

PRÁCTICA DE FÍSICA DE OSCILACIONES FORZADAS AMORTIGUADAS Y LIBRES MEDIANTE EL PÉNDULO DE POHL.

• RESUMEN

Vamos a estudiar los movimientos realizados por un péndulo, estudiando que pasa cuando oscila libremente, es decir no consideraremos las pérdidas de energía por el rozamiento y cuando sí consideraremos las pérdidas de energía por rozamiento, evaluando estas pérdidas viendo como es su decrecimiento frente al rozamiento y cómo se puede resolver esa situación mediante un motor. De modo que tendremos 3 tipos de oscilaciones a evaluar (su comportamiento frente al tiempo), Las libres de modo que en teoría una vez iniciado el movimiento no habría nada que evitara que la oscilación decreciera; las llamadas Amortiguadas en las que al péndulo se le somete a la acción de la fuerza de un electroimán, frenando el péndulo (disminuyendo las oscilaciones) y como se resuelve el problema mediante el motor que fuerza a que el péndulo siga oscilando llamándose oscilaciones Forzadas.

• INTRODUCCION

Por tanto cada tipo de oscilación llevara una ecuación matemática asociada que las explique:

A. **Oscilaciones Libres:** La rueda esta conectada a un muelle de tipo helicoidal, de tal manera que, que cuando se separa la rueda de su punto de equilibrio una angula F , el muelle trata de devolverla a su posición de equilibrio con una fuerza proporcional a la distancia dad por la ley de Hooke. El movimiento resultante, si no hay amortiguamiento, se puede tomar como un M.A.S. en la variable angular F . Tal sistema se conoce como péndulo de Torsión.

La ecuación del moviendo sólida es:

$$\ddot{\theta} + 2\delta\dot{\theta} = 0$$

Siendo I el momento de inercia del sólido respecto al eje de rotación. quedando definida la frecuencia de oscilación natural de oscilación del péndulo

$$\omega_o = (K/I)^{1/2}$$

La solución es por tanto:

$$\theta = \theta_0 \sin(\omega_o t + \phi)$$

B. **Oscilaciones Amortiguadas:** Se dan cuando tenemos en cuenta las pérdidas de energía debidas a las fuerzas de rozamiento, obteniéndose una oscilación amortiguada. En el caso del péndulo de Pohl, se dispone de un freno magnético cuya ecuación es:

$$M = -C d\dot{\theta}/dt,$$

que igualmente puede escribirse:

$$\ddot{\theta} + 2\delta\dot{\theta} + \omega_o^2\theta = 0$$

Siendo $\delta = C/2I$ llamado parámetro de amortiguamiento:

– Sobreamortiguamiento: Si $\delta > \delta_0$ entonces el péndulo retorna lentamente a su posición de equilibrio sin llegar a oscilar en torno a ella.

– Amortiguamiento crítico: $\delta = \delta_0$ El resultado es muy parecido al anterior aunque la convergencia es un poco más rápida.

- Subamortiguamiento: Si $\delta < \delta_0$ entonces el péndulo oscila en torno a la posición de equilibrio aunque la amplitud de oscilación va decayendo exponencialmente en el tiempo.

C. Movimiento forzado:

La amplitud y la energía decrecen con el tiempo hasta que la oscilación muere. Para mantener en marcha el péndulo de torsión se utiliza un motor que proporciona un momento de fuerzas externo periódico del tipo $M = M_0 \cos \omega t$ donde M es una constante y ω es la frecuencia del forzamiento. Después de cálculos mediante derivadas parciales para introducir W nos queda:

Esta es la ecuación de un oscilador forzado. La solución de esta ecuación de movimiento tiene una componente complicada llamada solución transitoria. Pero que tras un intervalo inicial de tiempo, aparece una nueva componente llamada solución estacionaria, que esta provocada por la presencia del momento, y que es del tipo M.A.S. , pero tal que la frecuencia del movimiento es igual a la frecuencia del forzamiento:

$$\theta(t) = A \cos(\omega t + \phi);$$

y donde la fase inicial viene dada por:

$$\phi = \arctan \left(\frac{-2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right);$$

Y obtenemos unas conclusiones sobre las características de las oscilaciones forzadas:

- Cuanto mayor sea el coeficiente de amortiguamiento δ , menor es la amplitud de las oscilaciones.
- Existe un valor de la frecuencia de forzamiento tal que , para valores fijos de δ y ω_0 , la amplitud de las oscilaciones se hace máxima. Este fenómeno se conoce como resonancia, el valor ω_r se llama frecuencia de resonancia. Para calcular la frecuencia de resonancia, se halla el máximo de la función amplitud A derivando con respecto a ω . Al igualar a cero la derivada, el máximo aparece en

$$\omega_r = (\omega_0^2 - 2\delta^2)^{1/2} !$$

- Si se construyese un péndulo de torsión sin amortiguamiento ($\delta = 0$) y a esta se le forzara a oscilar a la frecuencia de resonancia ($\omega = \omega_r$), la amplitud de las oscilaciones sería infinita, es decir, la amplitud de resonancia en ausencia de amortiguamiento es infinita..
- Para frecuencias de excitación ω mucho menores que ω_0 , la oscilación del péndulo esta en fase ($\phi = 0$) con el momento de fuerzas externo de excitación. Para frecuencias ω mucho mayores que ω_0 , la oscilación del péndulo esta en oposición de fases ($\phi = \pi$) con respecto a la excitación externa. En el caso $\omega = \omega_0$, el desfase es $\pi/2$, y se dice que ambos movimientos están en cuadratura.

1

• MÉTODOS Y MATERIALES

El péndulo de Pohl es un sistema cuya oscilación propia está provocada por un muelle espiral. El amortiguamiento (variable) se debe a las corrientes de Foucault que aparecen en el péndulo al moverse el disco metálico en el seno de un campo magnético. Finalmente, un motor de corriente continua de velocidad

variable provoca oscilaciones en el extremo más externo del muelle, dando así lugar al movimiento forzado.

Con objeto de lograr la mayor estabilidad en el giro del motor, se alimentará directamente con una tensión máxima de 8 V. La velocidad, y por tanto la frecuencia impulsora ω 20 se puede variar modificando la tensión de alimentación aplicada.

La segunda fuente de alimentación se utiliza para aplicar una tensión continua a las bobinas, usando las bornas. Es MUY IMPORTANTE que la corriente que pase por las bobinas no sea nunca mayor de 1 A.

Y los materiales utilizados han sido:

- Amperímetro
- Péndulo de Pohl
- Freno magnético
- Rueda giratoria
- Motor de oscilaciones forzadas
- Regulador de oscilaciones

5. RESULTADOS

- Las medidas del tiempo que tarda en hacer 20 oscilaciones son las siguientes. (Comenzamos las oscilaciones desde el valor 16).

Los cálculos del periodo de oscilación y su frecuencia natural son. Las siguientes. Hemos tomado en este caso el error de medida el calculado mediante la desviación estándar ya que el de medida (del cronometro era de $\pm 0,01$ s mientras que el calculado es $\pm 0,10$ s)

medida	1º	2º	3º	4º	5º	media de t20
t20	37,19	36,73	36,92	36,78	36,57	37

Tiempo (t20) y su error asociado = (37.1 ± 0.10) s

Periodo de oscilación (T0) y su error asociado = (1.9 ± 0.005) s

Frecuencia natural (ω_0) y su error asociado = (3.4 ± 0.01) rad/s

- Los valores de oscilación forzada correspondientes a alimentar el freno con tensiones de alterna de $V_b = 4, 6, 8$ y la intensidad I_b con su error asociado. Adoptamos el periodo T0 anteriormente hallado.

