

ALGEBRA LINEAL I

UNIDAD I

MATRICES

–Sistemas de 3 ecuaciones con tres incógnitas.

EJERCICIO 1

$$3x + y + z = 6$$

$$x - y + 2z = 4$$

$$2x + y - z = 1$$

$$s = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = (3+1+4+2-6+1)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$X \begin{pmatrix} 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = (6+4+2+4-12+1)$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Y \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = (-12+1+24+6-6-8)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$z \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (-3+6+8-1-12+12)$$

$$3 \ 1 \ 6$$

$$1 \ -1 \ 4$$

Sustituyendo los valores:

$$x = x = (5) = 1$$

$$s \ (5)$$

$$y = y = (5)$$

$$s \ (5)$$

$$z = z = (10)$$

$$s \ (5)$$

EJERCICIO 2

$$2x + y - z = 2$$

$$x + y + 4z = 11$$

$$-5x + y + z = -1$$

$$s \ 2 \ 1 \ -1$$

$$1 \ 1 \ 4 = (2 - 1 - 20 - 1 - 8 - 5)$$

$$-5 \ 1 \ 1$$

$$2 \ 1 \ -1$$

$$1 \ 1 \ 4$$

$$x \ 2 \ 1 \ -1$$

$$11 \ 1 \ 4$$

$$-1 \ 1 \ 4 = (2 - 11 - 4 - 11 - 8 - 1)$$

$$2 \ 1 \ -1$$

$$11 \ 1 \ 4$$

$$y \ 2 \ 2 \ -1$$

$$1 \ 11 \ 4$$

$$-5 \ -1 \ 1 = (22 + 1 - 40 - 2 + 8 - 55)$$

$$2 \ 2 \ -1$$

$$1 \ 11 \ 4$$

$$z \ 2 \ 1 \ 2$$

$$1 \ 1 \ 11$$

$$-5 \ 1 \ -1 = (-2+2-55+1-22+10)$$

$$2 \ 1 \ 2$$

$$1 \ 1 \ 11$$

Sustituyendo valores:

$$x = x = (-33)$$

$$s \ (-33)$$

$$y \ (-66)$$

$$y =$$

$$s \ (-33)$$

$$z \ (-66)$$

$$z =$$

$$s \ (-33)$$

EJERCICIO 3

$$2x + 2y - z = 4$$

$$5x - 3y - 8z = -20$$

$$-x + 5y + 3z = 14$$

$$s \ 2 \ 2 \ -1$$

$$5 \ -3 \ -8 = (-18-25+16-30+80+3)$$

$$-1 \ 5 \ 3$$

$$2 \ 2 \ -1$$

$$5 \ -3 \ -8$$

$$x \ 4 \ 2 \ -1$$

$$-20-3-8 = (-36+100-64+120+160-42)$$

$$14 \ 5 \ 3$$

$$4 \ 2 \ -1$$

$$-20-3-8$$

$$y \ 2 \ 4 \ -1$$

$$5-20-8 = (-120-70+32-60+224+20)$$

$$-1 \ 14 \ 3$$

$$2 \ 4 \ -1$$

$$5-20-8$$

$$z \ 2 \ 2 \ 4$$

$$5-20-8 = (-84+100+40-140+200-12)$$

$$-1 \ 14 \ 3$$

$$2 \ 4 \ -1$$

$$5-20-8$$

Sustituyendo valores:

$$X = x \ (78)$$

$$=$$

$$s \ (26)$$

$$y = y \ (26)$$

$$=$$

$$s \ (26)$$

$$z = z \ (104)$$

$$=$$

$$s \ (26)$$

EJERCICIO 4

$$-4x + 3y - z = 9$$

$$3x - y + 3z = -2$$

$$x + y + 2z = 3$$

$$s - 4 \quad 3 - 1$$

$$3 - 1 \quad 3 = (8 - 3 + 9 - 18 + 12 - 1)$$

$$1 \quad 1 \quad 2$$

$$-4 \quad 3 - 1$$

$$3 - 1 \quad 3$$

$$X \quad 9 \quad 3 - 1$$

$$-2 - 1 \quad 3 = (-18 + 2 + 27 + 12 - 27 - 3)$$

$$3 \quad 1 \quad 2$$

$$9 \quad 3 - 1$$

$$-2 - 1 \quad 3$$

$$Y \quad 4 \quad 9 - 1$$

$$3 - 2 \quad 3 = (-16 - 9 + 27 + 54 - 36 - 2)$$

$$1 \quad 3 \quad 2$$

$$4 \quad 9 - 1$$

$$3 - 2 \quad 3$$

$$z - 4 \quad 3 \quad 9$$

$$3 - 1 - 2 = (12 + 27 - 6 - 27 - 8 + 9)$$

$$1 \quad 1 \quad 3$$

$$-4 \quad 3 \quad 9$$

$$3 - 1 - 2$$

Sustituyendo valores:

$$x (-7)$$

$$x = =$$

$$s (7)$$

$$y(14)$$

$$y =$$

$$s(7)$$

$$z = z(7)$$

$$=$$

$$s(7)$$

EJERCICIO 5

$$4x + 3y + z = -1$$

$$7x - 2y + 7z = 20$$

$$2x + y + 4z = 1$$

$$s \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$7 \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} = (-32 + 7 + 42 - 84 - 28 + 4)$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$4 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$7 \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$x \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$7 \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix} = (8 + 20 + 21 - 240 + 7 + 2)$$

$$1 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$4 \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$7 \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$Y \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$7 \begin{pmatrix} 20 \\ 7 \end{pmatrix} = (320 + 7 - 14 + 28 - 28 - 40)$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$4 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$7 \begin{pmatrix} 20 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$z \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$7-2 \ 20 = (-8-7+120-21-80-4)$$

$$2 \ 1 \ 1$$

$$4 \ 3 \ -1$$

$$7-2 \ 20$$

Sustituyendo valores:

$$X = x \ (-182)$$

$$=$$

$$s \ (-91)$$

$$y \ (273)$$

$$y = =$$

$$s \ (-91)$$

$$z = z \ (0)$$

$$= \ (-91)$$

$$s$$

OPERACIONES MATRICES

Sumar las matrices A y B:

- $5 \ 9 \ 5 \ 6 \ 9 \ 6 \ 11 \ 18$
- $4 \ 3 + 2 \ 9 \ 5 = 4 \ 13 \ 8$
- $9 \ 7 \ 0 \ 6 \ 8 \ 3 \ 15 \ 15$

$$3A - B =$$

$$5 \ 6 \ 8 \ 1 \ 2 \ 3 \ 14 \ 16 \ 21$$

$$2 \ 3 \ 0 - 0 \ 5 \ 7 = 6 \ 4 \ -7$$

$$1 \ 2 \ 6 \ 3 \ 6 \ 5 \ 0 \ 0 \ 13$$

Hacer la operación de A*B:

$$1 \ -1 * 2 \ 1 \ 3 \ 1 \ 2 \ 1$$

$$A = 1 \ 2 \ 1 \ -1 \ 2 = 4 \ -1 \ 7$$

UNIDAD II

METODO DE ELIMINACIÓN

Consiste en ir eliminando una de las tres variables en dos ecuaciones y luego de las otras dos ecuaciones de este modo después se vuelve a eliminar otra variable de estas de las otra ecuaciones que se formaron con estas eliminaciones y así se llega al resultado de una de las variables, es por esto que se le llama METODOD DE ELININACIÓN.

