

Índice

Introducción	2
Representación grafica de los números complejos	3
Conjugado de un Numero Complejo	4
Propiedades de los conjugados.....	5
Complejo Opuesto.....	6
Operaciones con números complejos.....	7
• Suma	
Propiedades de la suma de números complejos	
• Producto	
Propiedades del producto de números complejos	
• División	
Números complejos en forma polar o trigonométrica.....	10
Números complejos en forma binómica.....	10
Operaciones con números complejos en forma polar.....	10
• Multiplicación	
• División	
• Potenciación	
Formula de Moivre.....	11
Radicación.....	12
• Raíz cuadrada	
• Raíz cúbica	
Forma exponencial o de Euler	14
Biografías	15
Problemario	19
Bibliografía	22
Introducción	

Número complejo, expresión de la forma $a + bi$, en donde a y b son números reales e i es .

Estos números se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir, y forman una estructura algebraica de las llamadas cuerpo en matemáticas.

En física e ingeniería los números complejos se utilizan para describir circuitos eléctricos y ondas electromagnéticas.

El número i aparece explícitamente en la ecuación de onda de Schrödinger que es fundamental en la teoría cuántica del átomo.

El análisis complejo, que combina los números complejos y los conceptos del cálculo, se ha aplicado a campos tan diversos como la teoría de números o el diseño de alas de avión.

Números Complejos

Los Números Complejos surgen al resolver ecuaciones algebraicas en las que hay que calcular raíces cuadradas de números negativos.

Algo parecido les ocurrió a los pitagóricos al intentar medir la diagonal de un cuadrado de lado 1, se dieron cuenta que no había ningún número (sólo conocían los números naturales y fraccionarios) que midiese la diagonal. Esto dio origen a los números reales.

Representación Grafica de un Numero Complejo

Los números naturales, enteros, fraccionarios y reales se pueden representar como puntos de una recta (la recta de los números reales).

Los Números Complejos podemos imaginarlos como puntos de un plano (el plano de los números complejos). En ese plano podemos trazar unos ejes perpendiculares que nos sirvan de referencia para localizar los puntos del plano.

Lo habitual es utilizar las coordenadas del punto (x,y) . Cuando representamos un número complejo de esta forma decimos que está en forma cartesiana.

Esta interpretación de los números complejos (considerarlos puntos en un plano) se debe a Gauss y a Hamilton.

También se suele utilizar un vector para localizar el punto.

En un vector con principio en el origen de coordenadas y fin en el punto, identifica el punto de una manera inequívoca.

Al extremo del vector se le llama **Afijo del complejo.**

Ese vector lo podemos descomponer en dos vectores: un vector con principio en el origen de coordenadas y fin el valor de la abscisa del punto (x,y) , y otro vector con principio el origen de coordenadas y fin la ordenada del punto (x,y) .

Entonces el punto se representaría como una suma de vectores $a + b$.

Si definimos unos vectores unitarios sobre el Eje X o Real, ya que en el representamos la Parte Real del número complejo y sobre el eje Y o Eje Imaginario, representamos la parte Imaginaria. Entonces podemos representar el número de esta forma $xr + yi$.

Los vectores r e i tienen módulo 1, además el vector i se define cumpliendo esta condición: $i^2 = -1$.

Cómo r tiene módulo 1 y sus potencias también son 1, no se escribe, quedando por lo tanto el número en la forma $x + yi$. Esta forma de representar un número complejo se llama Forma Binaria.

Conjugado de un Numero Complejo

Se llama conjugado de un número complejo al número complejo que se obtiene por simetría del dado respecto del eje de abscisas.

Representando el número complejo $a + bi$ y haciendo la correspondiente simetría, se tiene que su conjugado es $a - bi$.

Dado un número complejo, su conjugado puede representarse poniendo encima del mismo una línea horizontal.

Dado un número complejo (x,y) el complejo conjugado sería $(x,-y)$.

Si al número complejo lo representamos por n ; $n = (x,y)$ el complejo conjugado se representa por n ; $n = (x,-y)$ con una raya encima del número.

Propiedades de los Conjugados

• Primera propiedad

El conjugado del conjugado de un complejo z es el propio z .