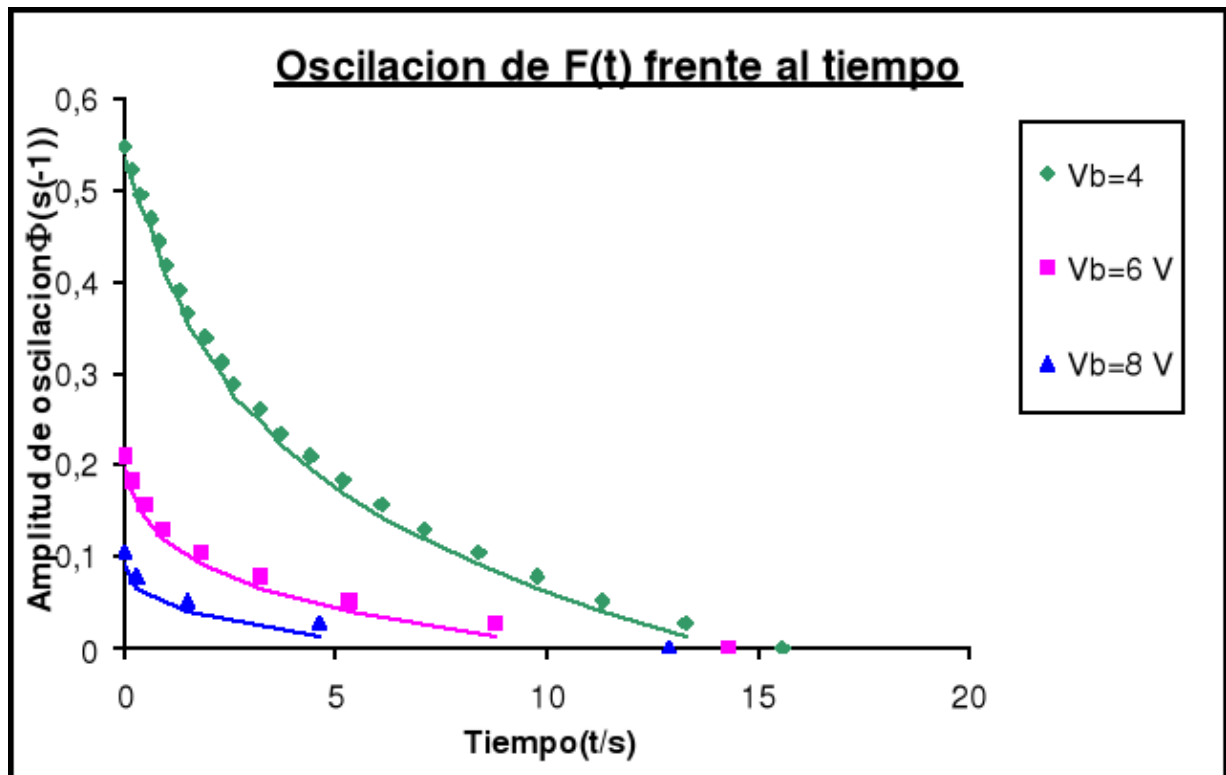
T	V1b=4 V	V2b=4 V	Vb=4 V
0	16	15,2	15,6
0,05	13,8	12,8	13,3
0,1	11,8	10,8	11,3
0,1	10,2	9,4	9,8
0,2	8,8	8	8,4

0,3	7,4	6,8	7,1
0,3	6,4	5,8	6,1
0,4	5,4	5	5,2
0,4	4,6	4,2	4,4
0,5	3,8	3,6	3,7
0,5	3,4	3	3,2
0,6	2,8	2,4	2,6
0,6	2,4	2,2	2,3
0,7	2	1,8	1,9
0,7	1,6	1,4	1,5
0,8	1,4	1,2	1,3
0,8	1	1	1
0,9	0,8	0,8	0,8
0,9	0,6	0,6	0,6
1,0	0,4	0,4	0,4
1,0	0,2	0,2	0,2
1,1	0	0	0

t	V1b=6 V	V2b=6 V	Vb=6 V
0	16	12,6	14,3
0,03	9,8	7,8	8,8
0,05	6	4,6	5,3
0,08	3,6	2,8	3,2
0,1	2	1,6	1,8
0,1	1	0,8	0,9
0,1	0,4	0,6	0,5
0,2	0,2	0,2	0,2
0,2	0	0	0

t	V1b=8 V	V2b=8 V	Vb=8 V
0	16	9,8	12,9
0,03	5,8	3,4	4,6
0,05	1,8	1,2	1,5
0,08	0,2	0,4	0,3
0,1	0	0	0

Y la gráfica que lo representa:



Y representamos en una misma gráfica representaremos la amplitud frente al tiempo (t) para $V_b = 4, 6, 8$.

Y los valores del coeficiente de correlación lineal r , la pendiente a y la ordenada en el origen b de la recta. De mínimos cuadrados. Y los valores correspondientes del coeficiente de amortiguamiento, la razón de amortiguamiento k y el decrecimiento logarítmico $\ln K$ son:

δ_0	$\ln \delta$
0	2,5
0,03	1,5
0,05	0,4
0,08	-1,2
0,1	infinito

Y la gráfica que lo representa:

Y los valores del c. de correlación lineal r (aunque lo representamos como r), la pendiente a y la ordenada en el origen de la recta de mínimos cuadrados $\ln \delta(t) = at + b$ son: (Con sus correspondientes valores de razón de amortiguamiento (K), el decrecimiento logarítmico en $\ln K$ y el coeficiente de amortiguamiento $\delta\delta$)

