La proyección ortogonal de un punto del espacio P, es el pie de la perpendicular, trazada por el punto al plano, de manera que en sistema Diédrico un punto queda totalmente definido tras conocer sus proyecciones horizontal y vertical respectivamente denominadas alejamiento y cota, así pues acabamos de definir **cota** como la distancia de un punto al plano horizontal y **alejamiento** como la distancia de un punto al plano

vertical

Cota + Cota +

Alejamiento – Alejamiento –

Cota – Cota –

Alejamiento – Alejamiento +

Se denomina **Plano Bisector** de un ángulo diedro al plano que, pasando por la arista, contiene a la bisectriz del ángulo rectilíneo correspondiente al diedro, dividiendo a los diedros en dos partes iguales denominadas **octantes**.

Alfabeto del Punto

Las 17 posiciones que puede ocupar un punto en el espacio respecto a los planos de proyección reciben el nombre de alfabeto del punto.

- Puntos situados en los planos de proyección: (5 posiciones)

Poseen la característica común de que todos poseen una de sus trazas sobre la línea de tierra.

a' A a

- Puntos situados en los planos bisectores: (4 posiciones)

Poseen la característica común de equidistar de los planos diedros correspondientes.

- Puntos situados en los octantes: (8 posiciones)

3. La Recta, trazas, partes vistas y ocultas, alfabeto de la recta

Las tres posiciones que puede adoptar una recta respecto a un plano son:

Paralela R

Perpendicular S

Inclinada T

Trazas de Una Recta:

Se denominan trazas de una recta, a los puntos en los cuales la recta corta a los planos de proyección. La intersección con el plano vertical será un punto que en lo sucesivo notaremos por (v, v'), por su parte la intersección con el plano horizontal da lugar a un nuevo punto que denominaremos traza horizontal y que en lo sucesivo notaremos por [h', h], por ejemplo tenemos las siguientes:

2º Cuadrante 1er Cuadrante 4º Cuadrante

Trazas con los bisectores

El punto en el que una recta corta a los planos bisectores también recibe la categoría de puntos notables de una recta, así el punto de intersección de una recta con el primer bisector será aquel punto de la recta con idénticas cota y alejamiento, de la misma manera donde la recta corta al segundo bisector tendrá idénticas cota y alejamiento pero en este caso sus trazas aparecerán confundidas.

Partes Vistas y Ocultas de una Recta

En primer lugar, para determinar las partes vistas y ocultas de una recta hemos de tener presente que se supondrá en todo caso al observador situado frente al primer diedro, por lo que sólo verá lo situado en dicho diedro, así pues siempre habremos de tener presente que los únicos puntos de la recta visibles para el observador serán los situados en dicho diedro.

Alfabeto de la recta

Las distintas posiciones que pueden adoptar las rectas respecto a los planos de proyección constituyen el denominado alfabeto de la recta, en particular las posibles posiciones que pueden adoptar las rectas son 53.

Rectas Paralelas a la Línea de Tierra

Suman un total de 17 posiciones descritas a continuación:

Rectas Paralelas a la Línea de Tierra:

Rectas Perpendiculares a la Línea de Tierra

Suman un total de 6 posiciones descritas a continuación:

Rectas Paralelas a la Los planos de Proyección

Suman un total de 6 posiciones descritas a continuación:

Rectas Oblicuas a la Los planos de Proyección

Suman un total de 4 posiciones descritas a continuación:

Rectas Oblicuas a la Los planos de Proyección que cortan a la Línea de Tierra

Suman un total de 4 posiciones descritas a continuación:

PERPENDICULARES A L.T.

OBLICUAS A L.T.

Rectas Paralelas a los planos bisectores

Suman un total de 6 posiciones descritas a continuación:

Rectas De Perfil

Suman un total de 10 posiciones descritas a continuación:

En todos estos casos las trazas se encuentran siempre en una misma perpendicular a la línea de tierra.

Pueden ser perpendiculares u oblicuas a los bisectores, en el primer caso las trazas equidistan de LT y en el segundo no.

Rectas Perpendiculares a los bisectores y simultáneamente, de perfil

Rectas de perfil oblicuas a los bisectores

4. El Plano, Trazas, Partes vistas y ocultas, Alfabeto del Plano

Trazas del plano

Se denominan trazas de un plano a las intersecciones de dicho plano con los planos de proyección vertical y horizontal respectivamente.

En realidad P y P' son respectivamente las trazas horizontal y vertical de sendas rectas situadas sobre los planos de proyección, rectas resultado de la intersección entre dos planos.