Demostración:

si $z = a + bi$ se tiene que $\bar{\bar{z}} = a - bi$, de donde, $\bar{\bar{z}} = a + bi = z$

• Segunda propiedad

Dados dos números complejos cualesquiera z y z' , el conjugado de su suma es igual a la suma de sus conjugados.

Demostración:

Tomando : $z = a + bi$ y $z' = c + di$

Se obtiene:

$$\overline{z + z'} = \overline{a + bi + c + di} = \overline{a + c + (b + d)i}$$

Con lo que:

$$(a + bi) + (c - di) = (a + c) + (-b - d)i$$

• Tercera propiedad

El conjugado del producto de dos números complejos es igual al producto de los conjugados de dichos números:

Demostración:

$$\text{Si } z = a + bi \text{ y } z = c + di$$

$$\text{Se tiene que } z \cdot z = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$\text{Cuyo conjugado es } (ac - bd) - (ad + bc)i .$$

Calculando por otro lado el producto de los conjugados, resulta que

$$(a - bi)(c - di) = (ac - bd) + (-ad - bc)i .$$

• Cuarta propiedad

Los complejos que coinciden con sus conjugados son los números reales.

Demostración:

Sea un complejo $a + bi$ que coincida con su conjugado.

Esto equivale a que:

$$a + bi = a - bi$$

Pero esto sólo ocurre si $b = 0$, es decir si $a + bi$ es un número real.

• Quinta propiedad

La suma y el producto de un complejo y su conjugado son, ambos, números reales.

$$\text{Demostración: } (a + bi) + (a - bi) = 2a$$

$$(a + bi)(a - bi) = a^2 - (bi)^2 = a^2 + b^2$$

Complejo opuesto

Dado un número complejo (x,y) el complejo opuesto sería $(-x,-y)$

Si al número complejo lo representamos por n , el complejo opuesto se representa por n' .

$$\text{Si } z = a + bi$$

$$\text{El opuesto de } z \text{ sería } -z = -a - bi$$

$$\text{El Conjugado de } z \text{ sería } \bar{z} = a - bi$$

Operaciones con Números Complejos

Suma de Números Complejos

Dados dos números complejos $a + bi$ y $c + di$ se definen su suma como:

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

Propiedades de la Suma de Números Complejos

La suma de números complejos tiene las siguientes propiedades:

• Conmutativa

Dados dos números complejos $a + bi$ y $c + di$ se tiene la igualdad:

$$(a + bi) + (c + di) = (c + di) + (a + bi)$$

Ejemplo:

$$(2 - 3i) + (-3 + i) = (2 - 3) + i(-3 + 1) = -1 - 2i$$

$$(-3 + i) + (2 - 3i) = (-3 + 2) + i(1 - 3) = -1 - 2i$$

• Asociativa

Dados tres complejos $a + bi$, $c + di$ y $e + fi$, se cumple:

$$[(a + bi) + (c + di)] + (e + fi) = (a + bi) + [(c + di) + (e + fi)]$$

Ejemplo:

$$[(5 + 2i) + (3 - 4i)] + (-9 + 8i) = (8 - 2i) + (-9 + 8i) = -1 + 6i$$

$$(5 + 2i) + [(3 - 4i) + (-9 + 8i)] = (5 + 2i) + (-6 + 4i) = -1 + 6i$$

• Elemento neutro

El elemento neutro es $0 + 0i$, puesto que

$$(a + bi) + (0 + 0i) = (a + 0) + i(b + 0) = a + bi$$

El número $0 + 0i$ se escribe simplifícadamente 0 y se le llama «cero».

• Elemento simétrico

El elemento simétrico de un número complejo cualquiera $a + bi$ es $(-a - bi)$:

$$(a + bi) + (-a - bi) = 0 + 0i = 0$$

Ejemplo:

$$\text{El simétrico de } 2 - 3i \text{ es } -2 + 3i \text{ pues } (2 - 3i) + (-2 + 3i) = 0$$

Producto de Números Complejos

La multiplicación se efectúa igual que si fuesen números reales, pero teniendo en cuenta que la multiplicación de complejos no es equivalente al producto escalar de vectores.

