

PRACTICA

DESVIACION DE UN HAZ DE LÁSER EN UN MEDIO NO HOMOGÉNEO

Introducción:

Comentaremos brevemente antes de hacer un desarrollo completo las partes más importantes de la práctica.

Materiales:

Láser, cubeta de cristal, alcohol, agua, bureta, cámara con zoom conectada a un ordenador, foco y una pantalla.

Hay que tener en cuenta que el láser debe estar orientado de tal forma que el reflejo del mismo en la cubeta coincida con el foco, para ello la cubeta tiene que estar colocada ortogonalmente al láser. Mediante una lente, en una pantalla (colocada entre la cámara y la cubeta) obtenemos una línea recta que debe formar un ángulo de 45° con la vertical. El alcohol debe ser vertido con una velocidad uniforme, y teniendo en cuenta que las gotas al caer no deben golpear bruscamente sobre el corcho. Para que esto no ocurra se debe levantar continuamente la bureta.

OBJETIVOS:

- a) Estudiar la trayectoria de la luz en medio no homogéneo
- b) Calcular la variación del índice de refracción
- c) Estudiar la difusión de dos líquidos no miscibles
- d) Calcular como varía la concentración relativa de ambos

Seguidamente explicaremos el desarrollo de la práctica paso a paso, teniendo en cuenta que los datos del laboratorio son:

distancia pantalla cubeta= $a=400$ mm distancia cubeta lente= $b=1450$ mm

espesor= $e=20$ mm $n_{\text{agua}}=1.333$ $n_{\text{alcohol}}=1.364$

Donde los índices de refracción se obtuvieron a partir del refractómetro de Abbe.

En primer lugar colocamos el láser adecuadamente tal como se explicó anteriormente y procedemos a llenar la cubeta de agua, asegurando que las paredes están bien limpias. Se introduce un trozo de corcho blanco que

sirve para que el alcohol y el agua no se mezclen bruscamente para poder crear bien la interfase. Poco a poco se va depositando el alcohol y en la pantalla se va observando como se va formando un pico.

Después de haber vertido el alcohol se tapa la cubeta con un cristal. Seguidamente hay que tomar fotos de la evolución del pico cada 30 min.

Antes de tomar todas las fotos hay que hacer una escala, la cual se hace tomando una foto de muestra de la pantalla. Esto nos proporciona una matriz cuyo primer elemento es el numero de pixels distintos de cero, el segundo, la longitud proporcionada y el tercero la escala.

El segundo programa a utilizar normaliza las areas parciales de las curvas.

Desarrollo teórico:

Un medio con índice de refracción variable con la altura desvía los rayos del láser. Conociendo las desviaciones de los rayos obtendremos el valor del índice de refracción en cada punto. Para conseguir este índice variable ponemos en contacto dos líquidos, en este caso agua y alcohol, cuya concentración variará con la altura.

Pasemos a calcular teóricamente la desviación que sufre el rayo. Hay que tener en cuenta que en un desplazamiento infinitesimal el índice de refracción permanece constante. Partimos de la ecuación de la trayectoria:

$$n \frac{d(n\tau)}{ds} = \frac{dn}{ds} \tau +$$

$$\frac{n}{\rho} \eta$$

$$\frac{dn}{ds}$$

=0, debido a que el espesor de la cubeta es pequeño, así que se considera n cte tal como se mencionó anteriormente.

$$\text{Entonces: } \frac{dn}{dx} i + \frac{dn}{dy} j + \frac{dn}{dz} k = \frac{n}{\rho} j$$

$$\frac{dn}{dy} = \frac{n}{\rho}$$

Siendo ρ el radio de la curvatura en el punto considerado. Esta expresión es cierta ya que hemos tenido en cuenta que el vector normal a la trayectoria de la luz (aproximadamente) es igual al vector unitario. Asemejando la trayectoria de cada rayo dentro del recipiente a un arco de circunferencia, (ver figura 2); nos proponemos obtener una expresión que nos de el índice de refracción a cualquier altura en función de las áreas parciales Ax' .

Primero buscamos la relación entre x' e y que será dada por triángulos semejantes y construcción geométrica (ver figura 1):

$$\text{tg} = \frac{x}{b}$$

$$= \frac{x}{a+b}$$

$$-\frac{y}{b} = \frac{x}{a+b}$$

$$x = \frac{(a+b)}{b} y$$

$$y = mx \quad m = \tan 45 = 1 \text{ así } y = x$$

Donde θ es la desviación total de un rayo después de atravesar un líquido, y θ el ángulo que forma el rayo a la salida del recipiente.