Modo de situar una recta en un plano dado por sus trazas

Modo de Reconocer si un punto está contenido en un plano

Para que un punto esté contenido en un plano ha de estar contenido en una recta perteneciente a dicho plano

M está contenido

en [P]

Determinación del plano

Un plano puede determinarse de las siguiente formas:

- Por tres puntos no alineados.
- Por dos rectas que se cortan.
- Por dos rectas paralelas.
- Por un punto y una recta que no se pertenezcan.

En cualquiera de estos supuestos pueden obtenerse las trazas del plano y consecuentemente determinarse completamente el plano. Estudiemos en detalle la determinación del plano por dichos procedimientos:

Determinación del plano por tres puntos no alineados:

1º Obtenemos las rectas R y S resultado de unir A con B y A con C

2º La Intersección de ambas rectas será lógicamente A

Determinación del plano por dos rectas que se cortan:

Determinación del plano por dos rectas paralelas:

Determinación de un plano por una recta y un plano que no se pertenezcan:

Rectas Particulares de un Plano

- Recta Horizontal de un Plano

Se trata de una recta horizontal situada en el plano:

- Recta Frontal de un plano

Es una recta situada en el plano y paralela al Plano Vertical de Proyección.

- Línea de Máxima Pendiente

Recta contenida en un plano dado que forma el mayor ángulo posible con el plano horizontal de proyección.(S)

- Línea de Máxima Inclinación:

Recta contenida en un plano dado que forma el mayor ángulo posible con el plano vertical de proyección.(R)

Alfabeto del Plano

Las posiciones que pueden adoptar los planos respecto a los de proyección son 23 que describiremos a continuación:

- Planos Proyectantes:

[2 Posiciones]

Proyectante al Proyectante al

Horizontal o Vertical Vertical o de Canto

- Planos Paralelos a los de Proyección

[6 Posiciones] Estos planos son también proyectantes, puesto que son perpendiculares y paralelos respectivamente a los planos de proyección, tendrán una única traza, ya que al ser paralelos a uno de los planos de proyección la otra traza será impropia.

- Planos Paralelos a los bisectores

[6 Posiciones]

- Planos Paralelos a L. T.

[4 Posiciones]

- Planos que pasan por la L. T.

[2 Posiciones]

- Planos Perpendiculares a los Bisectores

[3 Posiciones]

Plano Perpendicular al primer bisector pero oblicuo al segundo.

Plano Perpendicular al segundo Bisector y oblicuo respecto al primero.

Plano Perpendicular a los dos bisectores

Traza de una Recta de Perfil

5. Intersección de Planos

Procedimiento General:

Es conocido el hecho de que la intersección entre dos planos es una recta, el procedimiento para obtener dicha recta aunque resulte paradójico, consiste en utilizar otros dos planos auxiliares cualesquiera que cortarán a los dos primeros en sendas rectas que se cortarán en puntos pertenecientes a la recta intersección de los dos primeros de manera que uniendo dichos puntos obtendremos la recta intersección buscada inicialmente.

Intersección de dos planos cualesquiera

En el caso de intersecar dos planos oblicuos, la intersección de sus trazas homónimas, determinan las trazas h y v' respectivamente, trazas de la recta intersección de ambos planos.

Intersección de un plano oblicuo cualquiera con otro horizontal.

La intersección de un plano horizontal cualquiera con un plano oblicuo P , P' es una recta horizontal del plano dado $[P]$, de la siguiente manera:

Intersección de un plano oblicuo cualquiera con otro proyectante.

Basta recordar que para hallar la intersección entre dos planos es suficiente con intersecar las trazas homónimas de ambos planos.

[Oblicuo – Proyectante al vertical]

[Proyectante al vertical quiere decir que en el plano vertical todo queda confundido en una línea]

[Oblicuo – Proyectante al horizontal]

Intersección de un proyectante al vertical con un proyectante al horizontal:

Intersección de planos proyectantes verticales

Intersección de planos proyectantes horizontales

Intersección de un plano oblicuo cualquiera con otro paralelo a L.T.

Intersección de Planos Paralelos a la Línea de Tierra

Con auxilio del plano de perfil

Intersección de un plano oblicuo cualquiera con otro paralelo al vertical:

Intersección de un plano cualquiera con el segundo bisector

Intersección de un plano cualquiera con el primer bisector

Intersección de un plano que pasa por LT con otro perpendicular al 2º Bisector

1º Auxiliémonos del Plano de Perfil [M]

2º Hallemos la proyección del punto B en este plano de perfil

3º Auxiliémonos ahora de un plano paralelo a la línea de tierra [T] que contenga al punto B perteneciente a su vez al plano [Q] con el que intersecará según la recta **R**

4º La intersección de [T] con [P] es la recta **S**

5º Intersequemos ahora R con S y obtendremos un punto K de la recta donde se cortan [Q] y [P], lo cual unido al punto donde el plano [P] corta a la L.T. nos da lugar a la recta intersección buscada.