Dados dos números complejos $a + bi$ y $c + di$ se definen su producto como:

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

El producto puede hacerse operando con i como si fuese un número real y teniendo en cuenta que $i^2 = -1$.

$$(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2 = ac + i(ad + bc) + bd(-1) = ac - bd + i(ad + bc)$$

Pero para comprobar resultados, podemos representar los complejos que se multiplican por sus vectores, y el resultado del producto por el vector correspondiente al complejo producto.

Propiedades del Producto de Complejos

• Conmutativa

Dados dos complejos $a + bi$ y $c + di$, se cumple que:

$$(a + bi)(c + di) = (c + di)(a + bi)$$

• Asociativa

Dados los complejos $a + bi$, $c + di$ y $e + fi$ se cumple que:

$$[(a + bi)(c + di)](e + fi) = (a + bi)[(c + di)(e + fi)]$$

• Elemento neutro

El elemento neutro del producto es $1 + 0 \cdot i = 1$, puesto que para cualquier complejo $a + bi$, $(a + bi)(1 + 0 \cdot i) = (a + bi) \cdot 1 = a + bi$. El elemento neutro es el uno.

• Distributiva del producto con respecto a la suma

Dados tres números complejos $a + bi$, $c + di$ y $e + fi$, se cumple:

$$(a + bi)[(c + di) + (e + fi)] = (a + bi)(c + di) + (a + bi)(e + fi)$$

Ejemplo:

$$(1 - 2i)[3i + (2 - 7i)] = (1 - 2i)(2 - 4i) = 2 - 4i - 4i + 8i^2 = -6 - 8i$$

$$(1 - 2i)3i + (1 - 2i)(2 - 7i) = (3i - 6i^2) + (2 - 7i - 4i + 14i^2) = (3i + 6) + (-12 - 11i) = -6 - 8i$$

El conjunto de los números complejos, por contar con todas las propiedades anteriores para la suma y para el producto, se dice que es un anillo conmutativo.

El conjunto de los números complejos se simboliza por C , o también $(C, +, \cdot)$.

• Elemento simétrico respecto del producto

Dado un complejo cualquiera $a + bi$, distinto de $0 + 0i$, existe otro complejo que, multiplicado por él, da el elemento neutro del producto, es decir, $1 + 0i$.

Demostración:

Se intentará calcular el inverso de $a + bi$, $x + yi$.

Ha de verificarse que $(a + bi)(x + yi) = 1 + 0i$

$$(a + bi)(x + yi) = (ax - by) + (ay + bx)i$$

Por tanto ha de ser:

$$ax - by = 1, \text{ multiplicando por } a \text{ se tiene: } a^2x - aby = a$$

$$bx + ay = 0, \text{ multiplicando por } b \text{ se tiene: } b^2x + aby = 0$$

El conjunto de los números complejos es un cuerpo conmutativo con la suma y el producto definidos.

División de Números Complejos

Para dividir dos complejos, se multiplica el dividendo y el divisor por el conjugado de éste, así el divisor pasará a ser un número real.

Como en la multiplicación, podemos representar los complejos por vectores, para poder comprobar los resultados

Números Complejos en Forma Polar o Trigonométrica

Se puede representar un número complejo cualquiera $z = a + bi$ en forma polar, dando su módulo y su argumento. Esta forma también se llama forma trigonométrica.

MÓDULO de un número complejo z es la longitud del vector que lo representa.

$$|z| = r$$

ARGUMENTO de un complejo es el ángulo que forma el vector con el eje real.

$$\arg(z) = \alpha$$

$$\text{Por lo cual } z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

Números Complejos en Forma Binómica

Forma binómica $z = a + bi$

Operaciones con Números Complejos en Forma Polar

Multiplicación

Se multiplican los módulos

Se suman los argumentos

División

Se dividen los módulos

Se restan los argumentos

Potencia

La potencia es un producto de factores iguales, por tanto la regla es la misma que la de multiplicar.

El módulo se eleva a n

El argumento se multiplica por n

Fórmula de Moivre

Aplicando la propiedad de la potencia de un número complejo, se obtiene la siguiente fórmula llamada Fórmula de Moivre:

$$(\cos a + i \operatorname{sen} a)^n = \cos na + i \operatorname{sen} na$$

que es útil en trigonometría, pues permite hallar $\cos na$ y $\operatorname{sen} na$ en función de $\operatorname{sen} a$ y $\cos a$.

