

PRÁCTICA No. 2

"MODELADO DE SISTEMAS"

I. INTRODUCCIÓN

El estudio de la teoría de control requiere conocer los procedimientos utilizados para obtener modelos matemáticos de los sistemas dinámicos. El modelo matemático de cualquier sistema es un conjunto de ecuaciones que describe el comportamiento de cualquier variable que influya en él, por ejemplo, voltajes o corrientes en un circuito eléctrico.

La dinámica de los sistemas se describe con ecuaciones diferenciales que se obtienen a partir de las ecuaciones de equilibrio que rigen su comportamiento (esto es, Leyes de Kirchhoff para sistemas eléctricos, de A'lembert para sistemas mecánicos, etc). Si necesitamos conocer cómo es el comportamiento en el tiempo de cualquier variable del sistema, tendríamos que resolver dichas ecuaciones diferenciales, las cuales se pueden complicar de acuerdo al orden de nuestro sistema. Como consecuencia, muchas veces se tendrían que resolver sistemas de ecuaciones diferenciales, una tarea nada fácil de hacer.

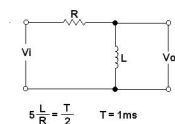
Ante este problema surgieron los métodos gráficos que utilizan la transformada de Laplace para convertir las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas en el dominio de una variable compleja 's'. Una vez obtenidas las ecuaciones diferenciales del sistema se transforman al dominio de Laplace y se construye su diagrama de flujo o si se prefiere, su diagrama de bloques. Posteriormente, se obtiene la Función de Transferencia del sistema y se sustituye la función de entrada por su correspondiente transformada de Laplace. Finalmente, se utiliza la Transformada inversa para regresar al dominio del tiempo y obtener de esta manera, la solución del problema.

Basta graficar la solución que se obtuvo para conocer el comportamiento en el tiempo de la variable bajo estudio. Así, podemos predecir el comportamiento de cualquier sistema a una entrada específica, saber la respuesta transitoria y permanente, observar que efectos tendrá la sustitución de algún componente, obtener sus tiempos de respuesta, etc. Todo esto, sin necesidad de construir el sistema físicamente.

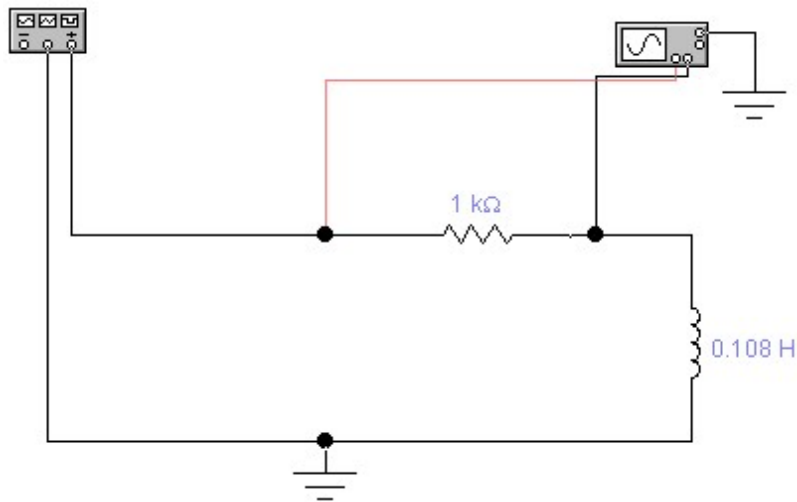
El objetivo de esta práctica es comprobar estas ventajas en un sistema de primer orden. Recordemos que los sistemas eléctricos de primer orden son los circuitos RC y LC. Se manejarán tres casos diferentes en los cuales la diferencia será la frecuencia de la señal que se aplique. En el primer caso, el periodo de la frecuencia usada será menor a 5 , en el segundo caso el periodo será igual a 5 y por último, el periodo será mucho mayor a 5 , esto dependerá de cada equipo.

II. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

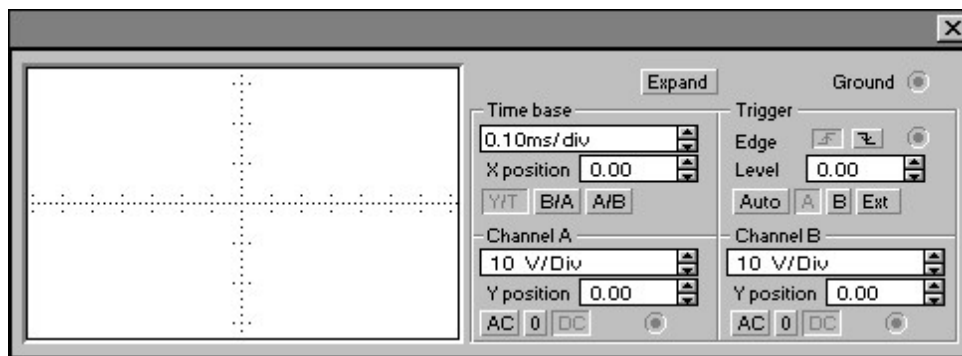
- Construya el circuito que se le indique utilizando cualquier valor de resistor, inductor o capacitor, según sea el caso. Calcule la constante de tiempo del sistema y asegúrese de que 5 veces la constante de tiempo del sistema sea menor a 1ms. (Circuito #2)



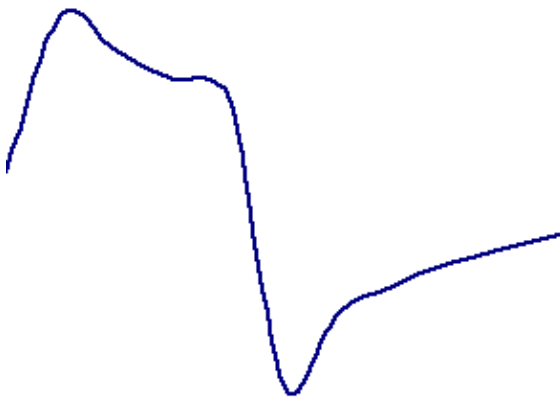
- Alimente Su circuito con el generador de señales empleando como entrada una señal cuadrada con amplitud de 10V. Asegúrese de que el periodo de la señal aplicada sea mayor a cinco veces la constante de tiempo del sistema, (sea un circuito RC o LC).



