

La elipse

Una elipse es el conjunto de distancias en el plano cartesiano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos (también en el plano), es igual a una constante positiva ($2a$).

En donde:

A es igual a la distancia del centro al vértice del eje mayor.

B es igual a la distancia del centro al vértice del eje menor.

C es igual a la distancia del centro a cualquiera de los puntos fijos o focos.

Características Generales

- El centro de una elipse, es un punto del eje mayor, y está situado a la mitad de los vértices.
- El lado recto de una elipse es un segmento de recta que pasa por los focos y tiene como extremos los lados de la elipse

Fórmula

$2b^2$

a

- La excentricidad de una elipse es el cociente de la distancia entre los focos a la distancia entre los vértices; está sólo se encuentra entre cero y uno.

Fórmula

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

a a

La excentricidad determina la forma de la elipse, entre más cerca de uno se encuentre, la forma de la elipse será alargada, y si, por el contrario más cerca de cero está, su forma es más redonda.

- La longitud del eje mayor se define como dos veces la distancia del centro hacia cualquiera de los puntos del eje mayor.
- La longitud del eje menor se define como dos veces la distancia del centro hacia cualquiera de los puntos del vértice del eje menor.

Ecuaciones con centro en el origen

Gráfica No.1	Gráfica No.2	Ecuación General
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ A ² B ²	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ B ² A ²	$Qx^2 + Py^2 = QP$

Gráfica No. 1 Gráfica No. 2

Ecuaciones con centro (h,k)

Gráfica No.1	Gráfica No.2	Ecuación General
$(X-h)^2 + (y-k)^2 = 1$ A2 B2	$(X-h)^2 + (y-k)^2 = 1$ B2 A2	$ax^2 + cy^2 + ey + f = QP$

Gráfica No. 1 Gráfica No. 2

Ejemplos:

- Dada la ecuación de la elipse $x^2/25 + y^2/16 = 1$; determine los vértices, los extremos del eje menor y los focos. Trace la gráfica y mostrar los focos.

$$A^2 = 25 \quad a = 5 \quad \text{Vértice } (\pm 5, 0)$$

$$B^2 = 16 \quad b = 4 \quad \text{extremos del eje menor } (0, \pm 4)$$

$$C^2 = A^2 - B^2$$

$$C^2 = 25 - 16 = 9 \quad c = 3 \quad \text{Focos } (\pm 3, 0).$$

- Obtenga la ecuación de la elipse con focos $(-8, 2)$ y $(4, 2)$, cuya constante es 18.

$$2c = 12 \quad 2a = 18$$

$$c = 6 \quad a = 9$$

$$c^2 = 36 \quad a^2 = 81.$$

$$B^2 = 81 - 36$$

$$B^2 = 45$$

Centro está en $(-2, 2)$

$$(x+2)^2 + (y-2)^2 = 1$$

- 45

La Hipérbola

La hipérbola es el conjunto de todos los puntos de un plano cartesiano tales que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos del plano llamados focos, es igual a una constante positiva ($2a$), en donde "a" puede ser mayor o menor que "b" y la posición de la hipérbola se determina dentro del plano dependiendo si dentro de la ecuación "x" o "y" es positivo.

Una hipérbola parte de sus vértices abriéndose cada vez más y tendiendo hacia dos rectas llamadas asíntotas, las cuales nunca llegan a tocar. Al rectángulo que forman las asíntotas, se le llama rectángulo auxiliar, y sus

lados tiene por longitud $2a$ y $2b$. Los vértices de la hipérbola son los puntos de intersección del eje principal y el rectángulo auxiliar. Al prolongar las diagonales del rectángulo se obtienen las asíntotas; se traza cada rama de la hipérbola a través de su respectivo vértice usando las asíntotas como guías.

Ecuaciones de las asíntotas.

Cuando el eje mayor de una hipérbola es horizontal, la ecuación de la asíntota es:

$$Y = \pm \frac{b}{a}x$$

A

$$(Y-k) = \pm \frac{b}{a}(x-h)$$

A

Cuando el eje mayor de una hipérbola es vertical, la ecuación de la asíntota es:

$$Y = \pm \frac{a}{b}x$$

B

$$(Y-k) = \pm \frac{a}{b}(x-h)$$

b

En donde:

A es igual a la distancia del centro hacia uno de los vértice del eje mayor.

B es igual a la distancia del centro hacia uno de los vértice del eje menor.

C es igual a la distancia del centro a cualquiera de los puntos fijos o focos

Características

- La hipérbola posee una excentricidad mayor que uno, la cual se define como la distancia del centro hacia uno de los focos, dividida, la distancia del centro a uno de los vértices.

2.La longitud del eje mayor se define como dos veces la distancia del centro hacia cualquiera de los puntos del eje mayor.

3.La longitud del eje conjugado se define como dos veces la distancia del centro hacia cualquiera de los puntos del vértice del eje menor

Ecuaciones con centro en el origen

Gráfica No.1	Gráfica No.2	Ecuación General
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$	$Qx^2 - Py^2 = QP$
A ² B ²	A ² B ²	

Gráfica No. 1 Gráfica No. 2

Ecuaciones con centro (h,k)

Gráfica No.1	Gráfica No.2	Ecuación General
$(X-h)^2 - (y-k)^2 = 1$	$(Y-k)^2 - (X-h)^2 = 1$	$ax^2 + cy^2 + ey + f = QP$
A2 B2	A2 B2	$ay^2 + cx^2 + ey + f = QP$

Gráfica No. 1 Gráfica No. 2

VM ($\pm a, 0$)

Vm($0, \pm b$)

Centro (0,0)

Focos ($\pm c, 0$)

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM ($0, \pm a$)

Vm($\pm b, 0$)

Centro (0,0)

Focos ($0, \pm c$)

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM ($h, k \pm a$)

Vm($h \pm b, k$)

Centro (h,k)

Focos ($h, k \pm c$)

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM ($h \pm a, k$)

Vm($h, k \pm b$)

Centro (h,k)

Focos $(h \pm c, k)$

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM $(0, \pm a)$

Centro $(0,0)$

Focos $(0, \pm c)$

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM $(\pm a, 0)$

Centro $(0,0)$

Focos $(\pm c, 0)$

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM $(h, k \pm a)$

Centro (h,k)

Focos $(h, k \pm c)$

Excentricidad

$$e = c/a$$

VM $(h \pm a, k)$

Centro (h,k)

Focos $(h \pm c, k)$

Excentricidad

$$e = c/a$$

Vértice en $(0,0)$

Vértice en (h,k)

Vértice en (h,k)

Vértice en $(0,0)$