

Objetivos:

- Analizar, si existe, la relación funcional entre dos magnitudes determinadas experimentalmente.
- Familiarizarse con el uso de la regresión lineal para el análisis de datos.
- Familiarizarse con algunas funciones de la planilla de cálculo Excel (o similar).

Materiales:

- Varillas de igual material y diámetro, de distintas longitudes.
- Cronómetro con barrera infrarroja.
- Regla

Marco Teórico:

El estudio de un fenómeno natural implica la construcción de un modelo que permita su interpretación. Construir un modelo abarca por ejemplo el hecho de conocer si existe o no una relación entre dos magnitudes referidas a un fenómeno, y si existe, determinar cual es la expresión matemática que nos permite vincularlas.

Al realizar mediciones, debemos considerar que existe siempre algún error de medición. El error dependerá de la calidad del instrumento con el cual se llevaron a cabo las mediciones, y que por mas preciso que sea, nunca reduce esas incertezas a cero. Llamamos apreciación del instrumento a la menor división de la escala de dicho instrumento. Cuando estimamos una lectura, obtendremos un valor máximo y uno mínimo, entre los cuales esta el que yo quiero medir. La semidiferencia de los valores máximo y mínimo me dará la incerteza. Si el instrumento de medición es un sensor, por ejemplo, entonces la incerteza la dará la apreciación del instrumento. *En física, una medida tiene sentido solo si se expresa con su indeterminación.*

Propagación: Para obtener el resultado de una experiencia, generalmente debemos relacionar mediante formulas matemáticas, valores medidos de la realidad. Debido a eso, los errores en las mediciones afectan el resultado final, causando en este un error en el que intervienen los errores de todas las mediciones. Eso hay que tenerlo en cuenta, pero no fue usado directamente en el desarrollo del ejercicio (hay una serie de formulas que indican que pasos hay que seguir para restar, multiplicar, etc. cifras que cuentan con errores).

Por ultimo, usamos algunas nociones de oscilaciones, como la de periodo, que es el tiempo que tarda un cuerpo que oscila en cumplir con una oscilación completa, y la noción precisamente de oscilación completa, que abarca desde que el elemento que oscila pasa por su punto de equilibrio hasta que vuelve a pasar por ese punto por tercera vez.

Otra cosa que usamos fue la teoría sobre ajuste de funciones con regresión lineal. Esta nos dice que dados un conjunto de pares (x,y), si suponemos que se relacionan entre si mediante una función lineal del tipo $y=f(x)=mx+b$, existen formulas estadísticas para estimar el valor de b y de m, y formas para estimar (usando propagación de errores) las incertezas de estos parámetros. Un breve detalle de estas formulas se encuentra expresado en el anexo, en la parte de cálculos. Si tenemos como hipótesis que los pares se relacionan según 2 o 3 funciones, para saber cual es la mejor de las hipótesis, se calcula el valor r.

$r = \frac{RAIZ((St-Sr)/St)}$, siendo St la sumatoria del cuadrado de las diferencias entre cada "y" y el promedio del total de las "y", y siendo Sr la sumatoria del cuadrado de las diferencias entre cada "y" y su valor según la función hipótesis f(x). Cuanto mas se aproxime r a la unidad, mejor es la calidad de la medición.

Desarrollo:

Tomamos 10 varillas metálicas de distinta longitud. Las dispusimos de una sobre un soporte de manera que quedasen oscilando. Con un cronómetro con barrera infrarroja, medimos el tiempo de una oscilación completa de cada una de las varillas. Registramos los valores, tanto del largo de las varillas, como del tiempo en que tardaban en realizar la oscilación completa (llámese así a que la vara oscilando pase tres veces por el mismo sitio). Durante la realización de la experiencia tuvimos ciertos cuidados a pedido del docente, como por ejemplo no separar demasiado la vara de su posición de equilibrio, para provocar oscilaciones similares.