- En el osciloscopio, ajuste la base de tiempo para observar un ciclo completo de la respuesta del sistema.



- Dibuje detalladamente la respuesta del circuito para cada caso.



t (ms)	Vo
0	0
0.1	7.2
0.2	5.5
0.3	4.2
0.4	3.5

0.5	-10
0.6	-6.6
0.7	-5.4
0.8	-4.3
0.9	-3.7
1	-3

- Mida detalladamente en el osciloscopio los siguientes valores:

a) El voltaje máximo a la salida

$$V_0 = \pm 11V$$

b) Los voltajes que se tienen por cada constante de tiempo del sistema (esto es, el voltaje en la primera constante de tiempo, en la segunda, etc.)

t (ms)	Vo
0	0
0.06	11
0.1	7.2
0.2	5.5
0.3	4.2
0.4	3.5
0.48	3
0.5	-10
0.52	-11
0.6	-6.6
0.7	-5.4
0.8	-4.3
0.9	-3.7
0.92	-3
1	-3

c) Los tiempos en los cuales existan cambios en la señal de salida

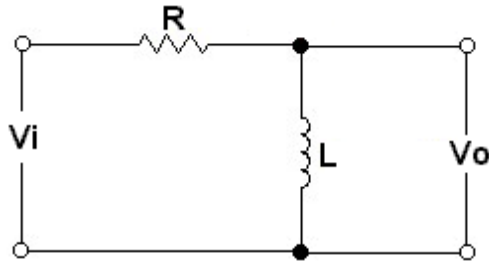
t (ms)	Vo
0	0
0.06	11
0.48	3
0.52	-11
0.92	-3

III. RESULTADOS

Para el reporte que se entregará, en la sección de resultados tendrán que hacer lo siguiente:

- Obtener la función de transferencia del circuito empleando diagramas de bloques o gráficas de flujo.

Función de transferencia mediante Graficas de Flujo

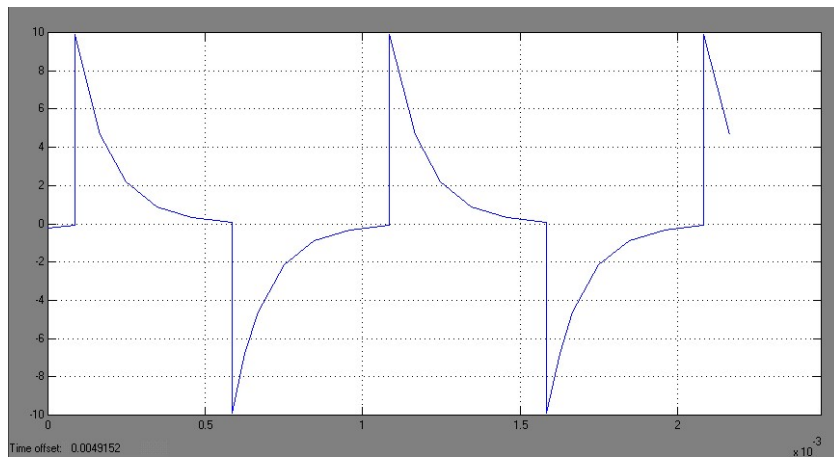


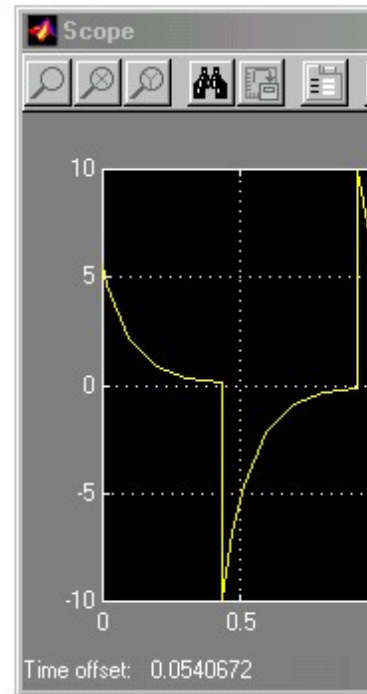
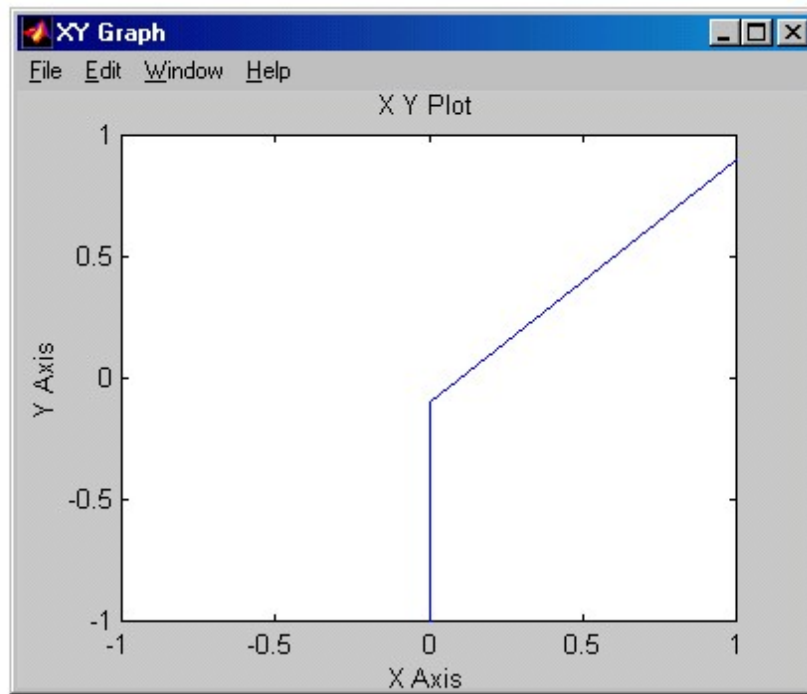
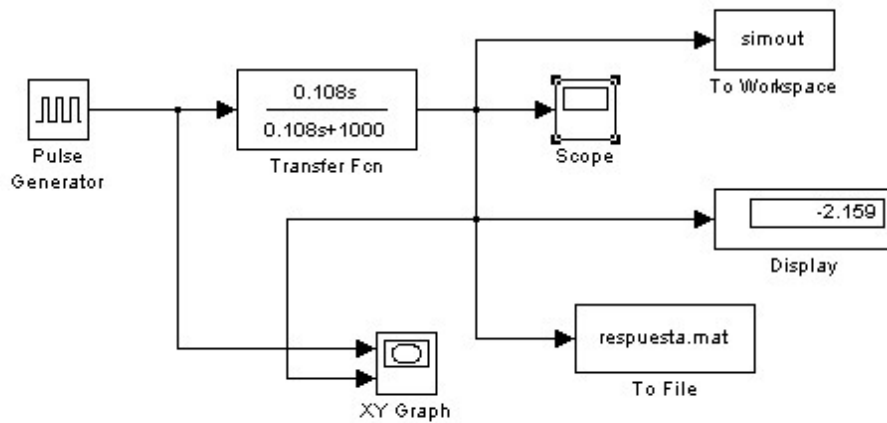
- Dibuje la señal de entrada aplicada (Señal de Onda Cuadrada), según el caso que observaron de los tres diferentes! indicando los tiempos a y b. ($A = 10V$)
- Sustituir el voltaje de entrada en la función de transferencia y obtener la expresión matemática del voltaje de salida en función del tiempo para los siguientes casos:
- Para valores unitarios ($R=L=C=1$)
- Para los valores reales que se utilizaron en la práctica
- Graficar las respuestas en tiempo (pueden utilizar Matlab, Excel o cualquier otro programa). Comentar cuales son las diferencias entre las dos respuestas, es decir, entre la respuesta con valores unitarios y la respuesta con los valores reales.