EJERCICIO 1

$$2x - y + 3z = -4 \quad (1)$$

$$3x - 2y + z = -2 \quad (2)$$

$$-x - 5y + 2z = 2 \quad (3)$$

La (1) con la (3)

$$2x - 2y + 3z = -4 \quad 2x - y + 3z = -2$$

$$(2) -x - 5y + 2z = -2 + -2x - 10y - 4z = -8$$

$$-11y - z = -8 \quad (4)$$

La (2) con la (3)

$$3x - 2y + z = -2 \quad 3x - 2y + z$$

$$(3) -x - 5y + 2z = 2 + -3x - 30y + 6z = 6$$

$$-32y + 7z = 4 \quad (5)$$

La (4) con la (5)

$$(7) 11y - z = -8 \quad -77y - 7z = -56$$

$$-32y + 7z = 4 + -32y + 7z = 4$$

$$-109y = -52$$

EJERCICIO 2

$$x + 2y + 2z = 6 \quad (1)$$

$$2x + 2y + 2z = 6 \quad (2)$$

$$3x + y + 4z = 10 \quad (3)$$

La uno con la dos:

$$(-2)x + 2y + 2z = 6 \quad -2x - 4y - 4z = -18$$

$$2x + 2y + 2z = 6 \quad 2x + 2y + 2z = 6$$

$$-2y - 2z = 6 \quad (4)$$

La uno con la tres:

$$(-3)x + 2y + 2z = 6 \quad -3x - 6y - 6z = -18$$

$$3x + y + 4z = 10 \quad 3x + y + 4z = 10$$

$$-5y - 2z = -2 \quad (5)$$

La cuatro con la cinco:

$$(-5)-2y - 2z = 6 \quad 10y + 10z = -30$$

$$(2)-5y - 2z = -2 \quad -10y - 4z = -4$$

$$6z = 34$$

$$z = 34/6$$

Sustituyendo z en la cuatro

$$-2y - 2z = 6$$

$$-2y - 2(34/6) = 6$$

$$-2y - 68/6 = 6$$

$$-2y = 6 + 68/6$$

$$y = (52/3) / (-2)$$

$$y = -26/3$$

Sustituyendo y & z en la uno

$$x + 2y + 2z = 6$$

$$x + 2(-26/3) + 2(34/6) = 6$$

$$x - 52/3 + 68/6 = 6$$

$$x = 52/3 - 68/6 + 6$$

$$x = 12$$

EJERCICIO 3

$$-x + 2y = -10 \quad (1)$$

$$2x - 2y = 32 \quad (2)$$

La uno con la dos:

$$(2) -x + 2y = -10 \quad -2x + 4y = -20$$

$$2x - 2y = 16 \quad 2x - 2y = 32$$

$$2y = 12$$

$$y = 12/2$$

$$y = 6$$

Sustituir y en la ecuación uno

$$-x + 2y = -10$$

$$-x + 2(6) = -10$$

$$-x + 12 = -10$$

$$-x = -10 - 12$$

$$-x = -22$$

$$x = 22$$

EJERCICIO 4

$$x + 2y - 4z = 6 \quad (1)$$

$$-2x - 4y + 8z = 6 \quad (2)$$

$$3x + 2y - 4z = 10 \quad (3)$$

La uno con la dos:

$$(2) x + 4y - 8z = 4 \quad 2x + 8y - 16z = 8$$

$$-2x - 4y + 8z = 8 \quad -2x - 4y + 8z = -8$$

$$4y - 8z = 0 \quad (4)$$

La uno con la tres:

$$(-3)x + 2y - 4z = 4 \quad -3x - 6y + 12z = -18$$

$$3x + 2y - 4z = 6 \quad 3x + 2y - 4z = 6$$

$$-4y + 8z = -6 \quad (5)$$

La cuatro con la cinco:

$$(-1)4y - 8z = 0 \quad -4y + 8z = 0$$

$$4y + 8z = -6 \quad 4y + 8z = -6$$

$$16z = -6$$

$$z = -6/16$$

Sustituyendo z en la cuatro

$$4y - 8z = 0$$

$$4y - 8(-3/8) = 0$$

$$4y + 3 = 0$$

$$4y = -3$$

$$y = -3/4$$

Sustituyendo y & z en la uno

$$x + 2y - 4z = 4$$

$$x + 2(-3/4) - 4(3/8) = 4$$

$$x - 6/4 - 12/8 = 4$$

$$x = 6/4 + 12/8 + 4$$

$$x = 7$$

EJERCICIO 5

$$x + y = 4 \quad (1)$$

$$2x - 3y = 7 \quad (2)$$

La uno con la dos:

$$(3)x + y = 4 \quad 3x + 3y = 12$$

$$2x - 3y = 7 \quad 2x - 3y = 7$$

$$5x = 19$$

$$x = 19/5$$

Sustituir x en la ecuación uno:

$$x + y = 4$$

$$19/5 + y = 4$$

$$y = 4 - 19/5$$

$$y = 1/5$$

METODO DE ELIMINACIÓN DE GAUSS

Consiste en aplicar transformaciones elementales e ir logrando la eliminación consecutiva de las incógnitas con el propósito de llegar a un sistema equivalente que tenga la forma escalonada.

EJERCICIO 1

$$2x + y + 3z = 2$$

$$-x + 3y - z = 2$$

$$x + 2y + 3z = 1$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 2 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 2 & 3 & 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} -1 & 3 & -1 & 2 & -1 & 3 & -1 & 2 & 0 & 5 & 2 & 3 & 0 & 5 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & -3 & -3 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 0 & 5 & 2 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 3 & 0 \end{array} 3z = 0$$

$$z = 0$$

$$5y + 2z = 3$$

$$5y + 2(0) = 3$$

$$5y = 3$$

$$y = 3/5$$

$$x + 2y + 3z = 1$$

$$x + 2(3/5) + 3(0) = 1$$

$$x + 6/5 = 1$$

$$x = -6/5$$

EJERCICIO 2

$$3x - y + z = 5$$

$$2x + 2y + 3z = 3$$

$$x + y + z = 1$$

$$3 \begin{matrix} -1 & 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$2 \begin{matrix} 2 & 3 & 3 & 3 & -1 & 1 & 5 & 0 & -4 & -2 & 2 \end{matrix}$$

$$1 \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix}$$

$$Z = 1$$

$$-4y - 2z = 2$$

$$-4y - 2(1) = 2$$

$$-4y - 2 = 2$$

$$-4y = 4$$

$$y = 4/-4$$

$$y = -1$$

$$x + y + z = 1$$

$$x + (-1) + (1) = 1$$

$$x - 1 + 1 = 1$$

$$x = 1 + 1 - 1$$

$$x = 1$$

EJERCICIO 3

$$4x + 3y + 2z = -9$$

$$-2x - 2y - z = 5$$

$$x + 4y + 2z = -7$$

$$4 \begin{matrix} 3 & 2 & -9 & 1 & 4 & 2 & -7 & 1 & 4 & 2 & -7 & 1 & 4 & 2 & -7 \end{matrix}$$

$$-2 \begin{matrix} -2 & -1 & 5 & -2 & -2 & -1 & 5 & 0 & 6 & 3 & -9 & 0 & 6 & 3 & -9 \end{matrix}$$

$$1 \begin{matrix} 4 & 2 & -7 & 4 & 3 & 2 & -9 & 0 & -13 & -6 & -37 & 0 & -1 & -6/13 & -37/13 \end{matrix}$$

$$1 \begin{matrix} 4 & 2 & -7 \end{matrix}$$

$$0 \begin{matrix} 6 & 3 & -9 \end{matrix}$$

$$0 \ 042/13 - 339/13$$

$$42/13z = -339/13$$

$$z = (-339/13) / (42/13)$$

$$z = -113/14$$

$$6y + 3z = -9$$

$$6y + 3(-113/14) = -9$$

$$6y - 339/14 = -9$$

$$6y = -9 + 339/14$$

$$6y = 213/14$$

$$y = 8213/14)/6$$

$$y = 71/28$$

$$x + 4y + 2z = -7$$

$$x + 4(71/28) + 2(-113/14) = -7$$

$$x + 284/18 - 226/14 = -7$$

$$x = -284/18 + 226/14 - 7$$

$$x = -544/63$$

TRANSFORMACIONES ELEMENTALES

Son una serie de transformaciones que no alteran la solución del sistema ya que da como resultado un sistema equivalente que tendrá la misma solución que el sistema original. Las transformaciones elementales son las siguientes:

- Intercambiar dos renglones entre sí
- Multiplicar una ecuación por un número diferente de cero
- Aplicar la transformación anterior y sumar el resultado a otra ecuación reemplazando dicha ecuación por esta.

