

RED LIGADA:

1.- CÁLCULO:

- 1.1.- Introducción.
- 1.2.- Obtención de las formas iniciales del ajuste.
- 1.3.- Método de compensación.
- 1.4.- Corrección de las coordenadas aproximadas iniciales.
- 1.5.- Obtención de los residuos.
- 1.6.- Cálculo del estimador de la varianza y desviación típica del observable de peso unidad.
- 1.7.- Obtención de la matriz varianza-covarianza de las variables corregidas.
- 1.8.- Cálculo de la matriz varianza-covarianza a posteriori de los residuos.
- 1.9.- Cálculo de la matriz varianza-covarianza a posteriori de los observables.
- 1.10.- Resultados finales.

2.- ANÁLISIS ESTADÍSTICO PARA LA RED LIGADA.

3.- FIABILIDAD:

- 3.1.- Estudio de la fiabilidad interna de la red.
- 3.2.- Estudio de la fiabilidad externa de la red.

4.- PRECISIÓN EN COORDENADAS:

- 4.1.- Desviación típica.
- 4.2.- Elipse de error absoluta estándar.

RED LIBRE:

1.- CÁLCULO:

- 1.1.- Datos de partida.
- 1.2.- Obtención de las ecuaciones angulares y de distancia.
- 1.3.- Elección de la matriz de constreñimientos.
- 1.4.- Configuración de la matriz de criterio.

- 1.5.– Obtención del vector de correcciones a las coordenadas aproximadas iniciales.
- 1.6.– Cálculo de los residuos.
- 1.7.–Cálculo del estimador de la varianza y desviación típica del observable de peso unidad.
- 1.8.– Obtención de la matriz varianza–covarianza de las variables corregidas.
- 1.9.– Cálculo de la matriz varianza–covarianza a posteriori de los residuos.
- 1.10.– Cálculo de la matriz varianza–covarianza a posteriori de los observables.
- 1.11.– Resultados finales.

2.– ANÁLISIS ESTADÍSTICO PARA LA RED LIBRE:

- 2.1.– Desarrollo teórico del test .
- 2.2.– Desarrollo del test para la red libre.

3.– FIABILIDAD:

- 3.1.– Estudio de la fiabilidad interna de la red.
- 3.2.– Estudio de la fiabilidad externa de la red libre.

4.– ELIPSES ESTÁNDAR Y RELATIVAS DE ERROR:

- 4.1.– Establecimiento de las elipses de error de vértices estándar.
- 4.2.– Elipses relativas de error.

5. TEST F DE FISHER O SNEDECOR PARA COMPARAR AMBAS REDES.

El siguiente proyecto de redes pretende ajustar una red topográfica de precisión. Para ello utilizaremos la teoría estadística estudiada en el presente curso, valorando y validando los resultados obtenidos tras los distintos cálculos.

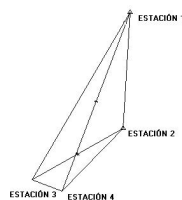
La red con la que vamos a trabajar consta de cuatro vértices, dos de los cuales son fijos, con lo que la solución de la red ligada es determinista.

A continuación se adjunta el estadillo de observaciones:

ESTACIÓN	PTO VISADO	LECTURA ACIMUTAL (g)	DISTANCIA (m)
A	B	50.0296	
	E	361.1859	
	C	394.7074	
B	A	0.0003	347.696
	C	126.6300	
	E	100.6213	
C	A	69.3015	190.016

B	51.2553
E	205.9711

Como se puede observar se trata de ocho observaciones, seis angulares (diferencia entre lecturas) y dos distanciométricas. Estas observaciones serán las utilizadas para el cálculo de la red, tanto libre como ligada. Teniendo en cuenta las observaciones anteriormente expuestas, el croquis de la figura es el siguiente:



Una vez expuestos los datos de partida es necesario, para poder comenzar el ajuste matemático de mínimos cuadrados por variación de coordenadas, conocer las coordenadas aproximadas iniciales de cada uno de los vértices. No ha sido necesario la utilización de ningún método topográfico para poder obtenerlas, ya que fueron facilitadas con los restantes datos del proyecto. Las coordenadas aproximadas de los puntos son las que siguen:

PUNTO	X	Y
E (1)	10012.628	10211.206
C (2)	10000	10000
A (3)	9834.751	9906.198
B (4)	9889.329	9886.105

1. Cálculo de la red ligada:

Para el ajuste por el método mínimo cuadrático de variación de coordenadas de una red con solución determinista, es necesario aceptar como exactos ciertos datos a priori que se conocen el nombre de Datum de la red, vértices fundamentales que fijarán los parámetros de orientación y escala.

Al tipo de redes calculadas fijando mediante dos vértices los parámetros de orientación y escala, se las conoce como redes ligadas. A continuación se procede al ajuste de la red tomando como Datum las coordenadas de los vértices E y D; como se ha comentado con anterioridad se resolverá utilizando el método de variación de coordenadas.

Para realizar el cálculo de la red ligada se han escogido las ocho observaciones, seis de ángulo y dos de distancia; en concreto se escogieron las siguientes observaciones:

Observaciones de ángulo:

Nº	Pto i-1	Pto i	Pto i+1	Angulo observado (g)	Peso
01	A	C	E	88.8437	0.005
02	B	C	E	55.3222	0.005
03	C	E	A	100.621	0.005
04	C	E	B	126.6297	0.005
05	E	B	A	154.7158	0.005
06	C	B	A	136.6696	0.005

Observaciones de distancia:

Nº	Pto i	Pto i-1	Distancia observada (m)	Peso
07	B	E	347.696	10000
08	C	A	190.016	10000

Obtención de las formas lineales del ajuste:

La obtención de las formas lineales del ajuste se obtuvieron a partir del siguiente desarrollo teórico:

Formas lineales de las observaciones angulares:

Para establecerlas se necesita conocer:

1º) Las diferencias entre ángulos, que serán los términos independientes de las formas lineales angulares, entre los ángulos observados y los ángulos calculados aproximados.

Los ángulos observados serán determinados por diferencias de lecturas angulares horizontales. Los ángulos calculados responden a la expresión:

$$i, j+1 - i, j-1$$

2º) Las distancias reducidas se obtuvieron a partir de las coordenadas aproximadas aplicando Pitágoras. La expresión a aplicar vendrá dada por:

$$a_{i-1} \times dx_{i-1} + a_i \times dx_i + a_{i+1} \times dx_{i+1} + b_{i-1} \times dy_{i-1} + b_i \times dy_i + b_{i+1} \times dy_{i+1} = k a_i + r a_i$$

y los coeficientes, supuesto el ángulo $i = (i-1) i (i+1)$ de lados $(i-1) i$ e $i (i+1)$ y girando $(i-1) i$ en sentido dextrorsum alrededor de i hasta superponerse con $(i+1)$:

$$\alpha_{i-1} = \frac{(Y_i - Y_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; \alpha_i = - \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{DR_{i,i+1}^2} + \frac{(Y_i - Y_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; \alpha_{i+1} = \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{DR_{i,i+1}^2}$$

$$b_{i-1} = \frac{(X_i - X_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; b_i = - \frac{(X_{i+1} - X_i)}{DR_{i,i+1}^2} + \frac{(X_i - X_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; b_{i+1} = \frac{(X_{i+1} - X_i)}{DR_{i,i+1}^2}$$

Particularizando para las coordenadas aproximadas obtenidas y teniendo en cuenta que si alguno de los vértices tiene coordenadas exactas el diferencial correspondiente se anulará, se obtienen las ecuaciones buscadas, habiendo multiplicado previamente los coeficientes por 636620 para obtener los resultados en

dmgr.

Formas lineales de la observación distanciométrica:

Su expresión general con **i** como punto de estación y **j** como punto visado es de la forma:

$$\frac{-(X_j - X_i)}{DR_{ij}} dx_i + \frac{(X_j - X_i)}{DR_{ij}} dx_j - \frac{(Y_j - Y_i)}{DR_{ij}} dy_i + \frac{(Y_j - Y_i)}{DR_{ij}} dy_j = DR_{ij(obs)} - DR_{ij(cal)} + r_{ij}$$

Los términos independientes serán nulos si coinciden las distancias observada y calculada; los diferenciales correspondientes a vértices considerados fijos se anularán.