Intersección de dos planos cuyas trazas se cortan en un mismo punto sobre LT:

Intersección de dos planos cuando sus trazas se cortan fuera de los límites del dibujo:

6. Intersección de Recta y Plano

De todos es conocido el hecho de que la intersección entre una recta y un plano es un punto, lo que puede no parecer tan claro es que para hallar dicha intersección es necesario contener dicha recta en un plano, para así intersecando ambos planos, obtener otra recta que intersecará con la primera en la intersección buscada, es decir, el punto de intersección entre el plano y la recta iniciales.

En el sistema Diédrico la resolución de este problema no entraña dificultad alguna como vamos a ver a continuación:

Visibilidad de una recta al cortar un plano:

Toda recta al cortar un plano que se considere opaco, queda dividida en dos partes o semirrectas precisamente a partir del punto de intersección con el plano, una de estas partes o semirrectas es visible y otra oculta, excepto cuando el plano es de perfil.

Intersección de una recta dada con un plano que pasa por LT

Intersección de una recta con un plano dado por dos rectas:

Recta que corta a otras tres dadas

- Tomemos tres rectas R, S y T
- Tomemos un punto A perteneciente por ejemplo a R
- Hallemos los planos P y Q respectivamente definidos a partir de dicho punto A y las otras dos rectas.
- Intersequemos ahora los planos así obtenidos
- La recta intersección de ambos pasará necesariamente por A pero además será una de las infinitas rectas que podemos obtener que corten a las tres dadas.

Recta que corta a otras dos siendo paralela a otra dada:

Trazamos por cada una de las rectas dadas sendos planos paralelos a la tercera recta, siendo su intersección la recta que buscamos:

Intersección de una recta contenida en el 2º bisector y paralela a LT, con un plano perpendicular al 2º bisector.

Contenemos r en H

Intersecamos H y P ! S

La intersección R con S ! I

Punto de Intersección de tres planos:

Sabido es que la intersección entre dos planos es una recta y que la intersección de esta con otro plano es un punto, que a su vez será la intersección entre los tres planos.

Tomemos, por ejemplo, un plano paralelo a la línea de tierra, uno proyectante al vertical y otro oblicuo como se muestra a continuación:

7. Paralelismo

Rectas Paralelas en Sistema Diédrico:

Dos rectas paralelas en el espacio habrán de cumplir necesariamente la condición de mantener sus trazas homónimas paralelas en sistema Diédrico, como vemos a continuación:

Caso de Indeterminación de paralelismo entre rectas de perfil:

Las proyecciones diédricas de dos rectas de perfil resultan ser siempre paralelas por ser ambas perpendiculares a la línea de tierra, sin embargo puede suceder y de hecho sucede que tal paralelismo no existe en el espacio, la forma más sencilla de comprobar si tal paralelismo es real es llevándonos ambas rectas al plano de perfil donde habrán de mantener su paralelismo.

Trazar por un punto dado una recta paralela a otra dada:

Planos Paralelos:

Parece evidente el hecho de que al cortar dos planos paralelos por un plano cualquiera, las rectas de intersección de estos con este último son rectas paralelas, de hecho se deduce que dos planos paralelos en el espacio mantienen su paralelismo en sistema Diédrico, es decir, sus trazas como intersecciones que son con los planos vertical y horizontal habrán de permanecer paralelas.

Trazar por un punto un plano paralelo a otro dado

Plano Paralelo a una Recta, pasando por un punto [infinitas soluciones]

8. Perpendicularidad

Al contrario que con el paralelismo, la perpendicularidad no se manifiesta en sistema Diédrico salvo en el caso de recta y plano, por lo que haremos uso de este hecho para poder afirmar o negar la verdadera

perpendicularidad en el sistema Diédrico.

Recta Perpendicular a un plano

Por ser R perpendicular a un plano P, lo es a todas las rectas contenidas en dicho plano, y en particular a las rectas denominadas trazas de dicho plano en sistema Diédrico.

Recta Perpendicular a un plano pasando por un punto:

Plano Perpendicular a una recta pasando por un punto dado

Rectas Perpendiculares entre sí

Hemos de comenzar trazando un plano perpendicular a la recta dada, si la recta que tenemos pertenece a dicho plano será perpendicular a la primera:

S es perpendicular

a R por pertenecer

a P que es perpendicular

a R.

Planos Perpendiculares entre sí:

Un plano P es perpendicular a otro Q si Q contiene una única recta perpendicular a P, por lo cual estaremos frente a un problema con infinitas soluciones:

- Distancias

39

ALCaRo 2001