EJERCICIO 1

$$3x + 2y - z = 10 \text{ (R1)}$$

$$2x + y + z = 0 \text{ (R2)}$$

$$-x + 5y + 2z = 5 \text{ (R3)}$$

$$-x + 5y + 2z = 5 \quad -x + 5y + 2z = 5 \quad -x + 5y + 2z = 5$$

$$2x + y + z = 0 \quad 0 + 11y + 5z = 0 \quad 0 + 11y + 5z = 0$$

$$3x + 2y - z = 10 \quad 0 + 17y + 5z = 10$$

$$6y + 0 = 10$$

$$6y = 10$$

$$y = 10/6 = 5/3$$

Sustituir y en:

$$11y + 5z = 0$$

$$11(5/3) + 5z = 0$$

$$55/3 + 5z = 0$$

$$5z = -55/3$$

$$z = (-55/3)/5$$

$$z = -11/3$$

Sustituir z & y en la siguiente ecuación:

$$-x + 5y + 2z = 5$$

$$-x + 5(5/3) + 2(-11/3) = 5$$

$$-x + 25/3 - 22/3 = 5$$

$$-x = -25/3 + 22/3 + 5$$

$$-x = 7/3$$

$$x = -7/3$$

EJERCICIO 2

$$x + 2y + 3z = 5 \quad (R1)$$

$$4x + y - z = -6 \quad (R2)$$

$$2x - y + 3z = 4 \quad (R3)$$

$$X + 2y + 3z = 5 \quad x + 2y + 3z = 5$$

$$0 - 7y - 13z = -26 \quad 0 - 7y - 13z = -26$$

$$0 - 5y - 3z = -6 \quad 0 - 5y - 3z = -6$$

$$z = -3/44$$

Sustituir z en la siguiente ecuación:

$$-7y - 13z = -26$$

$$-7y - 13(-3/22) = -26$$

$$-7y + 39/22 = -26$$

$$-7y = -26 - 39/22$$

$$-7y = -675/22$$

$$y = (-675/22) / 7$$

$$y = 675/154$$

Sustituir z & y en la siguiente ecuación:

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$x + 2(675/154) + 3(-3/22) = 5$$

$$x + 750/154 - 9/22 = 5$$

$$x = -750/154 + 9/22 + 5$$

$$x = 83/154$$

EJERCICIO 3

$$x + y - z = 0$$

$$4x - y + 5z = 0$$

$$6x + y + 3z = 0$$

$$X + y - z = 0 \quad x + y - z = 0$$

$$0 - 5y + 9z = 0 \quad 0x - 5y + 9z = 0$$

$$0 - 5y + 9z = 0 \quad 0x + y + 0z$$

$$z = 0$$

Sustituir z en la siguiente ecuación:

$$5y + 9z = 0$$

$$-5y + 9(0) = 0$$

$$-5y + 0 = 0$$

$$y = 0/-55$$

$$y = 0$$

Sustituir y & z en la siguiente ecuación:

$$x + y - z = 0$$

$$x + 0 - 0 = 0$$

$$x = 0$$

METODO DE ELIMINACIÓN DE GAUSS JORDAN

Consiste en convertir en unos (1) los elementos de la diagonal principal de la matriz de coeficientes y en ceros (0) todos los demás elementos.

EJERCICIO 1

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = -1$$

$$-2x_1 - 4x_2 - x_3 = 1$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 3 & 1 & 2 & 1 & 3 & 1 & 1 & 3 & 4 & A & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 5 & -3 & -13 & 0 & 5 & -3 & -13 & 0 & 1 & -3/5 & 3/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} -2 & 4 & -1 & 1 & 0 & 8 & 1 & 7 & 0 & 0 & 29 & 139 & 0 & 0 & 1 & 139/29 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 0 & -52/29 & 1 & 0 & 0 & -68/29 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & 1 & 0 & 8/29 & 0 & 1 & 0 & 8/29 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & 0 & 1 & 139/29 & 0 & 0 & 1 & 139/29 \end{array}$$

EJERCICIO 2

$$X_1 + 2X_2 + X_3 = 8$$

$$+ X_2 - X_3 = -1$$

$$X_1 + 3X_2 - X_3 = 4$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 1 & 8 & 1 & 2 & 1 & 8 & 1 & 2 & 1 & 8 & 1 & 2 & 1 & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 3 & -1 & 4 & 0 & -1 & -2 & -4 & 0 & 0 & -3 & -5 & 0 & 0 & -1 & -3/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & 2 & 0 & 37/5 & 1 & 2 & 0 & 37/5 & 1 & 0 & 0 & 41/5 \end{array}$$

$$0 \ 1 \ -1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -2/5 \ 0 \ 1 \ 0 \ -2/5$$

$$0 \ 0 \ 1 \ 3/5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 3/5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 3/5$$

EJERCICIO 3

$$2X_1 + 4X_2 + 6X_3 = 18$$

$$4X_1 + 5X_2 + 6X_3 = 24$$

$$3X_1 + X_2 - 2X_3 = 4$$

$$2 \ 4 \ 6 \ 18 \ 1 \ 2 \ 3 \ 9 \ 1 \ 2 \ 3 \ 9 \ 1 \ 2 \ 3 \ 9$$

$$4 \ 5 \ 6 \ 24 \ 4 \ 5 \ 6 \ 24 \ 0 \ -3 \ -6 \ -12 \ 0 \ 1 \ 2 \ 4$$

$$3 \ 1 \ -2 \ 4 \ 3 \ 1 \ -2 \ 4 \ 0 \ -5 \ -11 \ -23 \ 0 \ -5 \ -11 \ -23$$

$$1 \ 0 \ -1 \ 1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 4$$

$$0 \ 1 \ 2 \ 4 \ 0 \ 1 \ 2 \ 4 \ 0 \ 1 \ 0 \ -2$$

$$0 \ 0 \ -1 \ -3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 3 \ 0 \ 0 \ 1 \ 3$$

SISTEMAS DEPENDIENTES Y SISTEMAS INCONSISTENTES

Un sistema de ecuaciones siempre será dependiente si el número de ecuaciones es menor al número de incógnitas.

En los sistemas inconsistentes es cuando simple y sencillamente no hay solución por que se da una valor que no puede ser.

Un ejemplo puede ser cuando sucede los siguiente:

Por ejemplo sistemas dependientes:

$$3X_1 + 5X_2 - X_3 = 7$$

$$2X_1 - 4X_2 + 3X_3 = 14$$

Otro ejemplo:

$$2X_1 + 2X_2 + 6X_3 = 16$$

$$3X_1 - 3X_2 + 3X_3 = 12$$

$$X_1 - X_2 + X_3 = 4$$

$$1 \ -1 \ 1 \ 4 \ 1 \ -1 \ 1 \ 4 \ 0 \ -1 \ 1 \ 4$$

$$2 \ 2 \ 6 \ 16 \ 0 \ 4 \ 4 \ 8 \ 0 \ 4 \ 4 \ 8$$

$$3 \ -3 \ 3 \ 12 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$4x^2 + 4x^3 = 8$$

$$x^3 = (8 - 4x^2) / (4)$$

$$x^3 = 2 - x^2$$

$$x^1 - x^2 + x^3 \leq 4$$

$$x^1 - x^2 + (2 - x^2)$$

$$x^1 - x^2 + 2 - x^2 = 4$$

$$x^1 = 4 + x^2 - 2 + x^2$$

$$x^1 = 2 + 2x^2$$

Solución:

$$\text{Sol} = \{(2+2^a, 2-a) / a \in \mathbb{R}\}$$

Ejemplos de sistemas inconsistentes:

$$(0)x^1 + (0)x^2 - (0)x^3 = 4$$

Esto no puede ser.

$$\bullet \ 4 \ 6 \ 1 \ 2 \ 3 \ 1 \ 2 \ 3$$

$$4 \ 5 \ 6 \ 0 \ -3 \ -6 \ 0 \ -3 \ -6$$

$$2 \ 7 \ 12 \ 0 \ 3 \ 6 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 2 \ 3 \ 1 \ -2 \ 5 \ 1 \ -2 \ 5$$

$$2 \ -6 \ 7 \ 2 \ -6 \ 7 \ 0 \ 0 \ -3$$

$$1 \ -2 \ 5 \ 0 \ 2 \ 3 \ 0 \ 2 \ 3$$

$$1 \ -2 \ 5 \ 1 \ 0 \ 8$$

$$0 \ 2 \ 3 \ 0 \ 1 \ 3/2$$

$$8 \ 0 \ -3 \ 0 \ 0 \ 0$$

UNIDAD III DETERMINANTES

DEFINICION 3.1

Sea A una matriz de orden 2. El determinante de a representado como $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

$a_{11} \ a_{22} \ a_{13}$

$A = a_{21} \ a_{22} \ a_{23}$

EJEMPLOS

• 2

$$A = 5 \ -3 = 6 \ (\ -3) \ -(2) \ (5) = -18 \ -10 = 28$$

7 5

$$A = 2 \ 9 = 7 \ (\ 9) \ -(5) \ (2) = 63 - 10 = 53$$

8 -7

$$A = -5 \ 4 = 8 \ (4) \ -(-7 \ (-5)) = 32 - 35 = -3$$

-7 -2

$$A = 4 \ 3 = -7 \ (\ 3) \ -(-2) \ (4) = -21 + 8 = -13$$

-2 -1

$$A = -3 \ 6 = (-2) \ (6) \ -(-1) \ (-3) = -12 - 3 = -15$$

DEFINICION 3.2

Sea A una matriz de orden 3. El determinante de A se calcula mediante la siguiente expresión:

$a_{11} \ a_{22} \ a_{13} \ a_{22} \ a_{21} \ a_{31} \ a_{23} \ a_{21} \ a_{22}$

$$A = a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{11} \ a_{32} \ a_{33} - a_{12} \ a_{31} \ a_{33} + a_{13} \ a_{31} \ a_{32}$$

$a_{31} \ a_{32} \ a_{33}$

EJEMPLOS

3 5 2

$$A = 1 \ -2 \ -1 \ 3 \ (4+3) - 5 \ (-2) + 2 \ (3) = 21 + 10 + 6 = 37$$

0 3 -2

2 1 3

$$A = 5 \ -1 \ 0 \ 2 \ (-1) - 1 \ (5) + 3 \ (-10+3) = -2 - 5 - 21 = -28$$

3 -2 1

3 7 2

$$A = 4 \cdot 5 - 1 \cdot 3 (-15+9) - 7(-12+3)+2(36-15)= -18 + 63 +42= 87$$

$$3 \cdot 9 - 3$$

$$1 - 2 \cdot 3$$

$$A = 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 (2+2) - (-2) (-2) + 3 (-1) = 4-4-3= -3$$

$$1 - 1 \cdot 2$$

$$4 - 3 \cdot 2$$

$$A = -2 \cdot -5 \cdot 1 \cdot 4 (5-1) - 3 (2+1)+ 2 (-2-5)= 16 + 9 - 14 = 11$$

$$-1 \cdot 1 - 1$$

DEFINICION 3.3

Sea A una matriz de orden n, y sea M_{ij} la matriz de orden $n-1$ que se obtiene de A al eliminar el renglón i y la columna j. dicha matriz se conoce como el menor ij de A

$$3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3$$

$$E_j M_{ij} = 4 \cdot 2 \cdot 3 = M_{12} - 1 \cdot 4$$

$$-1 \cdot 2 \cdot 4$$

$$5 \cdot 2$$

$$M_{32}$$

$$2 \cdot 3$$

DEFINICION 3.4

Sea A una matriz de orden n, el cofactor ij A. Representado como A_{ij} esta definido como $(-1)^{i+j} M_{ij}$

DEFINICION 3.5

Sea A una matriz de orden n, el determinante de dicha matriz esta definido como

$$A = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}$$

$$A = \sum_{k=1}^n a_{ik} A_{ik}$$

EJEMPLOS

EJERCICIO 1

Se escoge el renglón 4

$$1 \cdot 3 \cdot 5 - 1$$

$$2 -1 3 2 3 5 -1$$

$$5 2 -1 1 A41 (-1) -1 3 2 -3 (3+2) - 5 (-1-4) -1(1-6) = 15+25-5=35$$

$$2 0 3 0 2 -1 1$$

$$1 3 -1$$

$$A42 (-1) 2 -1 2 1 (-1-4) -3(2-10) +1(4+5) = -5+24+9=28$$

$$5 2 1$$

$$A = 2(-35) + 3(28) = -70 + 84 = 14$$

EJERCICIO 2

Se escoge el renglón 1

$$3 2 -5 4$$

$$7 3 -2 5 3 -2 5$$

$$4 -2 1 3 A11(-1) -2 1 3 3 (3+15) + 2 (-6-12) + 5(10-4) = 54-36+30=48$$

$$2 4 -5 3 4 -5 3$$

$$7 -2 5$$

$$A12 (-1) 4 1 3 7 (3+15) + 2(12-6) + 5(-20-2) = 126+12-110 = (-1)(28) = -28$$

$$2 -5 3$$

$$7 3 5$$

$$A13 (-1) 4 -2 3 7 (-6-12) -3(12-6) + 5(16+4) = -126-18+100 = -44$$

$$2 4 3$$

$$7 3 -2$$

$$A142 (-1) 4 -2 1 7 (10-4) -3(-20-2) + 2(16+4) = 42+66+40 = (-1)(148) = -148$$

$$2 4 -5$$

$$A = 3(48) + 2(-28) - 5(-44) + 4(-148) = 144-56+220 -592 = -284$$

EJERCICIO 3 Se escoge el renglón 3

$$5 2 3 -1$$

$$7 2 9 3 2 3 -1$$

$$-1 \ 0 \ 1 \ 2 \ A31(-1) \ 2 \ 9 \ 3 \ 2 \ (27-6)-3(6+3)-1(6+3) = 42-27-9=6$$

$$1 \ -1 \ 2 \ 3 \ -1 \ 2 \ 3$$

$$5 \ 2 \ -1$$

$$A33 \ (-1) \ 7 \ 2 \ 3 \ 5(6+3)-2(21-3)-1(-7-2) = 45-36+9 = 18$$

$$1 \ -1 \ 3$$

$$5 \ 2 \ 3$$

$$A34 \ (-1) \ 7 \ 2 \ 9 \ 5 \ (4+9)-(2)(14-9)+2(-7-2) = 65-10-27 = (-1)28 = -28$$

$$1 \ -1 \ 2$$

$$A = (-1)(6)+(1)(18)+2(-28)=-6+18-56=54$$

EJERCICIO 4 Se escoge el renglón 2

$$5 \ 2 \ 1 \ 3$$

$$1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 3$$

$$7 \ 8 \ 3 \ 2 \ A21(-1) \ 8 \ 3 \ 2 \ 2(-4)-1(-4)+3(8-6)=-8+4+6=2(-1)=-2$$

$$5 \ 2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1 \ 0$$

$$5 \ 2 \ 3$$

$$A23 \ (-1) \ 7 \ 8 \ 2 \ 5 \ (-4)-2(-10)+3(14-40)=-20+20+162=162(-1)=-162$$

$$5 \ 2 \ 0$$

$$A = 1(-2)+1(162)=160$$

EJERCICIO 5 Se escoge el renglón 1

$$2 \ 3 \ -1 \ 0$$

$$4 \ 3 \ -2 \ 4 \ 3 \ -2 \ 4$$

$$3 \ 1 \ 0 \ -2 \ A11(-1) \ 1 \ 0 \ -2 \ 3 \ (10)+2(2+6)+4(-5)=30+16-20 = 26$$

$$1 \ 3 \ -5 \ 2 \ 3 \ -5 \ 2$$

$$4 \ -2 \ 4$$

$$A12 \ (-1) \ 3 \ 0 \ 2 \ 4 \ (10)+2(6-2)-4(-15) = 14+8+60 = 108(-1) = -108$$

$$1 \ -5 \ 2$$

$$4 \ 3 \ 4$$

$$A_{13} (-1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 4 & 2+6 & -3(6+2)+4(9-1) \end{vmatrix} = 32-24+32 = 40$$

$$1 \ 3 \ 2$$

$$A = 2(26)+3(-108)-1(40) = 54-324-40=310$$

DEFINICION DE MATRIZ ADJUNTA

Sea A una matriz de orden n y sea B la matriz de sus cofactores.