Método de compensación

Se plantea la resolución de un problema de mínimos cuadrados por el método de observaciones indirectas respondiendo al siguiente esquema matricial:

$$\mathbf{Ax} - \mathbf{K} = \mathbf{R}$$

Dónde cada una de las matrices vienen definidas a continuación:

Matriz de diseño A:

XA	YA	XB	YB
5339.218542	9363.839452	-3781.715080	-10272.156753
5435.626613	7358.495776	-3781.715080	-10272.156753
-3781.715080	-10272.156753	2069.744951	10921.444836
-3781.715080	-10272.156753	906.718933	13065.771035
0.000000	0.000000	2874.996147	-2793.614282
1653.911533	-2913.660977	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	-0.354616	-0.935012
-0.869659	-0.493653	0.000000	0.000000

Vector de términos independientes:

K
-19.2448
-25.5308
2.9795
5.8906
0.7285
0.0882
-0.00114351
0.00008697

El sistema de ecuaciones normales viene determinado por la siguiente expresión:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{K}$$

siendo $(A^T P A) = S$ (matriz de criterio).

En el caso determinista, con matriz de diseño A de rango completo y no singular, es posible realizar la inversión de la matriz de criterio S , de forma que el problema tenga solución única. La solución de este sistema de ecuaciones normales permitirá el cálculo de las incógnitas del mismo:

$$x = (A^T P A)^{-1} A^T P K$$

obteniendo los siguientes resultados:

Correcciones a las variables y variables compensadas:

Correcciones Variables compensadas
-0.001 X(A) 9834.750
0.002 Y(A) 9906.200
0.003 X(B) 9889.332
0.001 Y(B) 9886.106

Resolviendo la igualdad matricial $R = Ax - K$, se llega al vector de los residuos:

Ponderados Sin ponderar
0.166076 2.348676
0.374180 5.291707
0.414904 5.867630
0.140013 1.980088
0.346938 4.906444
-0.482371 -6.821761
-0.119546 -0.001195
0.019744 0.000197

* Número de grados de libertad $r = 4$

* Estimador varianza observable peso unidad = 0.18176766

* Estimador desviación típica 0.426342

Matriz varianza-covarianza variables o parámetros corregidos:

0.00000863 0.00000283 0.00000554 0.00000459

0.00000283 0.00000317 0.00000268 0.00000316

0.00000554 0.00000268 0.00000564 0.00000322

0.00000459 0.00000316 0.00000322 0.00000381

Matriz varianza-covarianza a posteriori de los residuos:

```
21.33743817 -11.10099160 8.52366102 2.82599311 7.10054518 -1.17445332 0.00268868 0.00501392
-11.10099160 17.44714594 2.17899381 3.49181424 4.55671565 -10.85785658 -0.00454400 -0.00220648
8.52366102 2.17899381 23.46421719 -11.42735651 0.28957704 -8.95878567 -0.00202799 -0.00171512
2.82599311 3.49181424 -11.42735651 17.32279927 11.62310864 -3.91581024 0.00222697 0.00304574
7.10054518 4.55671565 0.28957704 11.62310864 11.77464212 -8.39906599 0.00127723 0.00214928
-1.17445332 -10.85785658 -8.95878567 -3.91581024 -8.39906599 13.18079960 -0.00103979 0.00298854
0.00268868 -0.00454400 -0.00202799 0.00222697 0.00127723 -0.00103979 0.00001200 -0.00000737
0.00501392 -0.00220648 -0.00171512 0.00304574 0.00214928 0.00298854 -0.00000737 0.00000844
```

Matriz varianza-covarianza a posteriori de los observables corregidos:

```
15.01609423 11.10099160 -8.52366102 -2.82599311 -7.10054518 1.17445332 -0.00268868 -0.00501392
11.10099160 18.90638646 -2.17899381 -3.49181424 -4.55671565 10.85785658 0.00454400 0.00220648
-8.52366102 -2.17899381 12.88931521 11.42735651 -0.28957704 8.95878567 0.00202799 0.00171512
-2.82599311 -3.49181424 11.42735651 19.03073313 -11.62310864 3.91581024 -0.00222697 -0.00304574
-7.10054518 -4.55671565 -0.28957704 -11.62310864 24.57889028 8.39906599 -0.00127723 -0.00214928
1.17445332 10.85785658 8.95878567 3.91581024 8.39906599 23.17273280 0.00103979 -0.00298854
-0.00268868 0.00454400 0.00202799 -0.00222697 -0.00127723 0.00103979 0.00000618 0.00000737
-0.00501392 0.00220648 0.00171512 -0.00304574 -0.00214928 -0.00298854 0.00000737 0.00000973
```

2. Análisis estadístico para la red ligada:

Una vez efectuado el ajuste riguroso de la red, ya sea como red ligada o como red libre, es preceptivo ratificar si las hipótesis previas son congruentes o no con los resultados obtenidos, cifrando el poder de afirmación de su aceptación o rechazo.

En este apartado, se va a realizar una comparación de los estimadores a priori y a posteriori de la varianza del observable de peso unidad, utilizando para ello un test de control estadístico. En concreto, el test a emplear va a ser el .

Test

Se hará uso de éste test para medir la compatibilidad estadística entre el estimador de la varianza del observable de peso unidad a priori y a posteriori.

Recuérdese, que en el **caso determinista**, con matriz de diseño A de rango completo y con solución única, el estimador de la varianza de peso unidad venía dado por la siguiente ecuación:

dónde:

u = número de observaciones.

n = número de variables o parámetros incógnita.

u - n = son las redundancias o grados de libertad de la red ligada.

Para el caso **no determinista**, con matriz de diseño A de rango incompleto y por lo tanto, $R(A) < n$, y matriz de diseño S singular y por lo tanto no invertible, el estimador de la varianza de peso unidad se calculaba a partir de esta otra expresión:

dónde:

u = número de observaciones o mediciones.

R(A) = rango de la matriz de diseño A que viene dado por:

$$R(A) = n - d1$$

dónde,

n = número de variables o parámetros incógnita.

d1 = es el defecto de rango de la matriz de diseño A.

Por otro lado, se sabe según formulación vista en teoría que la expresión:

$$\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2} [u - R(A)]$$

o

$$\frac{\sigma_0^2}{\sigma_0^2} [u - n]$$

sigue una distribución con $[u - R(A)]$ o $[u - n]$ grados de libertad, para el caso de una red libre y una red ligada respectivamente.

Se adoptará como hipótesis nula H_0 la compatibilidad estadística, que no igualdad matemática, entre los estimadores a priori y a posteriori, esto es

$$H_0 : \hat{A} = \hat{A}$$

Y la hipótesis alternativa:

$$H_1 : \hat{A} \neq \hat{A}$$

Aceptándose la hipótesis nula si:

$$u - R(A), (1/2) < < u - R(A), 1 - (1/2)$$

Test para la red ligada

Serán datos del problema los que siguen:

Estimador varianza observable peso unidad = 0.18176766

$$s^2 = 1$$

$$u \text{ (número de observaciones)} = 8$$

$$n \text{ o } R(A) \text{ (número de incógnitas)} = 4$$

$$u - n \text{ (grados de libertad) } v_1 = 8 - 4 = 4$$

$$= 0.72707064$$

Para un nivel de significación = 0.02 se calculan los siguientes valores:

$$0.01, 4 = 13.277$$

$$0.99, 4 = 0.29711$$

Aceptando por tanto la hipótesis nula H_0 con un nivel de significación de 0.02 o una probabilidad del 98%.

3. Fiabilidad:

Sabemos que un error grosero introducido en un observable influye en todos los residuos de la red y desequilibra su calidad. Debemos abordar el error individualizado en cada observable, así como el grado de dispersión y homogeneidad alcanzados en la precisión de la red. Es preciso avanzar en el estudio emprendido y, así, llamaremos **fiabilidad interna** de la red a su capacidad, debidamente cifrada, de control general y específico de la calidad de los observables, junto con la detección y particularización de posibles errores groseros.