Grafica de la respuesta en tiempo por Exel

t (ms)	Vo
0	0
0.06	11
0.1	7.2
0.2	5.5
0.3	4.2
0.4	3.5
0.48	3
0.5	-10
0.52	-11
0.6	-6.6
0.7	-5.4
0.8	-4.3
0.9	-3.7
0.92	-3
1	-3

Respuesta en tiempo de Matlab





Running

- Presentar los resultados que se obtuvieron en la práctica, indicando los valores medidos de voltaje y tiempo.

$t \text{ (ms)}$	V_o
0	0
0.06	11
0.1	7.2
0.2	5.5

0.3	4.2
0.4	3.5
0.48	3
0.5	-10
0.52	-11
0.6	-6.6
0.7	-5.4
0.8	-4.3
0.9	-3.7
0.92	-3
1	-3

- Comprobar todos los cálculos hechos usando el paquete c.c. Esto Incluye la expansión en fracciones parciales, las respuestas en tiempo y sus correspondientes gráficas presentadas.

Para valores reales

Para valores unitarios

Comprobación de la transformada inversa mediante Matlab.

» syms s

» ilaplace((0.108*s/(0.108*s+1000))*(10/s*(1-2*exp(-0.0005*s)+exp(-.001*s))))

ans =

$10 \cdot \exp(-250000/27 \cdot t) - 20 \cdot \text{Heaviside}(t - 1/2000) \cdot \exp(-250000/27 \cdot t + 125/27) + 10 \cdot \text{Heaviside}(t - 1/1000) \cdot \exp(-250000/27 \cdot t + 125/27)$

» ilaplace((s/(s+1))*(10/s*(1-2*exp(-0.0005*s)+exp(-0.001*s))))

ans =

$10 \cdot \exp(-t) - 20 \cdot \text{Heaviside}(t - 1/2000) \cdot \exp(-t + 1/2000) + 10 \cdot \text{Heaviside}(t - 1/1000) \cdot \exp(-t + 1/1000)$

Comprobación de la transformada inversa mediante CC.

Donde G es la FT unitaria, y G1 es la FT con valores reales.

CC>ZEROS
ZEROS>SINGEL,G

$$p(s) = 0$$

No zeros

ZEROS>PEF,G

$$p(s) = 0$$

No zeros

ZEROS>■

CC>ILT,G
Causal Inverse Laplace transform

$$G(t) = \begin{cases} \delta(t) & \text{for } t=0 \\ -1*\exp(-1t) & \text{for } t>0 \\ 0 & \text{for } t<0 \end{cases}$$