La matriz adjunta de A sera igual a la matriz transpuesta de B

EJERCICIOS

EJERCICIO 1

$$3 \ 2 \ 1$$

$$5 \ 2 \ 3 \ 3(4-9)-2(10-27)+1(15-18) = -15+34-3 = 16$$

$$9 \ 3 \ 2$$

$$2 \ 3$$

$$A_{11} (-1) \begin{vmatrix} 4 & -9 \end{vmatrix} = -5$$

$$2 \ 3$$

$$5 \ 3$$

$$A_{12} (-1) \begin{vmatrix} 10 & -27 \end{vmatrix} = 17$$

$$9 \ 2$$

$$5 \ 2$$

$$A_{13} (-1) \begin{vmatrix} 15 & -18 \end{vmatrix} = -3$$

$$9 \ 3$$

Matriz Cofactores

$$2 \ 1 \ -5 \ 17 \ -3$$

$$A_{21} (-1) \begin{vmatrix} 4 & -3 \end{vmatrix} = 1 \ 1 \ -3 \ 9$$

$$3 \ 2 \ 4 \ -4 \ -4$$

Matriz adjunta

3 1

$$A_{22}(-1) 6-9=-3$$

$$9 2 -5/16 1/16 4/16$$

$$A 17/16 -3/16 -4/16$$

$$-3/16 9/16 -4/16$$

3 2

$$A_{23}(-1) 9-18=9$$

9 3

2 1

$$A_{31}(-1) 6-2=-4$$

2 3

3 1

$$A_{32}(-1) 9-5=-4$$

5 3

3 2

$$A_{33}(-1) 6-10=-4$$

5 2

EJERCICIO 2

$$2 -1 -3$$

$$5 2 -1 2(-6+2)+(1)(-15+3)-3(-10-6)=-8-12+48=28$$

$$3 -2 -3$$

$$2 -1$$

$$A_{11} (-1) -6-2=-8$$

$$-2 -3$$

$$5 -1$$

$$A_{12} (-1) -15+3=12$$

$$3 - 3$$

$$5 - 2$$

$$A_{13}(-1) - 10 - 6 = -16$$

$$4 - 2$$

Matriz Cofactores

$$1 - 3 - 8 - 12 - 16$$

$$A_{21}(-1) - 3 + 6 = -3 - 3 - 3 - 1$$

$$-2 - 3 - 7 - 13 - 9$$

Matriz adjunta

$$2 - 3$$

$$A_{22}(-1) - 6 + 9 = 3$$

$$3 - 3 - 8/28 - 3/28 - 7/28$$

$$A_{12}/28 - 3/28 - 13/28$$

$$-16/28 - 1/28 - 9/28$$

$$2 - 1$$

$$A_{23}(-1) - 4 + 3 = 1$$

$$3 - 2$$

$$-1 - 3$$

$$A_{31}(-1) - 1 + 6 = 7$$

$$2 - 1$$

$$2 - 3$$

$$A_{32}(-1) - 2 + 15 = -13$$

$$5 - 1$$

$$2 - 1$$

$$A_{33}(-1) - 4 + 5 = 9$$

$$5 - 2$$

EJERCICIO 3

$$1 \ 2 \ 3$$

$$-1 \ -2 \ -1 \ 1(-6+1)-2(-3)+3(1) = -5+6+3 = 4$$

$$0 \ -1 \ 3$$

$$-2 \ -1$$

$$A_{11}(-1) -6-1=-7$$

$$-1 \ 3$$

$$-1 \ -1$$

$$A_{12}(-1) -3=3$$

$$0 \ 3$$

$$-1 \ -2$$

$$A_{13}(-1) 1=1$$

$$0 \ -1$$

Matriz Cofactores

$$2 \ 3 \ -7 \ 3 \ 1$$

$$A_{21}(-1) 6+3= -9 \ -9 \ -3 \ 1$$

$$-1 \ 3 \ 4 \ -2 \ 0$$

Matriz adjunta

$$1 \ 3$$

$$A_{22}(-1) 3=3$$

$$0 \ 3 \ -7/14 \ -9/14 \ 4/14$$

$$A \ 3/14 \ 3/14 \ -2/14$$

$$1/14 \ 19/14 \ 0/14$$

$$1 \ 2$$

$$A_{23}(-1) -1=1$$

$$0 \ -1$$

$$2 \ 3$$

$$A_{31}(-1) -2+6=4$$

$$-2 \ -1$$

$$1 \ 3$$

$$A_{32}(-1) -1+3=-2$$

$$-1 \ -1$$

$$1 \ 2$$

$$A_{33}(-1) -2+1=0$$

$$-1 \ -2$$

EJERCICIO 4

$$-1 \ 3 \ 0$$

$$-2 \ 1 \ -2 \ (-1)(-1+2)-3(2+6)0-1-24=25$$

$$3 \ 1 \ -1$$

$$1 \ -2$$

$$A_{11} \ (-1) \ -1+2=1$$

$$1 \ -1$$

$$-2 \ -2$$

$$A_{12} \ (-1) \ 2+6=-8$$

$$3 \ -1$$

$$-2 \ 1$$

$$A_{13} \ (-1) \ -2-3=-5$$

$$3 \ 1$$

Matriz Cofactores

$$3 \ 0 \ 1 \ 8 \ -5$$

$$A_{21}(-1) \ 3=-3 \ -3 \ -1 \ 10$$

$$1 \ -1 \ -6 \ -2 \ 5$$

Matriz adjunta

1 0

$$A_{22}(-1) - 1 = -1$$

$$3 - 1 \frac{1}{25} - \frac{3}{55} - \frac{6}{25}$$

$$A - \frac{8}{25} - \frac{1}{25} - \frac{2}{25}$$

$$-\frac{5}{25} \frac{10}{25} \frac{5}{25}$$

$$-1 \ 3$$

$$A_{23}(-1) - 1 - 9 = 10$$

$$3 \ 1$$

$$3 \ 0$$

$$A_{31}(-1) - 6 = -64$$

$$1 \ -2$$

$$-1 \ 0$$

$$A_{32}(-1) \ 2 = -2$$

$$-2 \ -2$$

$$-1 \ 3$$

$$A_{33}(-1) - 1 + 6 = 5$$

$$-2 \ 1$$

EJERCICIO 5

$$2 \ 1 \ 3$$

$$1 - 2 \ 0 \ 2(-4) - (1)(2) + 3(-1) = -8 - 2 - 3 = -13$$

$$0 \ -1 \ 2$$

$$-2 \ 0$$

$$A_{11}(-1) - 4 = -4$$

$$-1 \ 2$$

$$1 \ 0$$

$$A_{12}(-1)^{2+2} = -2$$

$$0 \ 2$$

$$1 \ -2$$

$$A_{13}(-1)^{-1+3} = -1$$

$$0 \ -1$$

Matriz Cofactores

$$1 \ 3 \ -4 \ -2 \ -1$$

$$A_{21}(-1)^{2+3} = -5 \ -5 \ 4 \ 2$$

$$-1 \ 2 \ 6 \ 3 \ -5$$

Matriz adjunta

$$2 \ 3$$

$$A_{22}(-1)^{4+4} = 4$$

$$0 \ 2 \ -4/-13 \ -5/-13 \ 6/-13$$

$$A \ - \ 2/-13 \ 4/-13 \ 3/-13$$

$$-1/-13 \ 2/-13 \ -5/-13$$

$$2 \ 1$$

$$A_{23}(-1)^{-2+3} = 2$$

$$0 \ -1$$

$$1 \ 3$$

$$A_{31}(-1)^{6+6} = 6$$

$$-2 \ 0$$

$$2 \ 3$$

$$A_{32}(-1)^{-3+3} = 3$$

$$10 \ 3$$

$$2 \ 1$$

$$A_{33}(-1)^{-4+3} = -5$$

1 -2

REGLA DE CRAMER

Sea A la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales

EJEMPLOS

EJEMPLO 1

$$2X_1 + 7X_2 - 6X_3 = 18$$

$$3X_1 + 3X_2 + 2X_3 = 17$$

$$5X_1 - 6X_2 + 8X_3 = -11$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 3 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$2(24+12) - 7(24-10) - 6(-18-15) = 72 - 98 + 198 = 172$$

$$\begin{vmatrix} 5 & -6 & 8 \\ 18 & 7 & -6 \\ 17 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 18 & 7 & -6 \\ 17 & 3 & 2 \\ 11 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$18(24+12) - 7(136+22) - 6(-102+33) = 648 - 1106 + 414 = -44$$

$$\frac{-11}{172} - \frac{6}{172} \cdot \frac{8}{172} = \frac{-44}{172} = -0.2558139$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 3 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 18 & -6 \\ 3 & 17 & 2 \\ 5 & -11 & 8 \end{vmatrix}$$

$$2(136+22) - 18(24-10) - 6(-33-85) = 319 - 252 + 708 = 772$$

$$\frac{5}{172} - \frac{11}{172} \cdot \frac{8}{172} = \frac{772}{172} = 4.488372$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 3 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 18 \\ 3 & 3 & 17 \\ 5 & -6 & -11 \end{vmatrix}$$

$$2(-33+102) - 7(-33-85) + 18(-18-15) = 138 + 826 - 594 = 370$$

$$\frac{5}{172} - \frac{6}{172} \cdot \frac{-11}{172} = \frac{370}{172} = 2.151162791$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & -6 \\ 3 & 3 & 2 \\ 5 & -6 & 8 \end{vmatrix}$$