Del mismo modo habrá que relacionar los posibles errores no eliminados remanentes en la red con su influencia en las variables o parámetros ajustados. El control de la respuesta y sensibilidad de la red ante un nivel de error cualquiera y su correspondiente cifrado configura la **fiabilidad externa**, según la denominaremos de ahora en adelante.

3.1.- Estudio de la fiabilidad interna de la red.

Como acabamos de comentar, la fiabilidad interna de una red, estudia la capacidad de esta en la detección y control de posibles errores groseros en los observables. A continuación se va a dar un breve desarrollo teórico de los elementos que definen la fiabilidad interna, calculando sus valores para el caso de la red ligada.

3.1.1.- Número de redundancias.

Consiste en un número adimensional que informa acerca de la geometría de la red, haciendo referencia al número de observaciones, a las incógnitas y a los pesos introducidos. Cada observable tendrá su número de redundancia, que vendrá dado por:

$$r_i = p_i \times q_i$$

dónde:

r_i = es el número de redundancias buscado.

p_i = es el elemento de la matriz diagonal de pesos.

q_i = es el elemento de la diagonal de la matriz coactor de residuos a posteriori (QRR).

Se conoce además que $0 \leq r_i \leq 1$ y que un observable O_i está

- Perfectamente controlado si $r_i = 1$.
- Bien controlado si $1 \geq r_i \geq 0.4$.
- Débilmente controlado si $0.4 \geq r_i \geq 0.1$
- Mal controlado si $0.1 \geq r_i \geq 0$
- No está controlado si $r_i = 0$

Por último, el valor de la redundancia del conjunto de la red viene dado por la expresión:

$$\text{Redundancia de la red} = r_i = m - n = \text{grados de libertad de la red}$$

3.1.2. – Parámetros de Baarda.

A continuación se va a realizar un análisis de los posibles errores groseros de la red ligada. El paso previo para aplicar el W-test de Baarda es calcular los parámetros de Baarda.

A partir de nuestros observables, se tiene que los residuos siguen una distribución normal de media μ y desviación típica σ .

$$O \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Se introduce un nuevo parámetro denominado parámetro de Baarda (bajo la hipótesis nula), obtenido a partir de :

dónde :

R = Residuo de cada observación.

R = Raíz cuadrada del elemento de la diagonal de la matriz varianza-covarianza a posteriori de las correcciones a observables $R = \hat{A} \times Q \times R R$.

A partir de los valores de los residuos de la red calculada como red libre, y de la diagonal de la matriz citada, se calculan los parámetros de Baarda de cada observación necesarios para la aplicación posterior del test de Baarda.

$$r_i \geq 3.29$$

Mínimo error detectable ("i)

Para el caso de un observable O_i que no tenga error grosero, se tiene la siguiente hipótesis nula :

$$H_0 : R \sim N(0, \sigma^2 \cdot Q)$$

O tipificada

$$H_0 : \sim N(0, 1)$$

Pero si se introduce un error grosero se tendrá

$$R_i \sim N(-q_i \times \pi \times \hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_i \times q_i)$$

y tipificando la variable se obtiene que:

La hipótesis H_i establece que:

- Se ha deslizado un error grosero en el ajuste.
- Está localizado en el observable de orden i .
- Su magnitud es $(\hat{\sigma}_i)$.

Continuando el desarrollo se obtiene el valor mínimo del error detectable $(\hat{\sigma}_i)$ o umbral de error con potencia de test α y nivel de significación β (que son los índices de sensibilidad de la red) que viene dado por la expresión:

$$\hat{\sigma}_i = \frac{\delta_0 \sigma_i}{\sqrt{r_i}}$$

dónde:

δ_0 = parámetro de traslación, $f(\alpha, \beta)$.

σ_i = raíz cuadrada del elemento correspondiente de la diagonal de la matriz varianza-covarianza a posteriori del observable.

r_i = número de redundancia del observable en cuestión.

Por lo tanto sólo falta calcular el parámetro de traslación δ_0 . Para ello, será preciso conocer el nivel de significación β de rechazo de la hipótesis nula (H_0).

Generalmente, se establece un valor de β muy pequeño para asegurar un mínimo de rechazo de observables aceptables o errores de tipo I, o lo que es lo mismo, se acepta que en nuestros observables hay errores groseros y sin embargo no los hay.

El tratamiento del error de segundo orden, requiere establecer la potencia del test α o probabilidad de aceptación de la hipótesis alternativa (H_1), siendo cierta, o lo que es lo mismo, se acepta que no hay errores groseros en nuestros observables, y sin embargo si que los hay. La probabilidad de comisión de un error de segundo orden será por lo tanto igual a $1-\alpha$.

Estableciendo los valores de $\alpha = 0.001$ y $\beta = 0.80$ y entrando en las tablas de distribución normal se obtienen los siguientes valores:

- Como el test es de dos colas, en el caso de la calculadora si se introduce un valor de $/2$, se obtendrá el valor de la abscisa $x = t_1 = 3.2905$
- Si se introduce el valor de α se tendrá un valor de $x = t_2 = -0.84162$ contado a partir del eje de distribución normal. Luego se tiene que el parámetro de traslación es igual a $\mu = t_1 + t_2 = 3.29 + 0.83 = 4.12$.

De ésta manera, se conocen todos los términos de la expresión del parámetro de Baarda.

A partir del nivel de significación preestablecido, hay sólo un 1 por 1000 de probabilidad de que se rechace un observable y sea correcto (error tipo I).

Con la potencia de test adoptada se podrá determinar los errores iguales o superiores al indicado que se han introducido en la red con un 20 por 100 de probabilidad de que se pueda deslizar alguno igual o superior, y se admitirá que se infiltran todos los inferiores.

3.1.3 – Homogeneidad interna

El parámetro de homogeneidad interna evalúa la red en su conjunto. Su valor viene deducido directamente de la expresión del máximo error detectable, esto es:

$$\mu_{INI} = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$$

3.1.5 – Conclusiones finales de la fiabilidad interna de la red

La fiabilidad interna de una red queda determinada por:

• **Números de redundancia:**

Si se calcula el valor de la redundancia media se obtiene 0.5 que resulta aceptable. Pudiendo considerar que los observables estarán bien controlados.

• **Parámetros de homogeneidad.**

Cuanto mayor sea su variación relativa mejor se calificará la red. Se prefiere valores absolutos pequeños, que significará altas redundancias.

En el caso de la red que se está estudiando, el parámetro de homogeneidad interna proporciona una escasa información, debido a que está formada por muy pocos vértices. Sin embargo, en el caso de redes muy densificadas, el estudio de éste parámetro puede dar una valiosa información acerca de qué zonas están mejor o peor controladas.

• **Valores del mínimo error detectable**

Con un nivel de significación $\alpha = 0.001$ y la potencia del test $\beta = 0.80$ el mínimo error detectable promedio, en el caso de la red ligada, ha sido de unos 26 dmgr en observaciones angulares y 15 mm en observaciones de distancia

FIABILIDAD INTERNA DE LA RED
Numero de Minimo error Parametro de
Observ Residuo Vble Baarda redundancia detectable homogeneidad

1	2.34868	0.508454	0.58694264	20.8390482	5.37773486
2	5.29171	1.266874	0.47992987	25.8590516	5.94714226
3	5.86763	1.211322	0.64544532	18.4112134	5.12822994
4	1.98009	0.475746	0.47650938	26.0368983	5.96844901
5	4.90644	1.429858	0.32389265	35.8903589	7.23930153
6	-6.82176	-1.878995	0.36257273	32.9373210	6.84226115
7	-0.00120	-0.345114	0.66013372	0.0126036	5.07085577
8	0.00020	0.067944	0.46457369	0.0188572	6.04463261

Suma de las redundancias 4.000000

Redundancia media 0.500000

En resumen, la fiabilidad interna de una red va a informar sobre:

- * Calidad de los observables.
- * Existencia de errores groseros.
- * Valor del máximo error admisible de la red.