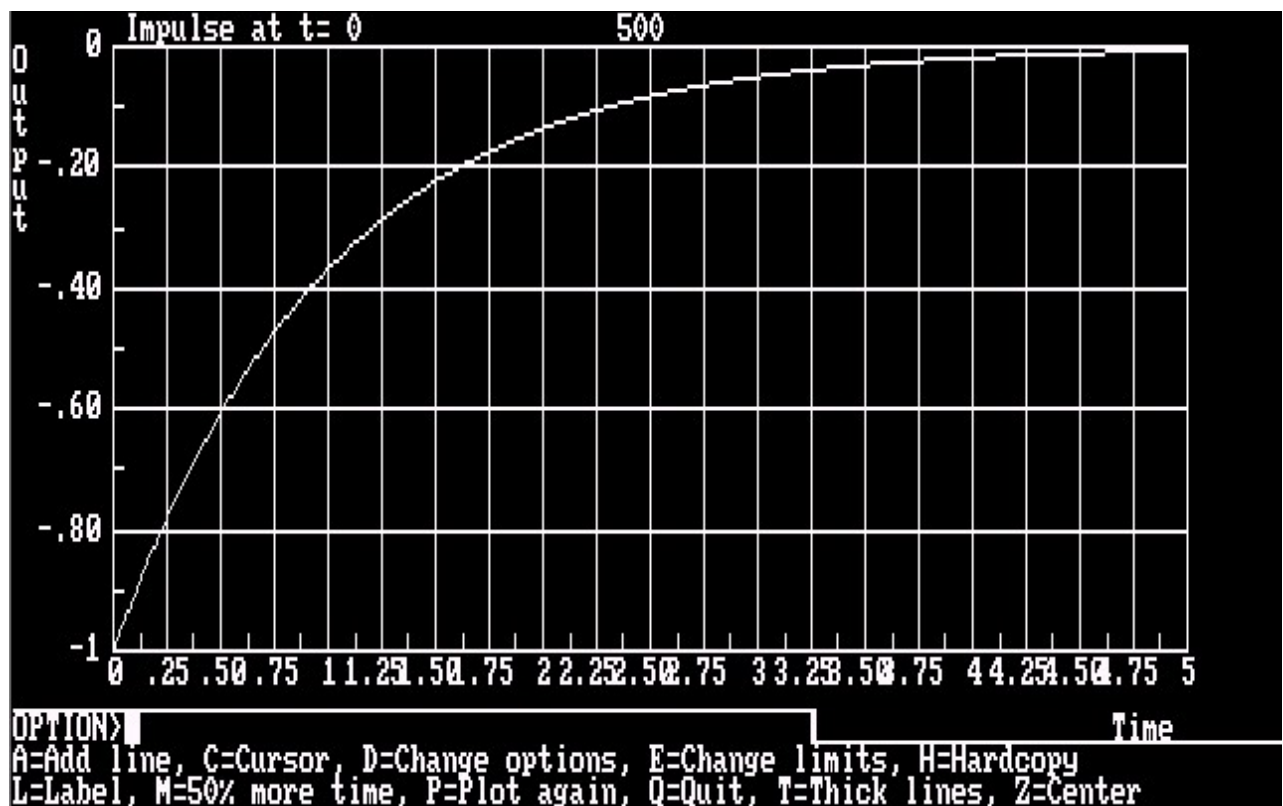
CC>PZF,G

$$G(s) = \frac{s}{(s+1)}$$

CC>■



Grafica para una entrada de O.L. Escalón



Grafica para una entrada de O.L. Impulso

Comprobación de la transformada inversa mediante CC.

Para

CC>ZEROS

ZEROS>NUMERATOR,G1

$$p(s) = .108s$$

$$\text{ZEROS: } 0$$

ZEROS>VERIFY

$$s = 0.0000000000000000D+00 \quad p(s) = 0.0000000000000000D+00$$

ZEROS>DENOMINATOR,G1

$$p(s) = .108s + 1000$$

$$\text{ZEROS: } -9259.259259259259$$

ZEROS>VERIFY

$$s = -9.259259259259259D+03 \quad p(s) = 0.0000000000000000D+00$$

ZEROS>■

ZEROS>PZF,G1

$$p(s) = 0$$

No zeros

ZEROS>SINGLE,G1

$$p(s) = 0$$

No zeros

ZEROS>PEF,G1

$$p(s) = 0$$

No zeros

ZEROS>■

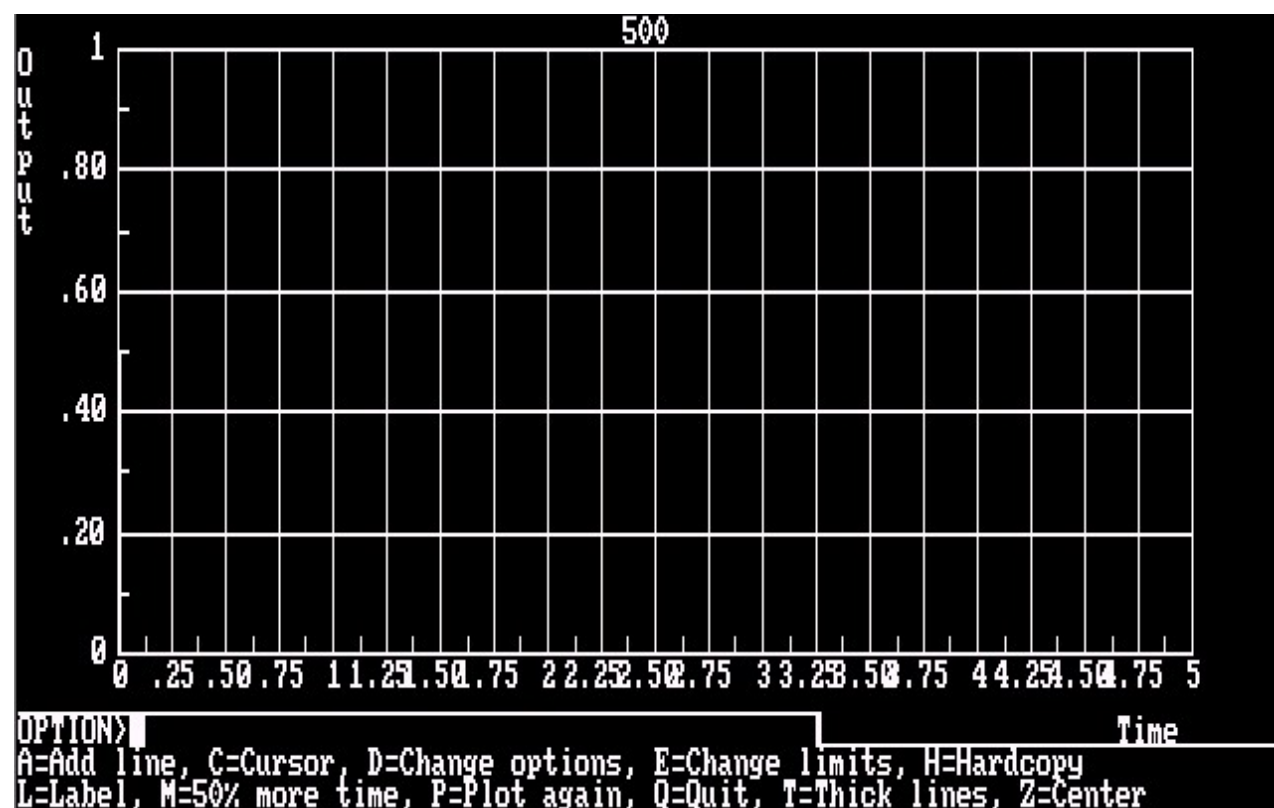
CC>ILT,G1
Causal Inverse Laplace transform

$$G1(t) = \begin{cases} \delta(t) & \text{for } t=0 \\ -9259.259 \cdot \exp(-9259.259t) & \text{for } t>0 \\ 0 & \text{for } t<0 \end{cases}$$