Demostración

$$2(-0.2558139) + 7(4.488372) - 6(2.151162791) = 18$$

EJEMPLO 2

$$X_1 + X_2 - 3X_3 = 2$$

$$2X_1 - 2X_2 - 2X_3 = -4$$

$$-X_1 + 2X_2 + 4X_3 = 6$$

$$1 \ 1 \ -3$$

$$2 \ -2 \ -1 \ 1(-8+2) - 1(8-1) - 3(4-2) = -6 - 7 - 6 = -19$$

$$-1 \ 2 \ 4$$

$$2 \ 1 \ -3$$

$$-4 \ -2 \ -1 \ 2(-8+2) - 1(-16+6) - 3(-8+12) = -12 + 10 - 12 = -14$$

$$6 \ 2 \ 4 \ \underline{b_1} = \underline{-14} = 0.736842105$$

$$A \ -19$$

$$1 \ 2 \ -3$$

$$2 \ -4 \ -1 \ 1(-16+6) - 2(8-1) - 3(12-4) = -10 - 14 - 24 = -48$$

$$-1 \ 6 \ 4 \ \underline{b_2} = \underline{-48} = 2.526315789$$

$$A \ 19$$

$$1 \ 1 \ 2$$

$$2 \ -2 \ -4 \ 1(-12+8) - 1(12-4) + 2(4-2) = -4 - 8 + 4 = -8$$

$$-1 \ 2 \ 6 \ \underline{b_3} = \underline{-8} = 0.421052631$$

$$A \ -19$$

Demostración

$$(0.736842105) + (2.526315789) - 3(0.421052631) = 2$$

EJEMPLO 3

$$2X_1 - 3X_2 + X_3 = 8$$

$$X_1 + X_2 - X_3 = 6$$

$$-6X_1 + 2X_2 + 4X_3 = -1$$

$$2 \ -3 \ 1$$

$$1 \ 2 \ -1 \ 2(8+2) + 3(4-6) + 1(2+12) = 20 - 6 + 14 = 28$$

$$-6 \ 2 \ 4$$

$$8 \ -3 \ 1$$

$$8 \ 2 \ -1 \ 8(8+2)+3(24-1)+1(12+2)=80+69+14=163$$

$$-1 \ 2 \ 4 \ \underline{b_1} = \underline{163} = 5.821428571$$

$$A \ 28$$

$$2 \ 8 \ 1$$

$$1 \ 6 \ -1 \ 2(24-1)-8(4-6)+1(-1+36)=46+16+35=97$$

$$-6 \ -1 \ 4 \ \underline{b_2} = \underline{97} = 3.464285714$$

$$A \ 28$$

$$2 \ -3 \ 8$$

$$1 \ 2 \ 6 \ 2(-2-12)+3(-1+36)+8(2+12)=-28+105+112=189$$

$$-6 \ 2 \ -1 \ \underline{b_3} = \underline{189} = 6.75$$

$$A \ 28$$

Demostración

$$2(5.821428571)-3(3.464285714)+(6.75)=7.97$$

EJEMPLO 4

$$2X_1 - X_2 - 3X_3 = -1$$

$$-2X_1 + 3X_2 + 3X_3 = -3$$

$$X_1 + 2X_2 - X_3 = 2$$

$$2 \ -1 \ -3$$

$$-2 \ 3 \ 3 \ 2(-3-6)+1(2-3)-3(-4-3)=-18-1+21=2$$

$$1 \ 2 \ -1$$

$$-1 \ -1 \ -3$$

$$-3 \ 3 \ 3 \ (-1)(-3-6)+1(3-6)-3(-6-6)=9-3+36=42$$

$$2 \ 2 \ -1 \ \underline{b_1} = \underline{42} = 21$$

$$A \ 2$$

$$2 \ -1 \ -3$$

$$-2 \ -3 \ 3 \ 2(3-6)+1(2-3)-3(-4+3)=-6-1+3=-4$$

$$1 \ 2 \ -1 \ \underline{b_2} = -\underline{4} = -2$$

A 2

$$2 \ -1 \ -1$$

$$-2 \ 3 \ -3 \ 2(6+6)+1(-4+3)-1(-4-3)=24-1+7=30$$

$$1 \ 2 \ 2 \ \underline{b_3} = \underline{30} = 15$$

A 2

Demostración

$$2(21)-(-2)-3(15)=-1$$

EJEMPLO 5

$$-2X_1+3X_2-X_3= 2$$

$$X_1-X_2+3X_3= 4$$

$$4X_1+3X_2-X_3= -1$$

$$-2 \ 3 \ -1$$

$$1 \ -1 \ 3 \ (-2)(1-9)-3(-1-12)-1(3+4)=16+39-7=48$$

$$4 \ 3 \ -1$$

$$2 \ 3 \ -1$$

$$4 \ -1 \ 3 \ 2(1-9)-3(-4+3)-1(12-1)=-16+3-11=-24$$

$$-1 \ 3 \ -1 \ \underline{b_1} = \underline{-24} = -0.5$$

A 48

$$-2 \ 2 \ -1$$

$$1 \ 4 \ 3 \ -2(-4+3)-2(-1-12)-1(-1-16)=2+26+17=45$$

$$4 \ -1 \ -1 \ \underline{b_2} = \underline{45} = 0.9375$$

A 48

$$-2 \ 3 \ 2$$

$$1 - 1 \cdot 4 - 2(1-12) - 3(1-16) + 2(3+4) = 22 + 51 + 14 = 87$$

$$4 \cdot 3 - 1 \cdot \underline{b_3} = \underline{87} = 1.8125$$

A 48

Demostración

$$-2(-0.5) + 3(0.9375) - (1.8125) = 2$$

UNIDAD IV ESPACIOS VECTORIALES

DEFINICION 4.1

Un espacio vectorial V es un conjunto de elementos denominados vectores junto con las operaciones de adición y multiplicación por un escalar que cumple los siguientes axiomas

$$1.- a \text{ y } b \in V \Rightarrow a + b \in V$$

$$2.- a + b = b + a$$

$$3.- a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$4.- 0 \in V \wedge a + 0 = a$$

$$5.- -a \in V \wedge a + (-a) = 0$$

$$6.- K \in \mathbb{R} \wedge \alpha a \in V$$

$$7.- K \in \mathbb{R} \wedge K(a + b) = Ka + Kb$$

$$8.- (k + l) a = Ka + la$$

$$9.- K(la) = (kl) * A$$

$$10.- 1 a = a$$

En caso de que uno de estos axiomas no se llegara a cumplir el conjunto no seria un espacio vectorial bajo las operaciones indicadas

EJERCICIOS

EJERCICIO 1

Sea $V = \{1\}$ es decir V contiene solamente el numero 1 en este caso

$$\text{Si } 1 \in V$$

$$a + b = 1 \in V$$

$1 + 1 = 2$ por lo tanto no cumple el axioma 1 por que dos no pertenece al conjunto V

por lo tanto no es un espacio vectorial

EJERCICIO 2

Sea $V = \{(x,y): y=mx\}$ donde m es un numero real fijo y x es un numero real arbitrario

$$Y=mx$$

$$1. -ax_1+ax_2 = a(x_1+x_2)$$

$$2. - a+b=(ax_1+bx_2, ay_2+by_2) = (bx_1+ax_1, bx_2+ax_2)$$

$$3. -a+b+c=(ax,ay)+(bx,by)+(cx,cy)$$

$$ax,ay+(bx+cx+by+cy)$$

$$(ax+bx+cx,ay+by+cy)$$

$$(ax+bx+cx,ay+by+cy)$$

$$=(a+b)+c$$

$$4. -0=(0,0) \in v$$

$$5. - a \in V = a+(-a) = 0$$

$$-a=(-ax,ay) / a+(-a) = (ax,ay)+(-ax,-ay)$$

$$=(-ax+(-ax),ay+(-ay)) = (0,0)$$

$$6. -K(ax,ay)=(Kax,Kay)$$

$$7. -K(a*b)=k(ax+bx)(ay+by)$$

$$K(ax+bx),K(ay+by)$$

$$Kax+Kbx,Kay+kby$$

$$Ka+Kb$$

$$8. -(K+l) a = (k+l) (ax,ay) = (k+l)ax, (k+l)ay$$

$$=Kax+lax, Kay+lay$$

$$(Kax+Kay, lax+lay)$$

$$K(ax,ay)+l(ax,ay) = Ka + la$$

$$9. - K(la) = K(lax,lay) = K(lax), k(lay)$$

$$(Kl)ax, (Kl)ay$$

$$Kl(ax, ay) = Kl \cdot a$$

$$10. -1(ax, ay) = -(ax, ay) = -a$$

Por lo tanto es un espacio vectorial.