3.2.- Estudio de la fiabilidad externa de la red.

Los valores deducidos en el estudio de la fiabilidad interna no tienen significado en valor absoluto. Deberán ser complementados y relacionados con los parámetros de fiabilidad externa para conocer su impacto sobre las coordenadas finales ajustadas, y sobre todo, con las cifras de precisión requeridas para el trabajo para aceptarlos o rechazarlos, y, en cualquier caso tomar las decisiones que procedan.

Así pues, el objetivo de la fiabilidad externa consiste en establecer la influencia de los errores deslizados en los observables sobre los valores ajustados de parámetros o variables. Con ello se pretende, esencialmente, que no se deteriore la calidad exigible en la precisión de éstos últimos por el impacto causado por los errores despreciados o no detectados en los primeros.

De ésta forma, la fiabilidad externa de la red quedará determinada por:

Los vectores:

Que expresamos de la forma

Los parámetros de homogeneidad externa, dados por la expresión

FIABILIDAD EXTERNA DE LA RED

Observ	Sqr(1-ri)	Param. homogeneidad
1	0.642695	3.45624540
2	0.721159	4.28883447
3	0.595445	3.05357860

4	0.723527	4.31833111
5	0.822257	5.95256976
6	0.798390	5.46279577
7	0.582981	2.95621011
8	0.731728	4.42302875

Cálculo de los Vectores de la Fiabilidad Externa x_{0i}

Con las ocho observaciones escogidas se van a generar ocho vectores de fiabilidad externa, en donde se podrá apreciar como influye un error grosero deslizado dentro de la red en cada una de las cuatro coordenadas o variables.

En el siguiente cuadro aparecen reflejados los vectores mencionados, expresados en metros.

TRANSFERENCIA A COORDENADAS. VECTORES DE FIABILIDAD EXTERNA

Observable numero 1:

Influencia sobre $x(3)$ 0.002599

Influencia sobre $y(3)$ 0.001244

Influencia sobre $x(4)$ 0.000136

Influencia sobre $y(4)$ 0.001597

Observable numero 2:

Influencia sobre $x(3)$ -0.000227

Influencia sobre $y(3)$ -0.002780

Influencia sobre $x(4)$ -0.003278

Influencia sobre $y(4)$ -0.002214

Observable numero 3:

Influencia sobre $x(3)$ -0.000087

Influencia sobre $y(3)$ -0.001607

Influencia sobre $x(4)$ -0.000817

Influencia sobre $y(4)$ -0.000789

Observable numero 4:

Influencia sobre $x(3)$ 0.002310

Influencia sobre $y(3)$ 0.000349

Influencia sobre $x(4)$ -0.000905

Influencia sobre $y(4)$ 0.002049

Observable numero 5:

Influencia sobre $x(3)$ 0.003067

Influencia sobre $y(3)$ -0.001105

Influencia sobre $x(4)$ 0.007125

Influencia sobre $y(4)$ -0.001354

Observable numero 6:

Influencia sobre $x(3)$ 0.005448

Influencia sobre $y(3)$ -0.004113

Influencia sobre $x(4)$ 0.001219

Influencia sobre $y(4)$ -0.001470

Observable numero 7:

Influencia sobre $x(3)$ -0.004337

Influencia sobre $y(3)$ -0.002709

Influencia sobre $x(4)$ -0.003478

Influencia sobre $y(4)$ -0.003262

Observable numero 8:

Influencia sobre $x(3)$ -0.009237

Influencia sobre $y(3)$ -0.004179

Influencia sobre $x(4)$ -0.006372

Influencia sobre $y(4)$ -0.005759

Conclusiones finales del estudio de Fiabilidad Externa.

La fiabilidad externa de una red viene determinada por el parámetro de homogeneidad externa y por los vectores de la fiabilidad externa. En el primero de los casos, y de forma similar a como sucedía en el caso de la fiabilidad interna, la homogeneidad nos da una información escasa, debido a los pocos vértices de los que se compone la red.

Del estudio de los vectores de fiabilidad externa, se deduce que un mismo error grosero en un observable

influye de forma diferente en el conjunto de las coordenadas de los vértices de la red.

4. Precisión en coordenadas:

4.1 y 4.2 .- Desviación típica y elipse de error absoluta estándar.

Desviación Típica

El estimador de la varianza a posteriori de peso unidad ($\hat{\sigma}^2$) que se obtiene a partir de la resolución de la red se ha de comparar con el estimador de la varianza a priori de peso unidad (s^2), y demostrar la compatibilidad o incompatibilidad estadística de ambos estimadores para poder aceptar o rechazar en su caso, el ajuste de la red, con el nivel de significación que haya sido prefijado.

La varianza a posteriori de peso unidad viene determinada por la expresión:

$$\sigma_0^2 = \frac{pr^2}{u - R(A)} = \frac{R^T P R}{u - R(A)}$$

Y la desviación típica por :

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma_0^2} = \sqrt{\frac{pr^2}{u - R(A)}} = \sqrt{\frac{R^T P R}{u - R(A)}}$$

El denominador siempre representará los grados de libertad o las redundancias del ajuste.

Una vez realizado el ajuste de la red ligada, se han obtenido los siguientes valores para la varianza y la desviación típica a posteriori del observable de peso unidad:

Estimador varianza observable peso unidad: 0.18176766

Estimador desviación típica: 0.426342

Elipse de error absoluta estándar

A priori es posible definir en cada vértice de la red una elipse de incertidumbre que cifra y dimensiona el error posible.

A posteriori es posible definir una curva análoga a la anterior, representativa del error resultante cometido.

De la comparación entre ambas surge el acuerdo o desacuerdo entre previsiones y resultados, y un criterio sencillo y riguroso de calificación del trabajo.

Del estudio de la matriz varianza-covarianza a posteriori de las variables o parámetros, se desprenden los siguientes resultados según:

, con

xx = matriz varianza-covarianza citada.

$$\sigma_0^2$$

= estimador de la varianza del peso unidad.

$$Q_{xx} =$$

matriz cofactor de las incógnitas.

La matriz varianza-covarianza a posteriori de las variables obtenida, es:

0.00000863 0.00000283 0.00000554 0.00000459

0.00000283 0.00000317 0.00000268 0.00000316

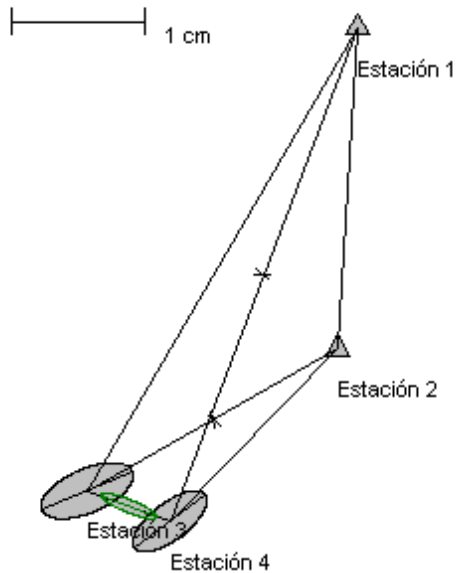
0.00000554 0.00000268 0.00000564 0.00000322

0.00000459 0.00000316 0.00000322 0.00000381

La elipse de error viene determinada por el argumento de las direcciones principales y el valor de dichos semiejes.

$$x = 10013.03$$

$$y = 10046.03$$



El argumento de las direcciones principales (semieje mayor y menor) viene dado por :

$$\operatorname{tg}(2\omega) = \frac{2 \sigma_{XY}}{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2}$$

El valor de dichos semiejes se deduce de:

$$\sigma_r^2 = \frac{(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2) \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4 \sigma_{XY}^2}}{2}$$

Tomando el valor positivo para el semieje mayor (a) y el negativo para el menor (b).