$R = 0,99$ $a = -47,51$; $E_a = 0,60$ $b = 2,68$; $E_b = 1,07$

$\delta = 47,51$; $E = 0,60$ $K = \exp(47,51 T_0)$; $E = \ln K = 47,51 T_0$; $E =$

NOTA: Creo que el ordenador toma los datos de a y de b cambiados porque si no los cálculos posteriores no pueden hacer debido al valor de $\delta = 47,51$, por tanto eso lo dejo indicado así pero en los cálculos de oscilaciones forzadas usare los datos cambiados.

Hemos hallado estos datos según los siguientes cálculos:

$$\delta(t) = \delta_0 \exp(-\delta t) \cos(\delta t),$$

$$\ln \delta(t) = \ln \delta_0 - \delta t,$$

Esto lo hemos podido hallar ya que el coseno de δt puede ser omitido ya que lo único que indica es el ángulo de la oscilación en cada periodo y como máximo va a poder tomar valores de +1 y -1. Ya que $\cos(\delta t) = N\delta$ Siendo N números enteros desde 1 hasta infinito.

3. Aquí estudiaremos las oscilaciones forzadas correspondientes al caso $V_b = 4V$.

δf	δ	δi	δd	δ
9,0	0,7	0,4	0,8	0,6
4,8	1,3	0,6	0,8	0,7
3,7	1,7	0,6	1,2	0,9
3	2,1	0,8	1,2	1
2,8	2,2	0,8	1,2	1
2,6	2,4	0,8	1,2	1
2,5	2,5	1,2	1,8	1,5
2,3	2,7	1,8	2,2	2
2,1	3,0	3,2	3,6	3,4
2,0	3,2	6,8	7,2	7
1,9	3,3	8,6	9	8,8
1,9	3,4	10	10,2	10,1
1,8	3,6	10,6	10,8	10,7

Representamos la curva de resonancia (en la siguiente hoja), depende representaremos con rectas verticales la frecuencia de resonancia $\delta r(ex)$, la frecuencia de resonancia (teórica) $\delta r(te)$ y la frecuencia natural w_0 .

$\delta r(ex)$ = correspondiente al punto (3.6;10.7)

$\delta r(te) =$

$\delta_0 = 3,41$ (rad/s)

NOTA: Debido a que debe haber errores en el calculo de a y b no se puede realizar estas operaciones ya que no daría como resultado un numero imaginario.(MIRAR DISCUSIONES)

• DISCUSIÓN

El calculo de la pendiente con respecto al logaritmo de la amplitud de oscilacion ha debido de ser erroneo ya que no podemos calcular la frecuencia de forzamiento teorica porque nos sale un valor de $x = 47,51$ según la pendiente a. El resultado x deberia ser menor para que se cumpla lo expuesto en la introduccion. Es decir, si nosotros estudiamos las graficas de lka amplitud de oscilacion para valores $V_b = 4, 6, 8$ vemos que van decayendo esponencialmente con le tiempo y según eso X_2 deberia ser mas pequeña que la frecuenciaa natural (Parto del hecho de que los calculo realizados de la frecuencia natural w_0 sean correctos), cosa que no sucede, por ello se establece una discordancia entre lo datoa experimentales (expuestos en las graficas) y los teoricos.

• REFERENCIAS

Física.