Los valores que obtuvimos son los que se detallan en la tabla que sigue:

L0 (cm)	DL	T0 (seg.)	DT
103.9	+/- 0,1	1.684	+/- 0.001 seg.
79	+/- 0,1	1.473	+/- 0.001 seg.
58.8	+/- 0,1	1.275	+/- 0.001 seg.
84.5	+/- 0,1	1.519	+/- 0.001 seg.
74	+/- 0,1	1.426	+/- 0.001 seg.
89.5	+/- 0,1	1.564	+/- 0.001 seg.
93.8	+/- 0,1	1.605	+/- 0.001 seg.
28.5	+/- 0,1	0.913	+/- 0.001 seg.
24	+/- 0,1	0.834	+/- 0.001 seg.
43.9	+/- 0,1	1.106	+/- 0.001 seg.

Una vez recogidos los datos, procedimos a realizar los cálculos correspondientes. Para esto usamos el programa Microsoft Excel. Agrupamos los valores en una tabla, de a pares, y representamos dichos pares en un gráfico. Mediante una función del programa, trazamos distintas curvas sobre los puntos del gráfico. Primero los unimos con una línea de tendencia que seguía a una relación lineal, y nos quedo el diagrama que adjuntamos con el nombre de "RELACION LINEAL". Asimismo, unimos los puntos gracias al Excel con una línea de tendencia según una relación potencial del tipo $T = aL^m$. Ese gráfico es el adjuntado con el nombre de "RELACION POTENCIAL". En cada gráfico figuran las expresiones que mas se ajustan a cada función, y un coeficiente R², que nos dice que estimación se acerca mas a la realidad, según lo explicado con anterioridad en el marco teórico. Este coeficiente nos hizo elegir la segunda ecuación como la que reflejaba mejor lo que estaba ocurriendo.

Ahora faltaban calcular las incertezas. Como se explica en el marco teórico, hay formulas para calcular las incertezas de los parámetros m y b de una relación lineal del tipo $y=mx+b$. Lo que se buscó entonces fue transformar nuestra ecuación potencial en una lineal para usar dichas formulas. Aplicando logaritmos naturales, llegamos a lo siguiente:

$$y = f(x) = ax^m$$

$$\ln(y) = \ln(a) + m \ln(x) ; \text{ haciendo } x' = \ln(x), y' = \ln(y) \text{ y } b = \ln(a), \text{ queda:}$$

$$y' = mx' + b$$

Los valores de esa ecuación los pudimos determinar todos. Tanto los x' , y' , y los parámetros m y b (Excel mediante). Al tener esa relación lineal, pudimos usar las formulas que se detallan en el marco teórico, de manera que se pudieron determinar las incertezas de m y de b. Para el calculo de la incerteza de a, que es la que restaba saber, usamos el siguiente razonamiento: El valor máximo de b es $b+S_b$, y el mínimo $b-S_b$. Entonces a va a estar entre e_{bmax} y e_{bmin} . La incerteza de a es entonces la semidiferencia de estos valores

máximo y mínimo que a puede alcanzar.

Con el Excel realizamos todos los cálculos, sobre los cuales aplicamos un criterio de redondeo explicado por el docente en clase. Se adjunta una impresión de la hoja de la planilla de cálculo en la que figuran los resultados de los cálculos y algunas formulas.

Conclusión:

La conclusión a la que hemos arribado es que el periodo de una oscilación se relaciona con el largo de la vara que oscila según la siguiente ecuación potencial:

$$T = a \sqrt{Lm}$$

Siendo los siguientes los valores de los parámetros:

$$a = (0,183 \pm 0,002)$$

$$m = (0,479 \pm 0,003)$$

En el cálculo de las incertezas de los parámetros, nos quedaron ciertas dudas acerca de la validez de los resultados, provenientes de la teoría que seguimos para determinarlos. La teoría decía que el criterio de cálculo para las incertezas de m y b partía de la base de que se podían despreciar las incertezas de las abscisas (x_i). Si bien realizamos los cálculos especificados despreciando precisamente las incertezas de las x , nos quedó la duda acerca de la validez de dejar de lado esos valores.

Bibliografía:

Para elaborar este práctico se utilizaron los apuntes de la cátedra, y apuntes varios de la materia Probabilidad y estadística.