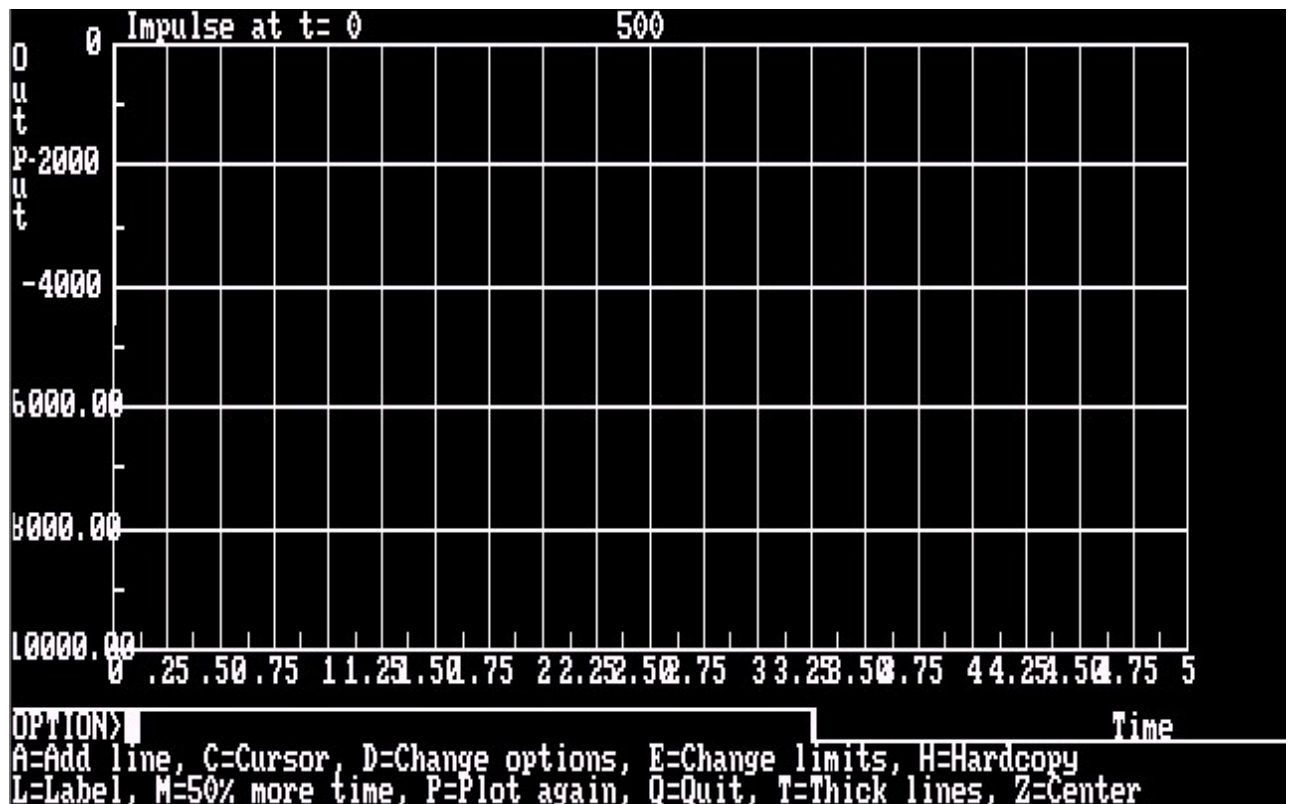
CC>PZF,G1

$$G1(s) = \frac{s}{(s + 9259.259)}$$

CC>■



Grafica para una entrada de O.L. Escalón



Grafica para una entrada de O.L. Impulso

- Comparar los resultados entre los datos teóricos y los datos prácticos, comentar al respecto. Explicar cualquier diferencia entre ambos casos.

Se puede observar la gran ayuda que este tipo de software nos brinda ya que al hacer la comparación entre los datos obtenidos, por ejemplo las raíces que al calcularlas a mano, se aproxima demasiado a los obtenidos en Matlab, CC, y con la calculadora HP48GX, las transformadas inversas de Laplace son idénticas tanto las calculadas a mano como las calculadas en la computadora, a diferencia de que los resultados en computadora son algo raros a simple vista lo cual nos puede llegar a confundir, por ejemplo el resultado que nos da Matlab nos menciona algo sobre heavyside que multiplica a la exponencial retardadora, esto no es mas que la función delta con retardo en tiempo que simula la ventana que se crea al introducir la señal cuadrada.

La única gran diferencia es la facilidad, confiabilidad y el tiempo que nos proporcionan estos software's.

En general no existe mucha diferencia entre los resultados

- poner conclusiones individuales de la practica por cada uno de los Integrantes del equipo.

1.

En realidad esta practica llegó a ser de mi agrado, pues pocas veces puedes visualizar algo que en clase de teoría no puedes hacer, y pues qué mejor manera de comprobar algo teórico en forma práctica y obtener resultados favorables. Algo que pude concluir de ésta práctica visualizando mi señal en el osciloscopio es que si la frecuencia aumenta el periodo disminuye. Otra cosa que llamo mi atención es que si mi constante de tiempo es muy grande conduce un pequeño instante. También hicimos uso de la señal de prueba, pues existe una correlación entre las características de respuesta del sistema para la señal de entrada de prueba común y la capacidad del sistema de manejar las señales de entrada reales.

2.