ELIPSES ABSOLUTAS

Vertice	Semieje mayor	Acimut semieje	Semieje menor	Acimut
3	0.0031 mts	74.4086 gra	0.0014 mts	174g4086
4	0.0028 mts	58.8213 gra	0.0012 mts	158g8213

ELIPSES RELATIVAS

Vertices	Semieje mayor	Acimut semieje	Semieje menor	Acimut semieje
3 4	0.0019 mts	124.2598 gra	0.0004 mts	24.2598 gra

Las elipses de incertidumbre absolutas facilitan una descripción de conjunto y detalle de la figura de errores de la red con suficiente exactitud para la generalidad de trabajos de aplicación. Sin embargo, su dependencia del Datum es en ocasiones un obstáculo que puede llegar a enmascarar resultados. No olvidemos que el supuesto de considerar exentos de error el punto o puntos de apoyo es matemáticamente inexacto y, si la precisión solicitada a la red es muy elevada, puede resultar arriesgado.

CÁLCULO DE LA RED LIBRE

1.- Introducción

En este caso, se van a considerar las coordenadas de los puntos A,B, C y E como aproximadas. De ésta forma, la inexistencia de coordenadas fijas en los puntos, impide establecer unos ejes de coordenadas fijos. Se tendrá pues, una red que queda libre en el espacio, geoméricamente indeterminada y, por lo tanto con infinitas soluciones.

Se van a tomar las mismas observaciones para resolver la red, esta vez como red libre, es decir, se tienen 6 observaciones angulares y 2 observaciones distanciométricas.

Por lo tanto, nos veremos abocados a introducir como valores aproximados los que nos han sido dados como exactos y deberemos calcular, por lo tanto, un nuevo datum, con ejes de coordenadas optimizados a partir de un nuevo vector de correcciones.

Al considerar los datos como aproximados, no existe ningún lado de la red conocido, por lo que sólo conoceremos figuras semejantes a la verdadera. De la misma forma, la inexistencia de coordenadas fijas, nos conduce al desconocimiento para el establecimiento de ejes coordenados fijos.

Por lo tanto, nuestro sistema de ecuaciones lineales queda

$$A^T P A x = A^T P K$$

será un sistema compatible e indeterminado, por lo que

$$Sx = A^T P K$$

la matriz S será singular , por lo que

$$x = S^+ A^T P K$$

dónde S^+ = matriz pseudoinversa.

2.- Obtención de las ecuaciones angulares y de distancia

Observaciones de ángulo:

Nº	Pto i-1	Pto i	Pto i+1	Angulo observado (g)	Peso
01	A	C	E	88.8437	0.005
02	B	C	E	55.3222	0.005
03	C	E	A	100.621	0.005
04	C	E	B	126.6297	0.005
05	E	B	A	154.7158	0.005
06	C	B	A	136.6696	0.005

Observaciones de distancia:

Nº	Pto i	Pto i-1	Distancia observada (m)	Peso
07	B	E	347.696	10000
08	C	A	190.016	10000

Obtención de las formas lineales del ajuste:

La obtención de las formas lineales del ajuste se obtuvieron a partir del siguiente desarrollo teórico:

Formas Lineales de las observaciones angulares

Para establecerlas se necesita conocer:

1º) Las diferencias, que serán los términos independientes de las formas lineales angulares, entre los ángulos observados y los ángulos calculados aproximados.

Los ángulos observados serán determinados por diferencias de lecturas angulares horizontales. Los ángulos calculados según:

$$i, j+1 - i, j-1$$

2º) Las distancias reducidas a partir de las coordenadas aproximadas aplicando Pitágoras. La expresión a aplicar vendrá dada por:

$$a_{i-1} \times dx_{i-1} + a_i \times dx_i + a_{i+1} \times dx_{i+1} + b_{i-1} \times dy_{i-1} + b_i \times dy_i + b_{i+1} \times dy_{i+1} = k_{ai} + r_{ai}$$

y los coeficientes, supuesto el ángulo $i = (i-1) i (i+1)$ de lados $(i-1) i$ e $i (i+1)$ y girando $(i-1) i$ en sentido dextrorsum alrededor de i hasta superponerse con $(i+1)$:

$$\alpha_{i-1} = \frac{(Y_i - Y_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; \alpha_i = - \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{DR_{i,i+1}^2} + \frac{(Y_i - Y_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; \alpha_{i+1} = \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{DR_{i,i+1}^2}$$

$$b_{i-1} = \frac{(X_i - X_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; b_i = -\frac{(X_{i+1} - X_i)}{DR_{i,i+1}^2} + \frac{(X_i - X_{i-1})}{DR_{i,i-1}^2}$$

$$; b_{i+1} = \frac{(X_{i+1} - X_i)}{DR_{i,i+1}^2}$$

Particularizando para las coordenadas aproximadas obtenidas y teniendo en cuenta que no se considera ninguna coordenada fija, se obtienen las ecuaciones buscadas, habiendo multiplicado previamente los coeficientes por 636620 para obtener los resultados en dmgr.

Formas lineales de la observación distanciométrica.

Su expresión general con i como punto de estación y j como punto visado es de la forma:

$$\frac{-(X_j - X_i)}{DR_{ij}} dx_i + \frac{(X_j - X_i)}{DR_{ij}} dx_j - \frac{(Y_j - Y_i)}{DR_{ij}} dy_i + \frac{(Y_j - Y_i)}{DR_{ij}} dy_j = DR_{ij(obs)} - DR_{ij(cal)} + r_{ij}$$

Los términos independientes serán nulos si coinciden las distancias observada y calculada; raramente ocurre.

Método de compensación

Se plantea la resolución de un problema de mínimos cuadrados por el método de observaciones indirectas que responde al siguiente esquema matricial:

$$Ax - K = R$$

Dónde cada una de las matrices vienen definidas a continuación:

Matriz de diseño A:

X(E)	Y(E)	X(C)	Y(C)	X(A)	Y(A)	X(B)	Y(B)
-1557.503462	908.317301	0.000000	0.000000	5339.218542	9363.839452	-3781.715080	-10272.156753
0.000000	0.000000	-1653.911533	2913.660977	5435.626613	7358.495776	-3781.715080	-10272.156753
1711.970129	-649.288083	0.000000	0.000000	-3781.715080	-10272.156753	2069.744951	10921.444836
0.000000	0.000000	2874.996147	-2793.614282	-3781.715080	-10272.156753	906.718933	13065.771035
3003.475588	-179.577710	-5878.471735	2973.191991	0.000000	0.000000	2874.996147	-2793.614282
3003.475588	-179.577710	-4657.387121	3093.238686	1653.911533	-2913.660977	0.000000	0.000000
0.354616	0.935012	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.354616	-0.935012
0.000000	0.000000	0.869659	0.493653	-0.869659	-0.493653	0.000000	0.000000

Vector de términos independientes:

K
-19.2448

-25.5308
2.9795
5.8906
0.7285
0.0882
-0.00114351
0.00008697

3.-Elección de la matriz de costreñimientos (E)

Se plantea la resolución de un problema de mínimos cuadrados por el método de observaciones indirectas que responde al siguiente esquema matricial:

$$Ax - K = R$$

El sistema de ecuaciones normales viene determinado por la siguiente expresión:

$$(ATPA)_x = ATPK$$

Siendo $(ATPA) = S$ (matriz de criterio)

El sistema de ecuaciones que nos afecta (caso de una red topográfica libre) tiene infinitas soluciones ya que no se puede invertir la matriz de ecuaciones normales S . Sin embargo, la teoría del álgebra lineal, propone varios métodos basados en la descomposición de la matriz de criterio S y en el uso de matrices auxiliares, para la resolución del sistema, entre ellos se destacan los más comunes, que son:

A) Cálculo de la matriz pseudoinversa de la matriz de criterio (S) a partir de su descomposición en valores singulares: $x = S^+ATPK$.

B) Uso de la matriz auxiliar de costreñimiento o de ligaduras o de condicionados geométricos (E) para el cálculo de la matriz pseudoinversa de la matriz de criterio (S).

C) Descomposición LU de la matriz de ecuaciones normales.

D) Métodos iterativos.

De todos ellos se va a emplear para el cálculo de la matriz pseudoinversa citada una matriz auxiliar de costreñimientos.