Sen

$$= \frac{y}{a} \quad y = a \sin \theta$$

2

A partir de la ley de Snell:

$$n \sin \theta = \sin \theta$$

Si θ , θ ! Obtendremos que $n =$. Del dibujo podemos observar que si:

$$\sin \theta = \frac{e}{\rho}$$

Teniendo en cuenta todo esto , e introduciéndolo en la ecuación primera : $y = a \sin \theta = ae \frac{dn}{dy}$

Y teniendo en cuenta que:

$$\frac{dn}{dy} = \frac{n}{\rho} \quad y = ae \frac{dn}{dy}$$

$$y' = ae \frac{dn}{dx} \frac{dx}{dy} = ae \frac{(a+b)}{b} \frac{dn}{dx} \quad y(x) = ae \frac{(a+b)}{b} \frac{dn}{dx}$$

siendo $x' = \frac{(a+b)ae}{b} y$

$$\text{Así tenemos que: } y'(x') dx' = \frac{ae(a+b)}{b} dn \quad \int_0^x \frac{b}{(a+b)ae} y(x) = \int_{n_0}^n n dn$$

Así resolviendo la integral $n(x') = n_0 +$

$$\frac{b}{(a+b)ae} \Delta x$$

Hay que mencionar que los límites de integración son entre $x'=0$, al que le corresponde un índice de refracción n_0 del agua pura, y cualquier valor de x' al que le corresponde el índice de refracción n .

Una vez hecho este estudio teórico, es conveniente representar en una gráfica (graf 1). La normalización de las áreas parciales de las curvas. Esta gráfica la obtenemos sin más que relacionar el área parcial con n , a través de la ley obtenida anteriormente.

Tenemos que hacer un estudio sobre los errores cometidos. Para ello partimos de la suposición de que los programas matemáticos utilizados no cometen ningún error y que los errores que cometen los aparatos utilizados a la hora de medir a , b y e son:

$$a = e = b = 0.1 \text{ cm}$$

Por cálculo de errores una magnitud que dependa de varias variables, el error cometido viene dado por la siguiente expresión:

$$\Delta E = \left| \frac{A}{x_i} \right| \Delta x_i$$

Donde x_i son las variables que cometen el error y A las variables a estudiar. En nuestro caso, analizando la expresión:

$$n(x') = n_0 + \frac{b}{ae(a+b)} A(x')$$

Vemos que las variables que cometen el error son a , b y e . El error cometido al que llamamos n vendrá dado por:

$$\Delta n = \frac{n(x)}{a} \Delta a + \frac{n(x)}{b} \Delta b + \frac{n(x)}{e} \Delta e$$

$$\Delta n = \frac{A(x)b(2a+b)}{e[a(a+b)]^2} \Delta a + \frac{A(x)}{(a+b)^2} \Delta b + \frac{bA(x)}{e^2 a(a+b)} \Delta e$$

Vemos en las tablas que $A(x')$ varía entre 0 y 3.3 cm y teniendo en cuenta los valores de a , b , e , a , b y e obtenemos el siguiente valor para n :

$$n = 0.00031$$

Pasemos a estudiar el proceso de difusión de dos líquidos no miscibles. Para ello hay que tener en cuenta que :

Denominamos c a la concentración relativa del agua con el alcohol, a este valor c le corresponde un valor del índice de refracción n , donde n es variable entre n_0 y n_1 .

n_0 "agua" $c=0$ n_1 "alcohol" $c=1$

Suponiendo la relación entre c y n lineal, es decir $c=an+b$ y con estos datos obtendremos la recta buscada, que nos proporciona la variación de la concentración con respecto al índice.

Para estudiar el proceso de difusión de los dos líquidos miscibles tenemos que ver la curva $c(y_1)$ frente a y_1 . Se puede comprobar que con el paso del tiempo la curva se va atenuando.

No es imprescindible determinar los y_{1i} , con $i=1,2,3,4$ que son los valores de y_1 en la toma i para el valor de nuestra concentración. Este valor para un $n=1.350$ es de $c=0.9875$, siendo la ecuación de la recta $c=58.47n-77.94$. Ahora bien, solo existe un valor de y_1 que este totalmente determinado para el valor de c , obtenido en la toma 1. Los demás valores los obtendremos de la siguiente manera:

Haciendo el corte de nuestra recta para $n=1.350$ con las rectas que salen a la hora de representar c frente a n (son una recta por cada toma). Nos damos cuenta que existe un punto inmediatamente inferior y otro superior para el valor constante de $n=1.350$. Considerando la recta de unión de estos puntos y haciendo la intersección con la recta para nuestro n determinamos el resto de los valores de y_1 .

Estos cuatro valores de y son absolutamente necesarios para calcular la velocidad de difusión del alcohol en el agua.

$$V_{\text{difusión},1} = \frac{y_{12} - y_{11}}{\Delta t} = \dots$$

$$V_{\text{difusión},2} = \frac{y_{13} - y_{12}}{\Delta t}$$

$$= \dots$$

$$V_{\text{difusión},3} = \frac{y_{14} - y_{13}}{\Delta t} = \dots$$

Siendo t el tiempo entre cada foto.

Con estas medidas lo que realmente importa es calcular el valor medio de la velocidad de difusión:

$$V = \frac{V_1 + V_2 + V_3}{3} = \dots$$

NOTA: Estos últimos cálculos no los hemos podido determinar debido a un fallo del diskette por lo que no imprimimos la tabla de valores ni la representación de c frente a n . Luego nos era imposible determinar tanto y_{11} como los puntos inmediatamente superior e inferior en las demás tomas, para mediante una regresión lineal obtener y_{12} , y_{13} y y_{14} . Por recomendación suya hemos dejado estos últimos cálculos indicados de cómo se deberían haber hecho.