EJERCICIO 3

Sea $V = \{(x, y, z) : ax + by + cz = 0\}$ V es el conjunto de $\mathbb{R}^3$ que están sobre el plano que pasa por el origen con vector normal (a, b, c)

$$1. -a + b + c = 0 \Rightarrow (a_1, b_1, c_1) + (a_2, b_2, c_2) = (a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2)$$

$$= x(a_1 + a_2) + y(b_1 + b_2) + z(c_1 + c_2)$$

$$= (xa_1 + yb_1 + zc_1) + (xa_2 + yb_2 + zc_2)$$

$$= 0 + 0 + 0 = 0$$

$$2. -a + b + c = c + b + a \Rightarrow (ax + bx + cx, ay + by + cy) = (cx + bx + ax, cy + by + ay)$$

$$= a + b + c = c + b + a$$

$$3. -a(b + c) = (a + b) + c = (ax, ay) + [(bx, by) + (cx, cy)]$$

$$= ax, ay + (bx + cx, by + cy)$$

$$= (ax + bx + cx, ay + by + cy)$$

$$= (a + b) + c$$

$$4. -0 = (0, 0) \in V$$

$$a + 0 = (ax, ay) + (0, 0) = (ax, ay)$$

$$5. -a = (-ax, -ay) / a + (-a) = (ax, ay) + (-ax, -ay)$$

$$= -ax + (-ax), ay + (-ay) = (0, 0)$$

$$6. -K(ax, ay) = (Kax, Kay)$$

$$7. -K(a * b) = K(ax + bx, ay + by)$$

$$= Kax + Kbx, Kay + Kby$$

$$= (Kax, Kay) + (Kbx, Kby) = Ka + Kb$$

$$8. -(K + l)a = (k + l)(ax, ay) = (k + l)ax, (k + l)ay$$

$$= Kax + lax, Kay + lay$$

$$(Kax + Kay, lax + lay)$$

$$K(ax, ay) + l(ax, ay) = K_a + l_a$$

$$9.- K(la) = K(lax, lay) = K(lax), k(lay)$$

$$(Kl)ax, (Kl)ay$$

$$Kl(ax, ay) = Kl * a$$

$$10.- -1(ax, ay) = (ax, ay) = a$$

Por lo tanto es un espacio vectorial

EJERCICIO 4

Sea $V[0]$ esto es v contiene solamente el numero cero

$$1.- a \text{ y } b \in V \quad 0+0 \in V$$

$$2.- a+b=b+a=0+0$$

$$0+0$$

$$3.- a(b+c)=(a+b)+c=0+(0+0)$$

$$=(0+0)+0$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

$$4.- a+0 = a = 0+0=0$$

$$5.- -a=(0) / a + (-a)=(0)$$

$$=0+0=0$$

$$6.- K(0)=K0$$

$$=0$$

$$7.- K(a*b)=k(0,0)$$

$$K0, K0$$

$$K0+K0=0$$

$$8.- (K+1)a = (k+1)(0)$$

$$=(K0+K0)+(10+10)$$

$$=K0+10=K0+10$$

$$9.- K(la) = K(10)=K0$$

$$= (Kl)0$$

$$= Kl(0) = Kl * 0$$

$$10. - -1(0) = (0) = a$$

Por lo tanto es un espacio vectorial

EJERCICIO 5

Es el conjunto de puntos en el plano que están sobre la línea $y=2x+1$

$$V = \{y: y=2x+1, x \text{ real}\}$$

$$1. - a \text{ y } b \in V$$

$$(2x_1+1) + (2x_2+1) = 2(x_1+x_2)+2$$

Por lo tanto no se cumple el primer axioma y no es un espacio vectorial.

UNIDAD 5:

BASES Y DIMENSIONES

—

DEFINICIÓN 5.1 (COMBINACIÓN LINEAL) SE DICE QUE UN VECTOR w ES UNA COMBINACIÓN LINEAL DE LOS VECTORES $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ SI SE PUEDE EXPRESAR DE LA SIGUIENTE FORMA:

$$w = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 + \dots + \alpha_n v_n \quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$$

EJERCICIOS 1

$$v_1 = (2, -1, 1) \quad v_2 = (3, 2, 2) \quad w = 3v_1 + 2v_2$$

$$3(2, -1, 1) + 2(3, 2, 2) = (6, -3, 3) + (6, 4, 4) = w = (12, 1, 7)$$

w = ES UNA COMBINACION LINEAL DE v_1 y v_2

EJERCICIOS:

$$w_2 = (1, 3, 1)$$

$$(1, 3, 1) = \alpha_1 (2, -1, 1) + \alpha_2 (3, 2, 2)$$

$$(1, 3, 1) = 2\alpha_1 + 3\alpha_2, -\alpha_1 + 2\alpha_2, \alpha_1 + 2\alpha_2$$

$$1 = 2\alpha_1 + 3\alpha_2$$

$$3 = -\alpha_1 + 2\alpha_2$$

$$1 = \alpha_1 + 2\alpha_2$$

$$\&1 \&2$$

$$2 \ 3 \ 1$$

$$-1 \ 2 \ 3$$

$$1 \ 2 \ 1$$

$$1 \ 2 \ 1$$

$$-1 \ 2 \ 3$$

$$1 \ 2 \ 1$$

$$1 \ 2 \ 1$$

$$0 \ 1 \ 1$$

$$0 \ -1 \ -1$$

$$1 \ 2 \ 1$$

$$0 \ 1 \ 1$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$1 \ 0 \ -1$$

$$0 \ 1 \ 1$$

$$\&1 = -1$$

$$\&2 = 1$$

$$w = (7,8,9)$$

$$w = (7,8,9) = \& (2,-1,1) + (\&2 (3,2,2)$$

$$w = (7,8,9) = 2\&+3\&2, -\&+2\&2, \&+2\&2$$

$$7 = 2\&+3\&2$$

$$8 = -\&+2\&2$$

$$9 = \&+2\&2$$

$$2 \ 3 \ 7$$

-1 2 8

1 2 9

2 3 7

1 2 9

-1 2 8

1 2 9

2 3 7

0 4 8

1 2 9

0 -1 -11

0 4 8

1 2 9

0 -1 -11

0 0 -36

1 2 9

0 1 11

0 0 1

NO SE HIZO CERO POR LO TANTO ES INCONSISTENTE (NO ES UNA COMBINACIÓN LINEAL DE $V_1 + V_2$)

EJERCICIO 2

COMBINACION LINEAL EN R^3

$$W = (2v_1 - v_2)$$

$$V_1 = -1$$

$$2$$

$$4$$

$$V_2 = 5$$

$$3$$

1

-1 5 -7

$2 \cdot 2 - 1 \cdot 3 = W = 7$

4 1 7

W ES UNA COMBINACIÓN LINEAL DE $V_1 + V_2$

EJERCICIO:

COMBINACIÓN LINEAL EN $M_{23} = (3\alpha + 2\beta + 2\gamma)$

$V_1 = -1 \ 0 \ 4 \ V_2 = 0 \ 1 \ -2$

1 1 5 -2 3 -6

$3 = -1 \ 0 \ 4 \ 2 = 0 \ 1 \ -2 = M_{23} = -3 \ 2 \ 8$

1 1 5 -2 3 -6 -1 9 3

M_{23} ES UNA COMBINACIÓN LINEAL DE $V_1 + V_2$

Definición 5.1 Independencia Lineal

Se dice que un vector W es una combinación lineal de los vectores $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ si puede ser expresado de la siguiente forma

$W = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 V_3 + \dots + \alpha_n V_n$ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}$