Por definición, el máximo número de grados de libertad o costreñimientos de la red es 4. Como se tienen distancias medidas, se aceptarán como exactas las mismas, fijando de ésta manera la escala de la red y reduciendo los costreñimientos a 3. La matriz de criterio S tendrá defecto de rango $d1=3$, y al fijar la escala, quedarán libres los ejes coordenados, tanto en rotación como en traslación.

La matriz E quedará como sigue:

1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1

-yE	xE	-yC	xC	-yA	xA	-yB	xB
-----	----	-----	----	-----	----	-----	----

Ponderación de la matriz del sistema de ecuaciones

Se ponderarán las expresiones de la siguiente forma:

DIAGONAL DE LA MATRIZ DE PESOS
0.00500000
0.00500000
0.00500000
0.00500000
0.00500000
0.00500000
10000.00000000
10000.00000000

1.4.- Configuración de la matriz de criterio.

Para obtener la matriz de criterio de realizará la operación matricial $S = ATPA$ obteniendo los siguientes resultados:

118249.475550 -14709.215447 -158220.974374 91101.882233 -49112.758512 -204604.737518
89084.257337 128212.070732

-14709.215447 15298.032522 9460.027009 -5446.978631 35040.607314 78490.774522 -29791.418876
-88341.828413

-158220.974374 9460.027009 343806.618016 -219380.914591 -145389.903807 -144956.424940
-40195.739835 354877.312522

91101.882233 -5446.978631 -219380.914591 175945.422861 153297.747826 203182.848026
-25018.715468 -373681.292255

-49112.758512 35040.607314 -145389.903807 153297.747826 454520.326120 818630.216889
-260017.663800 -1006968.572029

-204604.737518 78490.774522 -144956.424940 203182.848026 818630.216889 1809200.828615
-469069.054431 -2090874.451162

89084.257337 -29791.418876 -40195.739835 -25018.715468 -260017.663800 -469069.054431
211129.146299 523879.188775

128212.070732 -88341.828413 354877.312522 -373681.292255 -1006968.572029 -2090874.451162
523879.188775 2552897.571831

Cálculo de la pseudoinversa de la matriz de criterio S+

Aplicando la expresión siguiente se obtiene la matriz pseudoinversa buscada:

$$S+= (ATPA+ETE)-1-ET(EET)-1(EET)-1E$$

0.0126304542 -0.0046559489 -0.0001206377 -0.0039099467 -0.0057865256 0.0060615829
-0.0069979053 0.0027671130

-0.0046558756 0.0017700401 0.0000435674 0.0014268746 0.0021313828 -0.0022554216 0.0025824807
-0.0010386797

-0.0001205841 0.0000435482 0.0000117053 0.0000492380 0.0000475119 -0.0000627066 0.0000640105
-0.0000326096

-0.0039098768 0.0014268714 0.0000492539 0.0012306250 0.0017833210 -0.0018787336 0.0021622800
-0.0008600853

-0.0057864482 0.0021313877 0.0000475357 0.0017833291 0.0026606923 -0.0027739617 0.0032040011
-0.0012611251

0.0060616108 -0.0022554671 -0.0000627326 -0.0018787758 -0.0027740117 0.0029217549
-0.0033568169 0.0013387618

-0.0069978228 0.0025824908 0.0000640394 0.0021622932 0.0032040062 -0.0033567618 0.0038819350
-0.0015336343

0.0027671547 -0.0010387112 -0.0000326218 -0.0008601136 -0.0012611612 0.0013387757
-0.0015336755 0.0006177586

1.5.- Obtención del vector de correcciones a las coordenadas aproximadas iniciales.

Resolviendo el sistema de ecuaciones normales a partir de la expresión:

$$x = S + ATPK$$

Correcciones a las variables y variables compensadas:

Correcciones Variables compensadas
0.000 X(E) 10012.628
0.000 Y(E) 10211.206
-0.001 X(C) 9999.999
-0.001 Y(C) 9999.999
-0.002 X(A) 9834.749
0.001 Y(A) 9906.199
0.003 X(B) 9889.332
0.000 Y(B) 9886.105

1.6.- Cálculo de los residuos

Resolviendo la igualdad matricial $R = Ax - K$ se llega al vector de residuos:

Ponderados Sin ponderar	
0.230630	3.261599
0.305809	4.324798
0.379644	5.368975
0.186286	2.634488
0.376092	5.318747
-0.475315	-6.721968
0.014516	0.000145
-0.026563	-0.000266

1.7. Cálculo del estimador de la varianza y desviación típica del observable de peso unidad

Numero de grados de libertad $r = 3$

Estimador varianza observable peso unidad = 0.23127584

Estimador desviacion tipica = 0.480911

1.8.-Matriz varianza-covarianza de las variables corregidas

0.00292112 -0.00107681 -0.00002790 -0.00090428 -0.00133828 0.00140190 -0.00161845 0.00063997
-0.00107679 0.00040937 0.00001008 0.00033000 0.00049294 -0.00052162 0.00059727 -0.00024022
-0.00002789 0.00001007 0.00000271 0.00001139 0.00001099 -0.00001450 0.00001480 -0.00000754
-0.00090426 0.00033000 0.00001139 0.00028461 0.00041244 -0.00043451 0.00050008 -0.00019892
-0.00133827 0.00049294 0.00001099 0.00041244 0.00061535 -0.00064155 0.00074101 -0.00029167
0.00140190 -0.00052164 -0.00001451 -0.00043452 -0.00064156 0.00067573 -0.00077635 0.00030962
-0.00161843 0.00059727 0.00001481 0.00050009 0.00074101 -0.00077634 0.00089780 -0.00035469
0.00063998 -0.00024023 -0.00000754 -0.00019892 -0.00029168 0.00030963 -0.00035470 0.00014287

1.9.Cálculo de la matriz varianza-covarianza a posteriori de los residuos.

21.35090602 -7.98344627 14.01234502 -0.56057940 6.41586461 -2.12816106 -0.00509372 0.00932064
-7.98344645 15.69492836 -0.58190321 8.84496887 8.57135641 -13.14391376 0.00323662 -0.00592247
14.01234517 -0.58190333 28.12526306 -12.26959548 1.79880694 -11.05269186 0.00207053 -0.00378873
-0.56057879 8.84496910 -12.26959600 19.06170782 12.91179264 -5.43669785 -0.00326999 0.00598353
6.41586367 8.57135568 1.79880796 12.91179365 13.79903997 -10.97297810 -0.00222040 0.00406296

-2.12816157 -13.14391427 -11.05269125 -5.43669707 -10.97297838 16.70157769 -0.00225377
0.00412402

-0.00509372 0.00323662 0.00207053 -0.00326999 -0.00222040 -0.00225377 0.00000276 -0.00000506
0.00932064 -0.00592247 -0.00378873 0.00598353 0.00406296 0.00412402 -0.00000506 0.00000925

1.10.- Cálculo de la matriz varianza-covarianza a posteriori de los observables.

24.90426139 7.98344627 -14.01234502 0.56057940 -6.41586461 2.12816106 0.00509372 -0.00932064
7.98344645 30.56023905 0.58190321 -8.84496887 -8.57135641 13.14391376 -0.00323662 0.00592247
-14.01234517 0.58190333 18.12990435 12.26959548 -1.79880694 11.05269186 -0.00207053 0.00378873
0.56057879 -8.84496910 12.26959600 27.19345959 -12.91179264 5.43669785 0.00326999 -0.00598353
-6.41586367 -8.57135568 -1.79880796 -12.91179365 32.45612743 10.97297810 0.00222040 -0.00406296
2.12816157 13.14391427 11.05269125 5.43669707 10.97297838 29.55358971 0.00225377 -0.00412402
0.00509372 -0.00323662 -0.00207053 0.00326999 0.00222040 0.00225377 0.00002036 0.00000506
-0.00932064 0.00592247 0.00378873 -0.00598353 -0.00406296 -0.00412402 0.00000506 0.00001387

1.11.- Resultados finales

Correcciones Variables compensadas Desviaciones típicas
0.000 X(E) 10012.628 0.054
0.000 Y(E) 10211.206 0.020
-0.001 X(C) 9999.999 0.002
-0.001 Y(C) 9999.999 0.017
-0.002 X(A) 9834.749 0.025
0.001 Y(A) 9906.199 0.026
0.003 X(B) 9889.332 0.030
0.000 Y(B) 9886.105 0.012

Estimador de la varianza del observable de peso unidad: 0.23128

2. ANÁLISIS ESTADÍSTICO PARA LA RED LIBRE

2.1.- Desarrollo teórico del Test ____

Remitirse a la página 11-12 del presente documento.

