FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES. DERIVADAS.

DEFINICIONES DE FUNCIONES EN VARIAS VARIABLES.

Hasta ahora se ha estudiado las funciones del tipo real de variable real:

Ahora podemos hablar de funciones más generales, que se mueven entre dos espacios vectoriales:

Donde f(x1, x2, xn) se puede ver como:

Donde hay m funciones del tipo:

que hacen corresponder un numero de R a un vector de Rn.

EJEMPLO.

donde f(x,y,z) podía haberse escrito como vector columna:

DEFINICIONES PARA DERIVADAS.

DEFINICION 1

Se llama derivada parcial de una función del tipo:

a la expresión:

y se realiza derivando de la manera usual dejando las variables QUE NO SON xj constantes.

DEFINICION 2

La derivada de una función del tipo:

sería:

A esta matriz se la llama ***MATRIZ JACOBIANA*** y es siempre del tipo m×n.

EJEMPLO

Con la intención de quitarle un poco el miedo a esta expresión, veamos lo que pasa si derivamos la función del ejemplo anterior:

en este caso tendríamos dos funciones:

Basta hacer las parciales para la primera:

y para la segunda:

y las colocamos ordenadamente en la matriz jacobiana:

Ya tenemos la derivada de nuestra función.

Si nos pidieran la derivada en, por ejemplo, a=(x,y,z)=(1,−1,2), basta con sustituir ahora y tendríamos:

No es tan difícil, ¿verdad?.Sigamos pues

DEFINICION 3

Se llama DERIVADA EN UN PUNTO SEGÚN UN VECTOR:

donde Df(a) es la derivada de la función, y **v** representa al vector. Este será por tanto un producto de matrices.

DEFINICION 4

Se llama MODULO DE UN VECTOR **v**=(x1,x2,,xn) a la operación siguiente:

EJEMPLO

El modulo del vector, digamos, **v**=(1,−1,2) sería:

DEFINICION 5

Se llama DERIVADA DIRECCIONAL a la DERIVADA EN UN PUNTO SEGÚN UN VECTOR cuando el vector tiene modulo 1.

Además hay una coincidencia interesante, si el punto a es genérico: a=(x1,x2,,xn) y el vector escogido es (1,0,,0), entonces la derivada direccional es igual a la parcial respecto a x1, si el escogido es (0,1,0,,0), sería la parcial respecto a x2, y así sucesivamente.

DEFINICION 6

Se llama GRADIENTE DE UNA FUNCION del tipo:

a la operación:

Además existen las siguientes consecuencias del gradiente:

- La DERIVADA EN UN PUNTO SEGÚN UN VECTOR puede expresarse según el gradiente de la forma:

- En el caso de que el modulo de **v** sea 1, estariamos en el caso de DERIVADA DIRECCIONAL:

3− En el caso de que ADEMAS la dirección de **v** y del gradiente sea la misma, entonces cos( )=1, y la DERIVADA DIRECCIONAL será **máxima**.