EJERCICIO 1

$S = \{1, 0, 2\} \ (-4, 2, 0) \ (0, 2, -4)$

$\alpha_1 \{1, 0, 2\} + \alpha_2 (-4, 2, 0) + \alpha_3 (0, 2, -4)$

$(\alpha_1 - 4\alpha_2, 2\alpha_1 + 2\alpha_3, 2\alpha_1 - 4\alpha_3)$

1 -4 0

0 2 2

-2 0 -4

1 -4 0

0 2 2

0 -8 -4

1 -4 0

$$0 \ 2 \ 2$$

$$0 \ 0 \ -4$$

$$4\alpha_3 = 0 \Rightarrow \alpha_3 = 0$$

$$2\alpha_2 + 2\alpha_3 = 0 \Rightarrow \alpha_2 = 0$$

$$\alpha + 4\alpha_2 = 0 \Rightarrow \alpha = 0$$

EL CONJUNTO ES LINEALMENTE INDEPENDIENTE

EJERCICIO 2

$$S = \{ (-1, 0, 2) \ (0, -4, 2) \ (2, 0, -4) \}$$

$$(-\alpha + 2\alpha_3, -4\alpha_2, 2\alpha_1 + 2\alpha_2 - 4\alpha_3)$$

$$-\alpha + 2\alpha_3 = 0$$

$$-4\alpha_2 = 0$$

$$2\alpha_1 + 2\alpha_2 - 4\alpha_3 = 0$$

$$-1 \ 0 \ 2$$

$$0 \ -4 \ 0$$

$$2 \ 2 \ -4$$

$$-1 \ 0 \ 2$$

$$2 \ 2 \ -4$$

$$0 \ -4 \ 0$$

$$1 \ 0 \ 2$$

$$0 \ 2 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$1 \ 0 \ -2$$

$$0 \ 1 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$-\alpha + 2\alpha_3 = 0$$

$$-4\alpha_2 = 0$$

$$2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 0$$

EL SISTEMA ES DEPENDIENTE

EJERCICIO 3:

Determine si los vectores $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 11 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ son linealmente dependientes o independientes

$$-1 \ 0 \ -6$$

$$0 \ 4 \ 12$$

$$1 \ 3 \ 11$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 = -6$$

$$0 \ 4 \ 12$$

$$x_1 + 3x_2 + 11x_3 = 0$$

$$-x_1 - 6x_3 = 0$$

$$4x_2 + 12x_3 = 0$$

$$1 \ 3 \ 11 \ 0$$

$$-3 \ 0 \ -6 \ 0$$

$$0 \ 4 \ 12 \ 0$$

$$1 \ 3 \ 11 \ 0$$

$$0 \ 9 \ 27 \ 0$$

$$0 \ 4 \ 12 \ 0$$

$$1 \ 3 \ 11 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 3 \ 0$$

$$0 \ 4 \ 12 \ 0$$

$$1 \ 0 \ 2 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 3 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$x_1 + 2x_3 = 0 \text{ SI } x_3 = 1 \text{ ESTONSES } x_2 = -3 \text{ Y } x_1 = -2$$

$$x_2 + 3x_3 = 0$$

EL SISTEMA ES LINEALMENTE DEPENDIENTE

EJERCICIO 4

1 2 0

DETERMINE SI LOS VECTORES $\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Y $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$ SON DEPENDIENTES O INDEPENDIENTES

1 2 0 0

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0$$

3 0 7 0

$$3x_1 + 2x_2 = 0$$

$$-2x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$

$$3x_1 + 7x_3 = 0$$

1 2 0 0

-2 -2 1 0

3 0 7 0

REDUCIDA EN LA FORMA ESCALONADA ES

1 0 0 0

0 1 0 0

0 0 1 0

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 0$$

POR LO TANTO EL SISTEMA ES LINEALMENTE INDEPENDIENTE

EJERCICIO 5:

$$S = \{ (1,7,6,8) (8,5,-7,3) (5,2,-1,0) (0,8,-4,1) (7,4,6,1) \}$$

EL SISTEMA ES DEPENDIENTE

PORQUE EL NUMERO DE VECTORES ES MAYOR QUE EL NUMERO DE COMPONENTES

CONJUNTO GENERADOR

EJERCICIO 1

$G = \{ (-2,0,0) (0,1,0) (0,0,4) \}$ DETERMINE SI ES UN GENERADOR DEL ESPACIO VECTORIAL EN $\mathbb{R}^3$.

$$\&(-2,0,0)+\&2(0,1,0)+\&3(0,0,4) = (X,Y,Z)$$

$$-2\&= X \ \&= -1/2\&$$

$$\&2= Y$$

$$\&3= Z \ \&3= 1/4Z$$

$$-1/2X(-2,0,0)+Y(0,1,0)+1/4Z(0,0,4) = (X,Y,Z)$$

$$(X,0,0)+ (0,Y,0)+(0,0,Z) = (X,Y,Z)$$

$$(X,Y,Z) = (X,Y,Z)$$

ES UN GENERADOR

$$\text{EJERCICIO G} = \{ (-2,0,0) (0,1,2) (0,0,1) (0,1,-1) \}$$

$$\&(-2,0,0) +\&2(0,1,2)+\&3(0,0,1) +\&4(0,1,-1) = (X,Y,Z)$$

$$X = -2\&$$

$$Y = \&2+\&4$$

$$Z = 2\&2-3\&-\&4$$

$$\begin{matrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ X \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ Y \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ Z \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ X \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ Y \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & -1 & -3 \\ Z-2Y \end{matrix}$$

$$-\&3-3\&4 = Z-2Y$$

$$-\&3 = Z-2Y+3\&4$$

$$\&3 = -Z+2Y-3\&4$$

$$Y = \&2+64 \ \&= -1/2X \text{ SI } \&4 = 1 \ \&3=-Z+2Y-3(1)$$

$$Y = \&2+1 \ \&3 = 2Y-Z-3$$

$$-\&2 = -Y+1$$

$$\&2 = Y-1$$

$$-1/2X(-2,0,0) + (Y-1)(0,1,2) + (2Y-Z,-3)(0,0,1) + (0,1,-1) = (X,Y,Z)$$

$$(X,0,0) + (0,(Y-1),2Y-2) + (0,0,-2Y+Z+3) + (0,1,-1) = (X,Y,Z)$$

$$(X, Y-1+1, 2Y-2-2Y+Z+3-1) = (X,Y,Z)$$

$$(X,Y,Z) = (X,Y,Z)$$

ES UN GENERADOR

EJERCICIO 2 :

$$G: \{ (1,1,2) (1,0,1) (2,1,3) \}$$

$$\&(1,1,2)+\&2 (1,0,1)+\&3(2,1,3) = (X,Y,Z)$$

$$X = \&+\&2+\&3$$

$$Y = \&+\&3$$

$$Z = 2\&+\&2+3\&3$$

$$1 \ 1 \ 2 \ X$$

$$1 \ 0 \ 1 \ Y$$

$$2 \ 1 \ 3 \ Z$$

$$1 \ 1 \ 2 \ X$$

$$0 \ -1 \ -1 \ Y-2X$$

$$0 \ 1 \ 1 \ Z-Y+2X$$

$$1 \ 1 \ 2 \ X$$

$$0 \ -1 \ -1 \ Y-2X$$

$$0 \ 0 \ 0 \ Z-Y+2X+Y-2X$$

$$Z = 2\&+\&2$$

$$X = \%+\&2$$

$$-\&2 = -X+\&$$

$$\&2 = X-Y$$

$$\&= Y$$

$$Y(1,1,2)+(X-Y) (1,0,1)+0(2,1,3) = (X,Y,Z)$$

$$Y+X-Y, Y, 2Y+X-Y = (X, Y, Z)$$

$$(X, Y, Y+X) \neq (X, Y, Z)$$

NO ES UN GENERADOR

EJERCICIO 3:

$$G: \{ (2, -1, 4) (4, 1, 6) \}$$

$$\&(2, -1, 4) + \&2 (4, 1, 6) = (X, Y, Z)$$

$$X = 2\& + 4\&2$$

$$Y = -1\& + \&2$$

$$Z = 4\& + 6\&2$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & X \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & Z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & X \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 & Z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & X+2Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & Z+4Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & (X+2Y)/6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & Z+4Y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & X/6 - 2Y/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & X/6 + Y/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -5X/3 + 2Y/3 + Z \end{pmatrix}$$

$$5X - 2Y + Z = 0$$

ENTONSES SI ES UN GENERADOR

EJERCICIO 4:

$$G = \{ (1, -1, 2) \ (1, 1, 2) \ (0, 0, 1) \}$$

$$\alpha(1, -1, 2) + \alpha_2(1, 1, 2) + \alpha_3(0, 0, 1) = (X, Y, Z)$$

$$X = \alpha + \alpha_2$$

$$Y = -\alpha + \alpha_2$$

$$Z = 2\alpha + 2\alpha_2 + \alpha_3$$

$$1 \ 1 \ 0 \ X$$

$$-1 \ 1 \ 0 \ Y$$

$$2 \ 2 \ 1 \ Z$$