2.2. Test para la red libre

Serán datos del problema los que siguen:

Estimador varianza observable peso unidad = 0.23127584

$s^2 = 1$

u (número de observaciones) = 8

n o $R(A)$ (número de incógnitas) = 5

$u - n$ (grados de libertad) $v_1 = 8 - 5 = 3$

= 0.69382752

Para un nivel de significación = 0.02 se calculan los siguientes valores

$D_{0.01,3} = 11.345$

$D_{0.99,3} = 0.11483$

Aceptando por tanto la hipótesis nula H_0 con un nivel de significación de 0.02 o una probabilidad del 98%.

3.- FIABILIDAD

Para desarrollo teórico remitirse a las páginas 12,13,14,15 y 16 del presente documento.

3.1.- Estudio de la fiabilidad interna de la red

La fiabilidad interna de una red queda determinada por:

- **Número de redundancia**

Si se calcula el valor de la redundancia media se obtiene 0.375 que resulta un valor débil. Como ya se sabe por las redundancias individuales. Sugiere agregar, si es preciso, más observaciones.

- **Parámetros de homogeneidad.**

Cuanto mayor sea su variación relativa mejor se calificará la red. Se prefieren valores absolutos pequeños, que significarán altas redundancias.

En el caso de la red que se está estudiando, el parámetro de homogeneidad interna proporciona una escasa información, debido a que está formada por muy pocos vértices. Sin embargo, en el caso de redes muy densificadas, el estudio de éste parámetro puede dar una valiosa información acerca de qué zonas están mejor o peor controladas.

- **Valores del mínimo error detectable**

Con un nivel de significación = 0.001 y la potencia de test = 0.80 el mínimo error detectable promedio, en el caso de la red libre, ha sido de unos 34 dmgr en observaciones angulares y 40 mm en distancias:

FIABILIDAD INTERNA DE LA RED
Numeros de Minimo error Parametro de
Observ Residuo Vble Baarda redundancia detectable homogeneidad

1	3.26160	0.705866	0.46158960	30.2625875	6.06413986
2	4.32480	1.091656	0.33931187	39.0999385	7.07290284
3	5.36898	1.012379	0.60804583	22.4971151	5.28358937
4	2.63449	0.603414	0.41209898	33.4679168	6.41795172
5	5.31875	1.431809	0.29832429	42.9735525	7.54315283
6	-6.72197	-1.644817	0.36107485	37.2738039	6.85643867
7	0.00015	0.087325	0.11948497	0.0537866	11.91902094
8	-0.00027	-0.087325	0.40006961	0.0242630	6.51372520

Suma de las redundancias 3.000000

Redundancia media 0.375000

En resumen, la fiabilidad interna de una red nos va a informar sobre:

- * Calidad de los observables.
- * Existencia de errores groseros.
- * Valor del máximo error admisible de la red.

3.2.- Estudio de la fiabilidad externa de la red.

Los valores deducidos en el estudio de la fiabilidad interna no tienen significado en valor absoluto. Deberán ser complementados y relacionados con los parámetros de fiabilidad externa para conocer su impacto sobre las coordenadas finales ajustadas, y sobre todo, con las cifras de precisión requeridas para el trabajo para aceptarlos o rechazarlos, y, en cualquier caso tomar las decisiones que procedan.

Así pues, el objetivo de la fiabilidad externa consiste en establecer la influencia de los errores deslizados en los observables sobre los valores ajustados de parámetros o variables. Con ello se pretende, esencialmente, que no se deteriore la calidad exigible en la precisión de éstos últimos por el impacto causado por los errores despreciados o no detectados en los primeros.

De ésta forma. La fiabilidad externa de la red quedará determinada por:

Los vectores:

Que expresamos de la forma

Los parámetros de homogeneidad externa, dados por la expresión

FIABILIDAD EXTERNA	
Observ	Sqr(1-ri) Param. homogeneidad
1	0.733765 4.44965080
2	0.812827 5.74904814
3	0.626062 3.30785681
4	0.766747 4.92094547

5	0.837661	6.31860385
6	0.799328	5.48054297
7	0.938358	11.18430419
8	0.774552	5.04521714

Cálculo de los Vectores de la Fiabilidad Externa "xoi

Con las ocho observaciones escogidas se van a generar ocho vectores de fiabilidad externa, en donde se podrá apreciar como influye un error grosero deslizado dentro de la red en cada una de las cuatro coordenadas o variables.

En el siguiente cuadro aparecen reflejados los vectores mencionados, expresados en metros.

TRANSFERENCIA A COORDENADAS. VECTORES DE FIABILIDAD EXTERNA

Observable numero 1:

Influencia sobre x(E) 0.000450

Influencia sobre y(E) 0.003493

Influencia sobre x(C) -0.002002

Influencia sobre y(C) -0.004103

Influencia sobre x(A) 0.002622

Influencia sobre y(A) 0.000104

Influencia sobre x(B) -0.001071

Influencia sobre y(B) 0.000506

Observable numero 2:

Influencia sobre x(E) -0.000416

Influencia sobre y(E) -0.004391

Influencia sobre x(C) 0.002705

Influencia sobre y(C) 0.006018

Influencia sobre x(A) 0.001094

Influencia sobre y(A) -0.001286

Influencia sobre x(B) -0.003383

Influencia sobre y(B) -0.000340

Observable numero 3:

Influencia sobre $x(E)$ 0.000052

Influencia sobre $y(E)$ -0.001241

Influencia sobre $x(C)$ 0.000684

Influencia sobre $y(C)$ 0.001866

Influencia sobre $x(A)$ 0.000071

Influencia sobre $y(A)$ -0.000787

Influencia sobre $x(B)$ -0.000808

Influencia sobre $y(B)$ 0.000163

Observable numero 4:

Influencia sobre $x(E)$ 0.000476

Influencia sobre $y(E)$ 0.002897

Influencia sobre $x(C)$ -0.001251

Influencia sobre $y(C)$ -0.003138

Influencia sobre $x(A)$ 0.002490

Influencia sobre $y(A)$ -0.000957

Influencia sobre $x(B)$ -0.001714

Influencia sobre $y(B)$ 0.001197

Observable numero 5:

Influencia sobre $x(E)$ 0.001356

Influencia sobre $y(E)$ 0.002339

Influencia sobre $x(C)$ -0.003713

Influencia sobre $y(C)$ -0.002324

Influencia sobre $x(A)$ -0.001048

Influencia sobre $y(A)$ 0.000628

Influencia sobre $x(B)$ 0.003404

Influencia sobre $y(B)$ -0.000644

Observable numero 6:

Influencia sobre $x(E)$ 0.001309

Influencia sobre $y(E)$ 0.001069

Influencia sobre $x(C)$ -0.002035

Influencia sobre $y(C)$ 0.000227

Influencia sobre $x(A)$ 0.002907

Influencia sobre $y(A)$ -0.001747

Influencia sobre $x(B)$ -0.002182

Influencia sobre $y(B)$ 0.000451

Observable numero 7:

Influencia sobre $x(E)$ 0.010693

Influencia sobre $y(E)$ 0.031922

Influencia sobre $x(C)$ 0.003092

Influencia sobre $y(C)$ -0.008042

Influencia sobre $x(A)$ -0.008669

Influencia sobre $y(A)$ -0.011145

Influencia sobre $x(B)$ -0.005115

Influencia sobre $y(B)$ -0.012734

Observable numero 8:

Influencia sobre $x(E)$ 0.001191

Influencia sobre $y(E)$ 0.000507

Influencia sobre $x(C)$ 0.005853

Influencia sobre $y(C)$ 0.006526

Influencia sobre $x(A)$ -0.005540

Influencia sobre $y(A)$ -0.002890

Influencia sobre $x(B)$ -0.001504

Influencia sobre y(B) -0.004144

Conclusiones finales del estudio de Fiabilidad Externa.