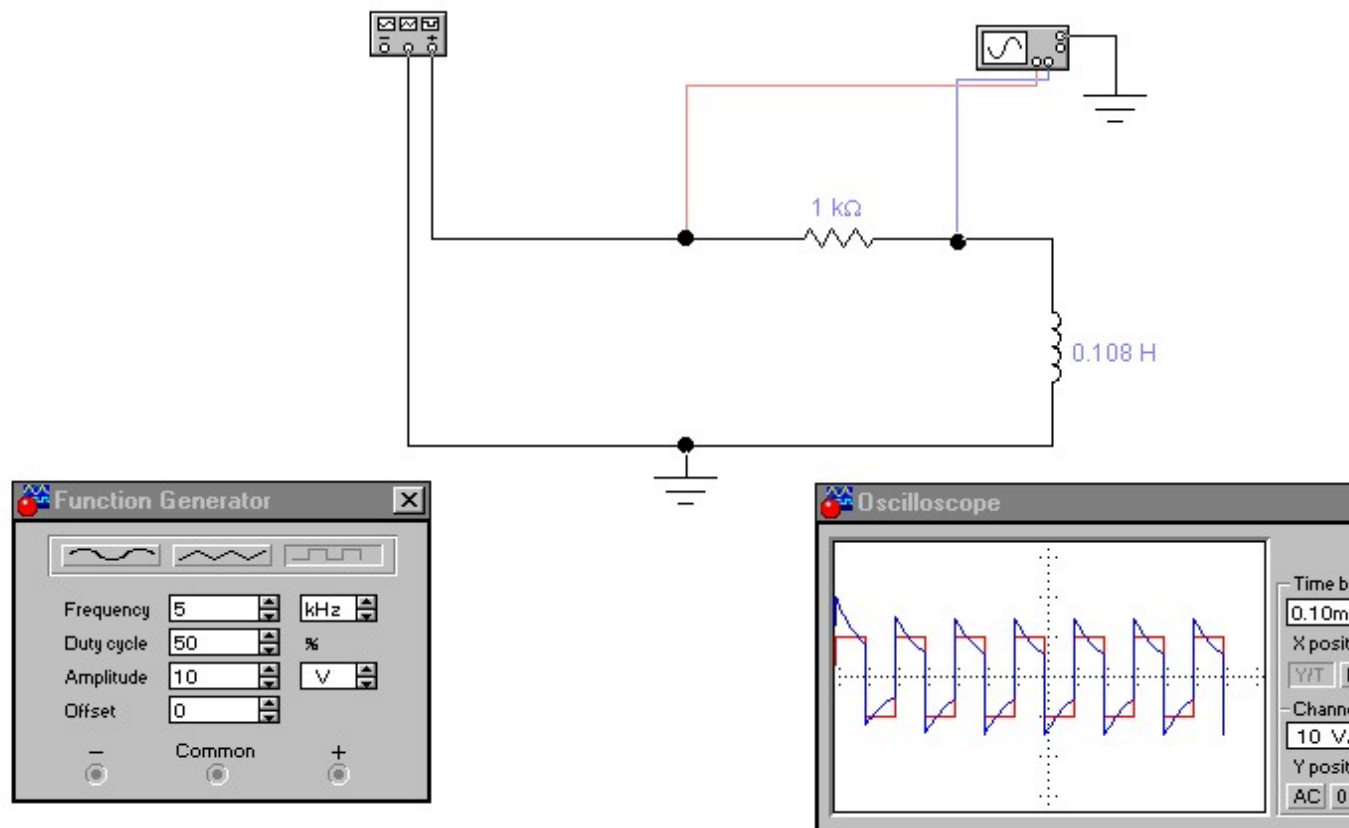
Al término de ésta práctica se concluyó o más bien se pudo comprobar toda la parte teórica vista en clase; esto es, que podemos saber o conocer la respuesta de algún circuito eléctrico sin necesidad de construirlo o armarlo. Aunque en este caso fue al revés, es decir, primeramente construimos el circuito y obtuvimos su respuesta aplicándole una señal de onda cuadrada se observó su gráfica (respuesta del circuito) y posteriormente se hizo el cálculo teórico, esto es, se encontró su función de transferencia del circuito, se sustituyó la señal de entrada por su transformada correspondiente de Laplace para que después se le aplicara la transformada inversa de Laplace para encontrar su respuesta en tiempo y al graficarlo se comprobó que la respuesta que se obtuvo eran casi idénticas a lo que se obtuvo teóricamente.

Con respecto a comparar los resultados teóricos con los prácticos, se pudo ver anteriormente en ésta práctica que casi no variaban los resultados teóricos con los verdaderos, esto nos lleva a concluir que los cálculos teóricos son muy confiables ya que no hay una gran diferencia con la realidad.