Esta igualdad recibe el nombre de fórmula de Moivre, en honor del matemático francés Abraham de Moivre (1667–1754).

Radicación de Números Complejos

La operación de radicación es inversa a la de potenciación

Para un único número complejo z^n , existen varios complejos z , que al elevarlos a la potencia n , nos da el mismo complejo z^n .

Para hallar las raíces de un número complejo se aplica la fórmula de Moivre, teniendo en cuenta que para que dos complejos coincidan han de tener el mismo módulo y la diferencia de sus argumentos ha de ser un múltiplo entero de 360° .

Sea R_a un número complejo y considérese otro complejo R'_a , tal que:

$$R_a = (R'_a)^n = ((R')^n)^n a'$$

Aunque esto parece aportar una infinidad de soluciones, nótese que si a k se le suma un múltiplo de n , al dividir el nuevo argumento, éste aparece incrementado en un número entero de circunferencias. Por tanto, basta con dar a k los valores $1, 2, 3, \dots, n-1$, lo que da un total de $n - 1$ raíces, que junto a $k = 0$ da un total de n raíces.

Raíz Cuadrada

Vamos a hallar :

Primero pasamos $z=4+3i$ a forma polar:

$$z = 4+3i = 536.9^\circ$$

La raíz cuadrada de z , tendrá de módulo la raíz cuadrada del módulo de z y de argumento, el de z dividido por 2.

Las dos soluciones de esta raíz cuadrada son:

$$\text{Si } k=0 \rightarrow z_1=18.4^\circ$$

$$\text{Si } k=1 \rightarrow z_2=198.4^\circ$$

Si le seguimos dando valores a $k = 2, 3, 4, \dots$ veremos que las soluciones que salen coinciden con las ya mencionadas, después de haber dado 1, 2, 3, ... vueltas a la circunferencia.

Todas estas operaciones que hemos hecho las puedes ver en la escena, y ver como quedan los vectores, tanto de z como de z_1 y z_2

Raíz Cúbica

Primero pasamos $z = 2+4i$ a forma polar: $z = 2+4i = 4.563.4^\circ$

La raíz cúbica de z , tendrá de módulo la raíz cúbica del módulo de z y de argumento, el de z dividido por 3.

Las tres soluciones de esta raíz cúbica son:

$$\text{Si } k=0 \rightarrow z_1=1.621.1^\circ$$

$$\text{Si } k=1 \rightarrow z_2=1.6141.1^\circ$$

$$\text{Si } k=2 \rightarrow z_3=1.6261.1^\circ$$

Si le seguimos dando valores a $k = 3, 4, 5, \dots$ veremos que las soluciones que salen coinciden con las ya mencionadas, después de haber dado 1, 2, 3, ... vueltas a la circunferencia.

Forma Exponencial o de Euler.

Hay una última forma de expresar un número complejo, es la **Forma Exponencial**.

Un número complejo en forma polar se expresa como $z = r(\cos \alpha + i \sin \alpha)$. Si sustituimos el contenido del paréntesis por la igualdad de Euler:

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

Nos queda

$$z = r \cdot e^{i\alpha}.$$

Euler, Leonhard (1707–1783)



Matemático suizo, cuyos trabajos más importantes se centraron en el campo de las matemáticas puras, campo de estudio que ayudó a fundar. Euler nació en Basilea y estudió en la Universidad de Basilea con el matemático suizo Johann Bernoulli, licenciándose a los 16 años. En 1727, por invitación de la emperatriz de Rusia Catalina I, fue miembro del profesorado de la Academia de Ciencias de San Petersburgo. Fue nombrado catedrático de física en 1730 y de matemáticas en 1733. En 1741 fue profesor de matemáticas en la Academia de Ciencias de Berlín a petición del rey de Prusia, Federico el Grande. Euler regresó a San Petersburgo en 1766, donde permaneció hasta su muerte. Aunque obstaculizado por una pérdida parcial de visión antes de cumplir 30 años y por una ceguera casi total al final de su vida, Euler produjo numerosas obras matemáticas importantes, así como reseñas matemáticas y científicas.