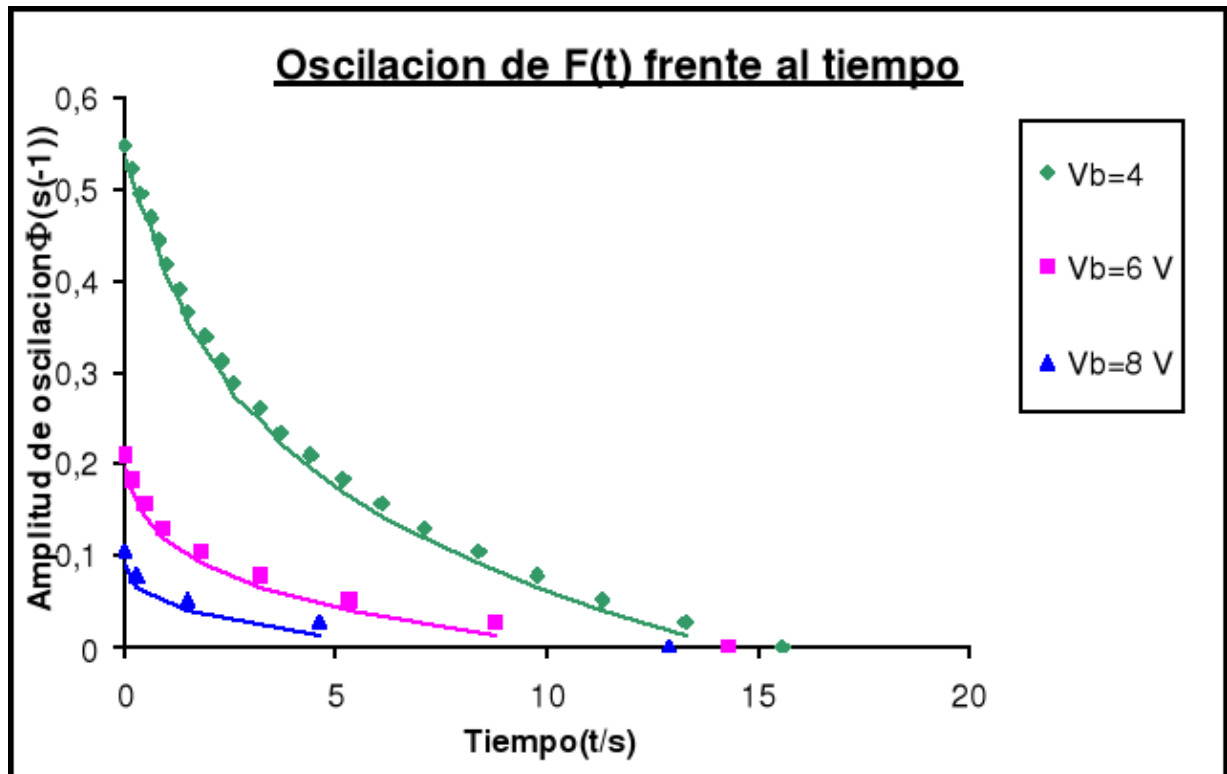
– S.Burbano Cercilla. Ed: Mira Editores

Catalá, Física, Ed. Saber, Madrid 1977.

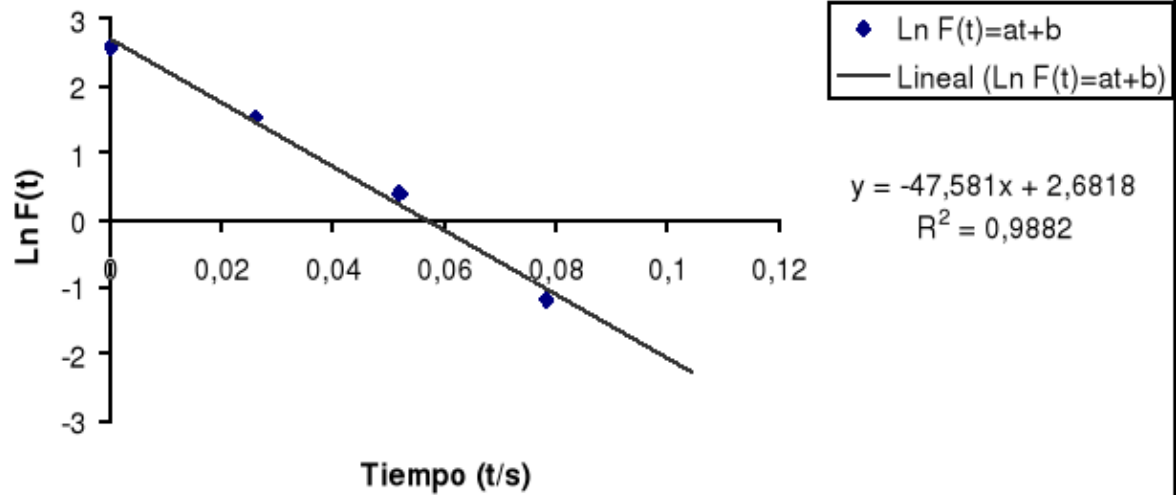
– Marion, Dinámica Clásica de las partículas y los sistemas, Ed. Reverté, Barcelona 1984.

– Tipler, Física, Ed reverté, Barcelona 1993.

11



Logaritmo de la amplitud (F(t)) frente al Tiempo (t)



Curva de Resonancia