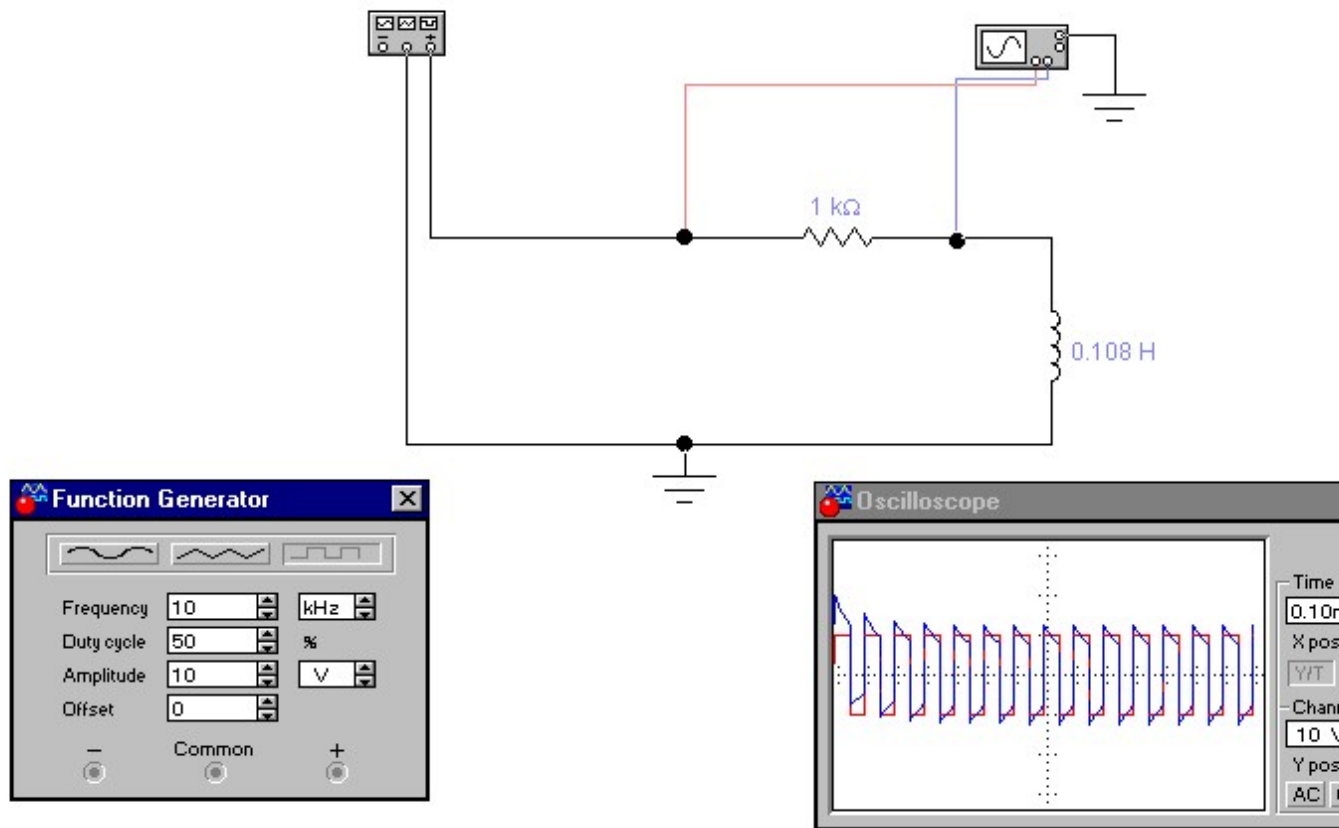
3.

Esta fue una practica excelente como nunca la había realizado, en esta pude comprobar que unas ecuaciones diferenciales en realidad pueden representar el comportamiento de un circuito o sistema, en este caso un circuito RL, observamos como se comporta la salida con respecto a la señal de entrada que en este caso fue una señal cuadrada con amplitud de 10v, la frecuencia a la que entra al circuito esta señal es de $f = 1000\text{Hz}$, en las siguientes figuras se observa el comportamiento de la salida al alterar la frecuencia de entrada:

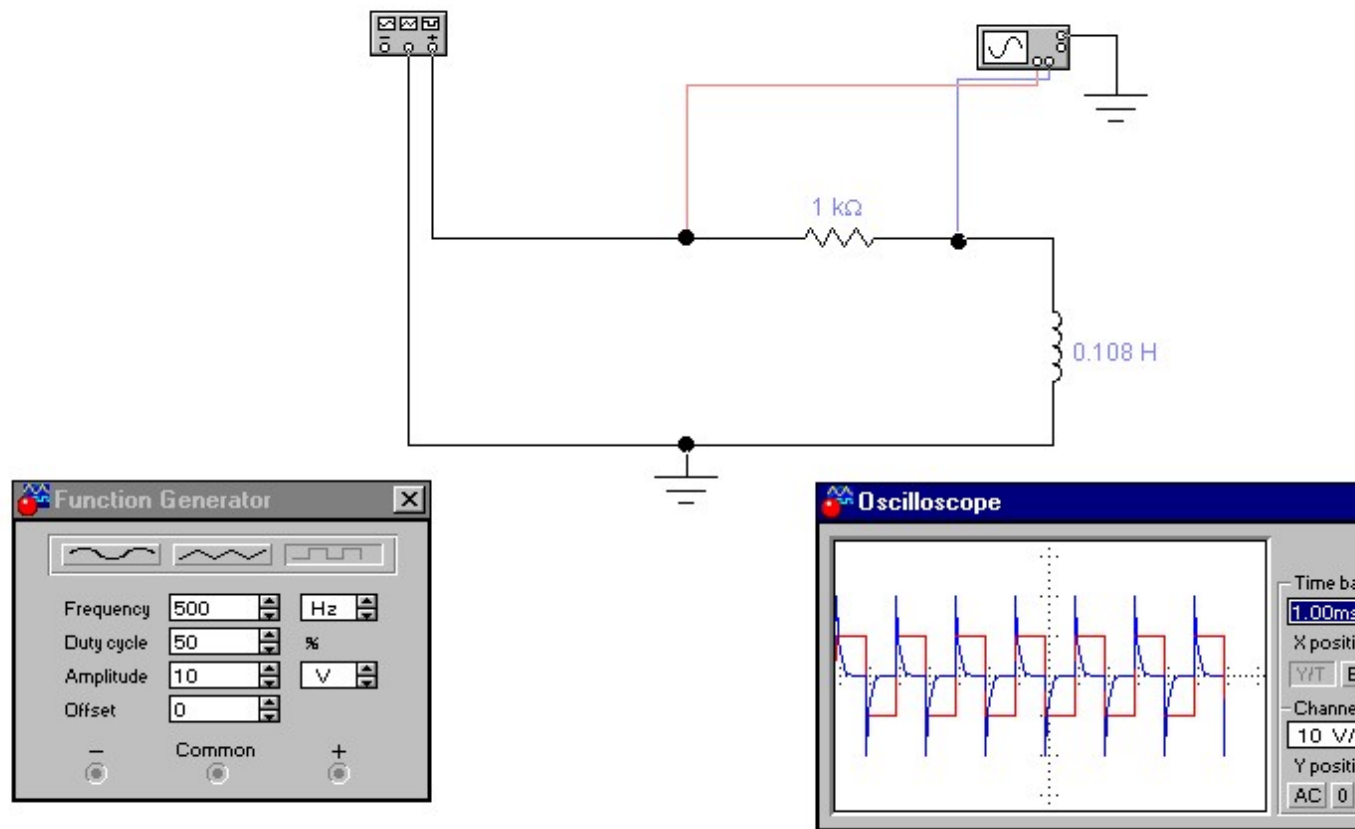
En este caso tenemos en el osciloscopio la señal de entrada (rojo), y la señal de salida (azul), a una frecuencia de 1KHz.