En su *Introducción al análisis de los infinitos* (1748), Euler realizó el primer tratamiento analítico completo del álgebra, la teoría de ecuaciones, la trigonometría y la geometría analítica. En esta obra trató el desarrollo de series de funciones y formuló la regla por la que sólo las series convergentes infinitas pueden ser evaluadas adecuadamente. También abordó las superficies tridimensionales y demostró que las secciones cónicas se representan mediante la ecuación general de segundo grado en dos dimensiones. Otras obras trataban del cálculo (incluido el cálculo de variaciones), la teoría de números, números imaginarios y álgebra determinada e indeterminada. Euler, aunque principalmente era matemático, realizó también aportaciones a la astronomía, la mecánica, la óptica y la acústica. Entre sus obras se encuentran *Instituciones del cálculo diferencial* (1755), *Instituciones del cálculo integral* (1768–1770) e *Introducción al álgebra* (1770).

Gauss, Carl Friedrich (1777–1855)

Matemático alemán conocido por sus muy diversas contribuciones al campo de la física, especialmente por sus estudios del electromagnetismo.

Nació en Braunschweig el 30 de abril de 1777 y estudió lenguas antiguas, pero a los 17 años comenzó a interesarse por las matemáticas e intentó dar una solución al problema clásico de la construcción de un heptágono regular, o figura de siete lados, con una regla y un compás. No solamente consiguió probar que esto era imposible, sino que siguió aportando métodos para construir figuras de 17, 257 y 65.537 lados. Durante estos estudios, probó que la construcción, con regla y compás, de un polígono regular con un número de lados impar sólo era posible cuando el número de lados era un número primo de la serie 3, 5, 17, 257 y 65.537 o un producto de dos o más de estos números. A raíz de este descubrimiento abandonó sus estudios de lenguas y se dedicó a las matemáticas. Estudió en la Universidad de Gotinga desde 1795 hasta 1798; para su tesis doctoral presentó una prueba de que cada ecuación algebraica tiene al menos una raíz o solución. Este teorema, que ha sido un desafío para los matemáticos durante siglos, se sigue denominando teorema fundamental de álgebra. Su tratado sobre la teoría de números, *Disquisitiones arithmeticae* (1801), es una obra clásica en el campo de las matemáticas.

Más tarde, Gauss dirigió su atención hacia la astronomía. El asteroide Ceres había sido descubierto en 1801, y puesto que los astrónomos pensaban que era un planeta, lo observaron con mucho interés hasta que lo perdieron de vista. Desde sus primeras observaciones, Gauss calculó su posición exacta, de forma que fue fácil su redescubrimiento. También planeó un nuevo método para calcular las órbitas de los cuerpos celestes. En 1807 fue nombrado profesor de matemáticas y director del observatorio de Gotinga, ocupando los dos cargos hasta el 23 de febrero de 1855, fecha de su muerte.

Aunque Gauss hizo valiosas contribuciones tanto a la astronomía teórica como práctica, trabajó sobre todo en matemáticas y en física matemática, abarcando prácticamente todas sus ramas. En la teoría de números desarrolló el importante teorema de los números primos. Gauss fue el primero en desarrollar una geometría no euclídea, pero no publicó estos importantes descubrimientos ya que deseaba evitar todo tipo de publicidad. En la teoría de la probabilidad, desarrolló el importante método de los mínimos cuadrados y las leyes fundamentales de la distribución de la probabilidad. El diagrama normal de la probabilidad se sigue llamando curva de Gauss. Realizó estudios geodésicos y aplicó las matemáticas a la geodesia. Junto con el físico alemán Wilhelm Eduard Weber, Gauss realizó una intensa investigación sobre el magnetismo. Entre sus más importantes trabajos están los de la aplicación de las matemáticas al magnetismo y a la electricidad; una unidad de inducción magnética recibe su nombre. También llevó a cabo investigaciones en el campo de la óptica, especialmente en los sistemas de lentes.

William Rowan HAMILTON (1805– 1865)

Hamilton es, después de Newton el matemático inglés más importante. Hamilton fue educado por su tío el reverendo James Hamilton, que era director del observatorio de Armagh. A los cinco años, leía latín, griego y hebreo. A los ocho años leía además italiano y francés, a los diez años leía sánscrito y árabe y a los catorce persa.