La fiabilidad externa de una red viene determinada por el parámetro de homogeneidad externa y por los vectores de la fiabilidad externa. En el primero de los casos, y de forma similar a como sucedía en el caso de la fiabilidad interna, la homogeneidad nos da una información escasa, debido a los pocos vértices de los que se compone la red.

Del estudio de los vectores de fiabilidad externa, se deduce que un mismo error grosero en un observable influye de forma diferente en el conjunto de las coordenadas de los vértices de la red.

4.- ELIPSES ESTANDAR Y RELATIVAS DE ERROR

ELIPSES ABSOLUTAS

Vertice Semieje mayor Acimut semieje Semieje menor Acimut semieje
E 0.0033 mts 19.1603 gra 0.0004 mts 119.1603 gra
C 0.0026 mts 35.8497 gra 0.0009 mts 135.8497 gra
A 0.0018 mts 65.8464 gra 0.0010 mts 165.8464 gra
B 0.0015 mts 32.2501 gra 0.0010 mts 132.2501 gra

ELIPSES RELATIVAS

Vertices Semieje mayor Acimut semieje Semieje menor Acimut semieje
E C 0.0050 mts 18.7172 gra 0.0010 mts 118.7172 gra
A 0.0045 mts 27.8478 gra 0.0015 mts 127.8478 gra
B 0.0045 mts 21.5598 gra 0.0012 mts 121.5598 gra
C A 0.0038 mts 54.3627 gra 0.0014 mts 154.3627 gra
B A 0.0035 mts 41.8220 gra 0.0011 mts 141.8220 gra
A B 0.0022 mts 121.1599 gra 0.0003 mts 21.1599 gra

GRÁFICO ELIPSES DE ERROR ABSOLUTAS

GRÁFICO DE ELIPSES DE ERROR RELATIVAS.

5.- TEST F DE FISHER O SNEDECOR

En éste caso se van a comparar dos muestras bajo la misma hipótesis nula.

En concreto, se va a contemplar el grado de compatibilidad estadística del estimador de la varianza de peso unidad obtenido al calcular la red como ligada con el extraído al realizar el ajuste como red libre.

De forma análoga, al test , se formulará la siguiente expresión:

$$\frac{\sigma_{01}^2}{\sigma_{02}^2} F_{\gamma_1 \gamma_2}$$

Se adoptará como hipótesis nula H_0 la compatibilidad estadística entre los estimadores del primer y segundo ajuste realizado, considerando la red como red libre y como ligada, esto es,

Y la hipótesis alternativa:

Aceptándose la hipótesis nula, si:

Cálculo con los datos del proyecto:

El valor de la distribución F de Snedecor vendrá dado por la siguiente expresión:

$$F_p(\gamma_1, \gamma_2) = \int_{F_p} \frac{\gamma_1^{\frac{\gamma_1}{2}} \gamma_2^{\frac{\gamma_2}{2}} F^{\frac{\gamma_1}{2}-1}}{B\left(\frac{\gamma_1}{2}, \frac{\gamma_2}{2}\right) (\gamma_2 + \gamma_1 F)^{\frac{\gamma_1 \gamma_2}{2}}} dF = p$$

Siendo:

= grado de libertad de la primera muestra

= grado de libertad de la segunda muestra.

P = probabilidad.

Al ser un test de dos colas, debe considerarse valores para la probabilidad de $\alpha/2$ y $1-\alpha/2$.

Con los datos del proyecto:

Estimador varianza observable peso unidad ligada= 0.18176766

Estimador varianza observable peso unidad libre= 0.23127584

$u - n$ (grados de libertad) = 4

$u - R(A)$ (grados de libertad) = 3

$F(\alpha, \beta) = 0.7859344928$

Para un nivel de significación $\alpha = 0.02$ se calculan los siguientes valores:

$F(\alpha, \beta, \alpha/2) = 28.711$

$F(\alpha, \beta, 1-\alpha/2) = 0.03483$

Siendo $\alpha/2 = 0.01$ y $1-\alpha/2 = 0.99$

Aceptando por tanto la hipótesis nula H_0 con un nivel de significación de 0.02 o una probabilidad del 98%.

Test F de Fisher o Snedecor para la red libre

Siendo:

= grado de libertad de la primera muestra

= grado de libertad de la segunda muestra.

P= probabilidad.

Al ser un test de dos colas, debe considerarse valores para la probabilidad de $/2$ y $1 - /2$.

Con los datos del proyecto:

Estimador varianza observable peso unidad libre a posteriori = 0.23127584

Estimador varianza observable peso unidad libre a priori = 1

$u - n$ (grados de libertad) = 3

$u - R(A)$ (grados de libertad) = "

$F(,) = 0.23127584$

Para un nivel de significación $= 0.02$ se calculan los siguientes valores:

$F(, , /2) = 3.7801$

Siendo $/2 = 0.01$

Aceptando por tanto la hipótesis nula H_0 con un nivel de significación de 0.02 o una probabilidad del 98%.

Test F de Fisher o Snedecor para la red ligada

Siendo:

= grado de libertad de la primera muestra

= grado de libertad de la segunda muestra.

P= probabilidad.

Al ser un test de dos colas, deben considerarse valores para la probabilidad de $/2$ y $1 - /2$.

Con los datos del proyecto:

Estimador varianza observable peso unidad libre a posteriori = 0.18176766

Estimador varianza observable peso unidad libre a priori = 1

$u - n$ (grados de libertad) = 4

$u - R(A)$ (grados de libertad) = "

$$F(,) = 0.18176766$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0.02$ se calculan los siguientes valores:

$$F(, , /2) = 3.32$$

Siendo $\alpha/2 = 0.01$

Aceptando por tanto la hipótesis nula H_0 con un nivel de significación de 0.02 o una probabilidad del 98%.

Microgeodesia y redes locales.

1

Microgeodesia y redes locales.

9

Microgeodesia y redes locales.

10

Microgeodesia y redes locales.

28

Microgeodesia y redes locales.

30

Microgeodesia y redes locales.

31

Microgeodesia y redes locales.

32

Microgeodesia y redes locales.

34

Microgeodesia y redes locales.

35

Microgeodesia y redes locales.

u-n

2 =

$u-R(A)$

RTPR

$\hat{A}=$

$u-R(A)$

pr2

=

R

"

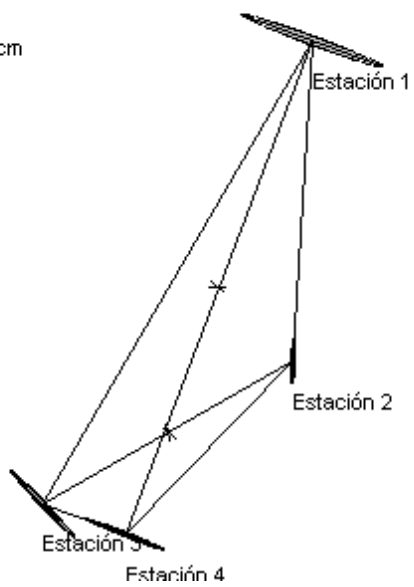
$N(, R)$

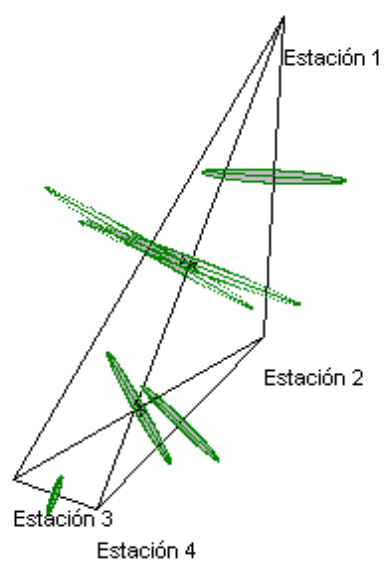
=

$x = 10138.88$

$y = 10208.58$

1 cm





R