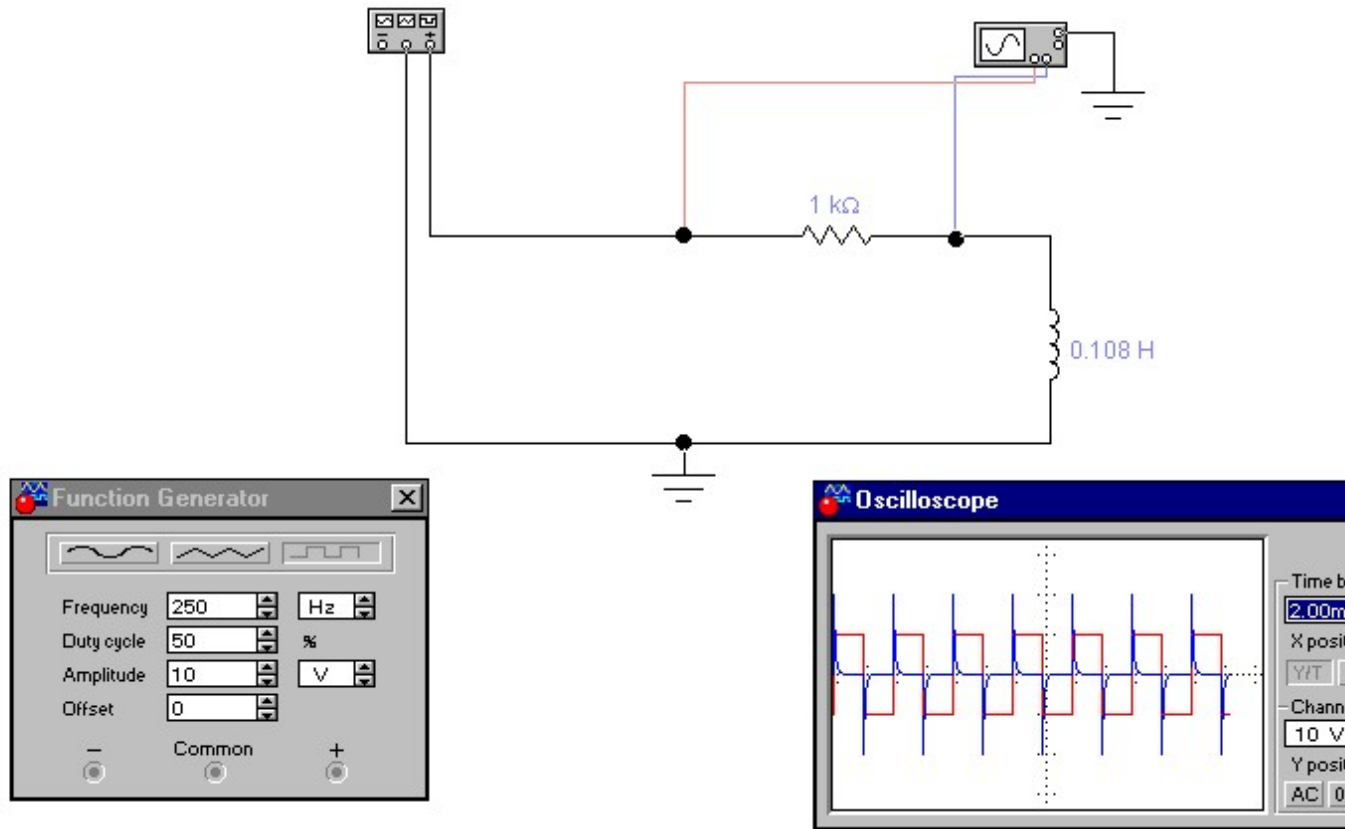
Observaos que en este caso la frecuencia esta a 5KHz y la señal de salida se aleja de 0



Con esta figura queda claro como al aumentar la frecuencia, se aleja de 0, esto es debido a la bobina.



En esta figura se observa como tiene a cero al caer la señal con una frecuencia mas baja de 50HZ



Por ultimo se nota que al bajar la frecuencia cae mas rápido la señal hacia cero pero nunca llega a cero y dura mas tiempo abajo.

Por otra parte se puede comprobar que es mas fácil utilizar software que hacerlo a mano ya que no ahorramos tiempo y no nos rompemos tanto la cabeza al resolver la L-1, que en ocasiones es muy pesada.

En esta practica pudimos comprobar lo que se había visto anteriormente en clase, que apartir de un circuito teórico usando ecuaciones diferenciales y la transformada de Laplace se obtiene su función de transferencia y su respuesta en tiempo. Y ahora fue lo que se hizo en el laboratorio con un circuito real del tipo RL del cual obtuvimos sus mediciones correspondientes, su función de transferencia y su respuesta en tiempo. Posteriormente se compararon los resultados teóricos con los prácticos.

Y pudimos observar la respuesta en tiempo de sistema lineales de primer orden en nuestro caso tratamos un circuito con un resistor y un inductor, a este circuito se le aplico una entrada de una onda cuadrada con una cierta frecuencia y una cierta amplitud, se observo su respuesta mediante el osciloscopio y se tomaron algunas mediciones , y por medio de la teoría se sacaron sus ecuaciones diferenciales y se le aplico su transformada inversa y al obtener el resultado teóricamente se observo que es muy parecido con lo obtenido en el circuito , después se le hizo una simulación del circuito usando amplificadores operaciones, esto se hace por si el sistema es muy grande o muy costosos y no se sabe cual es respuesta o si es estable o inestable