El primer contacto con las matemáticas de Hamilton fue a los trece años, cuando estudió el Álgebra de Clairaut. A los quince leyó los trabajos de Newton y Laplace. En 1822 encontró un error en el libro la Mecánica celeste de Laplace.

Entró en el Trinity College, en Dublín, en 1823 y fue un alumno muy brillante. Durante este año vivía en Trim y por eso no asistía a todas las clases

En 1826 se graduó con matrícula de honor en Ciencias y Letras. Ese año presentó a la Real Academia Irlandesa, el trabajo Theory of Systems of Rays, en el que se introdujo por primera vez la función característica en óptica.

Uno de los examinadores de Hamilton, convenció a Hamilton para que optase a la plaza de Astrónomo Real en Dunsink. A pesar de que había seis candidatos, el puesto fue para Hamilton. Esto supuso una gran controversia, porque Hamilton tenía 21 años y no tenía experiencia.

Antes de tomar posesión del puesto, viajó por Inglaterra y Escocia. En este viaje conoció al poeta Wordsworth y se hicieron amigos. Hamilton empezó a escribir poesía y Wordsworth, tuvo que decirle a Hamilton que su talento estaba más en la ciencia que en la poesía.

En 1832, Hamilton publicó el tercer suplemento del trabajo Theory of Systems of Rays, que trata básicamente de la función característica aplicada a la óptica. En este trabajo predijo la refracción cónica. Hamilton pidió al profesor de Física del Trinity College, Humphrey Lloyd, que verificase experimentalmente su predicción. La comprobación experimental de la predicción dio gran fama a Hamilton.

El 4 de noviembre de 1833 Hamilton leyó un trabajo en la Real Academia Irlandesa, en el que se expresaban los números complejos como pares de números reales.

En 1835 publicó Algebra as the Science of Pure Time.

Intentó extender la teoría de parejas de números a tripletas. Este tema le ocupó durante años. El 16 de octubre de 1843, caminaba con su esposa por la orilla del Canal Real, camino de una reunión en la Academia Real Irlandesa, descubrió los *cuaterniones*. En una piedra del puente de de Brougham escribió $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$.

Creía que este descubrimiento revolucionaría la Física y empleó el resto de sus vida trabajando en los *cuaterniones*.

En 1853 publicó Lectures in Quaternions, pero se dio cuenta que no era un buen libro para aprender la teoría de los cuaterniones. Comenzó a escribir su principal obra matemática, Elements of Quaternions, que publicó en 1866. Un cuaternión es un número de la forma: $a + bi + cj + dk$, a es la parte real y b, c y d es la parte vectorial. Introdujo un operador diferencial, representado por ∇ (a este símbolo le llamó nabla, porque se asemeja a un antiguo instrumento musical hebreo)

OPERACIONES FUNDAMENTALES CON NUMEROS COMPLEJOS.

Suma y resta de números complejos.

$$1. - (3+5i) - (5-3i) = -2+8i$$

$$2. - (9+7i) - (-9+7i) + (-18+i) = (9+9-18) + (7-7+1)i = i$$

Multiplicación de números complejos.

2 2

$$1. - (3+5i)(5+3i)(2-i) = 15+9i+6-3i+25i+15i+10i-5t = 34+64i$$

2 2

$$2. - (3-2i)(2+i)(1-i) = (6+3i-4i-2i)(1-i) = (8-i) = 8-8i-i+i = 7-9i$$

División de números complejos.

2

$$1. - \frac{3-i}{(3-i)(3-2i)} = \frac{9-6i-3i+2i}{7-9i} = \frac{9-9i}{7-9i}$$

$$3+2i - (3+2i)(3-2i) = 9+4-9+4 = 13-13i$$

2 2

$$2. - \frac{(3+4i)(1-2i)}{(11-2i)(1-i)} = \frac{11-11i-2i+2i}{11-11i-2i+2i} =$$

$$1+i - 1+i - (1+i)(1+i) = 1+i -$$

$$-9-13i - 9-13i$$

$$-2-2i$$

Igualdad de los números complejos.

$$1. -3ix + 2x = 2iy + y + 1 \quad 3(2) = 2y$$

$$3x = 2y \quad \text{---} \quad 3(x) = 2(2x-1) \quad 6 = 2y$$

$$2x = y + 1 \quad 3x = 4x - 2 \quad y = 6/2$$

$$-4x + 3x = -2 \quad y = 3$$

$$y = 2x - 1 \quad -x = -2$$

$$x = 2$$

$$2. - (x + iy)(1 + 2i) = -1 + 8i$$

$$2$$

$$(x + iy) = \frac{(-1 + 8i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{-1 + 2i + 8i - 16i}{1 + 4 - 5} = \frac{-15 + 10i}{0} = 3 + 2i$$

$$(1 + 2i)(1 - 2i) = 1 + 4 - 5 = 0$$

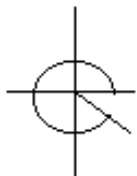
$$\underline{x=3} \quad \underline{y=2}$$

Convertir a forma polar.

$$\text{---}^\circ$$

$$1) 1 - i = 2 \text{ CIS } 315 \text{ ---}$$

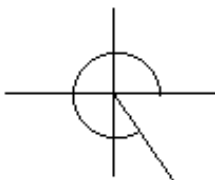
$$\cos 1/2 \quad \text{SEN } 1/2$$



$$2) 8 - 15i$$

$$Z = 17 \text{ CIS } 298^\circ$$

R = EL ANGULO ES DE 62°



Producto de dos números complejos en forma polar

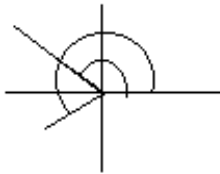
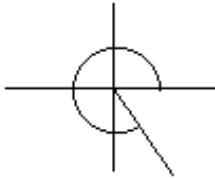
$$1. - (1 + i) (1 - 3i) = (2 \text{ cis de } 45^\circ) (2 \text{ cis } 150^\circ) = 2 \cdot 2 \text{ cis } 195^\circ$$

$$2. - (-3 + i) (-1 - i) (-1 - 3i) =$$

$$= (2 \text{ cis } 150^\circ) (2 \text{ cis } 225^\circ) (2 \text{ cis } 300^\circ) =$$

$$= (4 \text{ cis de } 450^\circ) (2 \text{ cis } 225^\circ) =$$

$$= 4 \cdot 2 \text{ cis } (675^\circ - 360^\circ) = \underline{4 \text{ cis de } 315^\circ}$$

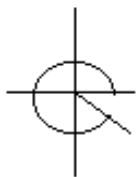


Convertir a forma polar.

—

$$1) 1 - i = 2 \text{ CIS } 315^\circ \text{ — —}$$

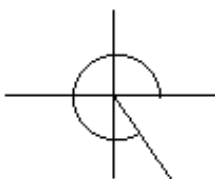
$$\cos 1/2 \text{ SEN } 1/2$$



$$2) 8 - 15i$$

$$Z = 17 \text{ CIS } 298^\circ$$

$$R = \text{EL ANGULO ES DE } 62^\circ$$



Producto de dos números complejos en forma polar

$$1.- (1 + i)(1 - 3i) = (2 \text{ cis de } 45^\circ)(2 \text{ cis } 150^\circ) = 2 \cdot 2 \text{ cis } 195^\circ$$

$$2.- (-3 + i)(-1 - i)(-1 - 3i) =$$

$$= (2 \text{ cis } 150^\circ)(2 \text{ cis } 225^\circ)(2 \text{ cis } 300^\circ) =$$

$$= (4 \text{ cis de } 450^\circ)(2 \text{ cis } 225^\circ) =$$

$$= 4 \cdot 2 \text{ cis } (675^\circ - 360^\circ) = \underline{4 \text{ cis de } 315^\circ}$$

Bibliografía

- Enciclopedia Encarta 2000

http://www.pntic.mec.es/Dcartes/Unidades_Didacticas/Bach_CNST_1/complejos_indice.htm

http://lafacu.com/apuntes/matematica/vect_comp/num_comp.htm

<http://teleline.terra.es/personal/jftjft/Biografias/Hamilton.htm>

<http://teleline.terra.es/personal/jftjft/Aritmetica/Numeros/Numcomp.htm>

22

- 1 -