

Introducción

Este trabajo será realizado con los siguientes fines :

- Aprender mas sobre la geometría analítica.
- Tener mejores conceptos sobre ella ; los cuales me pueden ayudar con las pruebas ICFES.
- Otro de los objetivos para hacer este trabajo es el de aprender y recordar lo enseñado en años anteriores. Que son conceptos básicos pero que con el paso del tiempo se me han olvidado.

Entre otros objetivos

Indice

Introducción 2

Indice 3

- Angulo, Triángulo y Cuadriláteros 4
- Definición 4
- Clasificación 4
- Gráficas 6
- Axiomas 7
- Circunferencia 8
- Definición 8
- Clasificación 8
- Gráficas 9
- Axioma 10
- Relaciones Métricas 11
- Definición 11
- Clasificación 12
- Geometría del Espacio 15
- Definición 15
- Clasificación 16
- Axiomas 18

Glosario 20

Bibliografía 23

1. Angulos, Triángulos Y Cuadriláteros.

- **Definiciones.**
- **Angulo** : Es la porción de plano limitado por dos semirectas llamadas ; lados y origen común llamado vértice del ángulo.
- **Triángulo** : Polígono de tres lados que se cortan simultáneamente.
- **Cuadriláteros** : Polígono de cuatro lados.

1.2 Clasificación..

1.2.1 Angulos.

- Según su posición.
 - Consecutivos : Tienen un vértice y un lado común y los otros dos lados separados por el común.
 - Adyacente : Son consecutivos con lados no comunes en línea recta.
 - Opuesto por el vértice : Son los que el vértice común y los lados de cada uno en la prolongación del otro.
- Según su grado de elevación.
 - Recto : Es el ángulo cuyo caso se dice que tiene lados perpendiculares, este ángulo mide 90° .
 - Agudo : Es el ángulo menor que un recto.
 - Obtuso : Es al ángulo mayor de 90° .
 - Llano : Es el que vale dos rectos.

1.2.2 Triángulos.

- En función de sus lados.
 - Equilátero : Triángulo que tiene sus tres lados y ángulos iguales.
 - Isósceles : Es el triángulo que tiene dos lados iguales y también dos ángulos iguales.
 - Escaleno : Es el triángulo que tiene sus lados y sus ángulos de diferente magnitud.
- En función de sus ángulos.
 - Acutángulo : Sus tres lados son agudos.
 - Rectángulo : Triángulo que posee un ángulo recto 90° . El lado mayor se llama hipotenusa, los dos otros lados se llaman catetos.
 - Obtusángulo : Es el triángulo que tiene un ángulo obtuso.

1.2.3 Cuadrilátero.

- Se clasifican según la paralelidad entre sus lados.
 - Paralelogramo : Cuadriláteros cuyos lados Son paralelos entre si. El área del paralelogramo equivale al producto de su base por la altura.
 - Trapecio : Cuadrilátero que solo tiene dos lados paralelos.
 - Trapezoides : Cuadrilátero irregular que no posee ningún lado paralelo al otro.

1.3 Gráficas.

1.4 Axiomas.

- Todo ángulo esta formado por dos líneas
- Un ángulo solo puede tener uno y solamente un vértice.
- Todo ángulo llano tiene 180° .
- Todo ángulo recto tiene 90° .
- Todo triángulo tiene tres lados y tres ángulos.
- Todo cuadrilátero tiene cuatro lados y cuatro ángulos.

2. Circunferencia.

- **Definición** : Una circunferencia es la frontera de una región redonda en un plano. Curva plana cerrada

cuyos puntos equidistante de otro, se le llama centro situado en el mismo plano, limita la superficie del círculo.

- Clasificación : En toda circunferencia hay que Considerar.
- Centro : Es el punto fijo, En donde se coloca el compás para trazarla.
- Radio : Es el segmento que determina el centro de ella.
- Diámetro : Segmento determinado por dos puntos de la circunferencia y que contiene al centro. Es igual a dos radios.
- Cuerda : Segmento determinado por dos puntos indiferentes de la circunferencia.
- Arco : Porción de circunferencia determinada por dos puntos.
- Círculo : Parte de plano limitado por la circunferencia.
- Secante : Recta que corta la circunferencia en dos puntos cualesquiera.
- Tangente : Es la recta que toca un solo punto de la circunferencia.

2.3 Gráficos.

2.4 Axiomas.

- En toda circunferencia o círculo se puede trazar un número indefinido de radios y diámetros.
- Todos los diámetros y radios de una misma circunferencia son iguales.
- El diámetro es el doble del y es la mayor de las cuerdas.
- El centro de la circunferencia es el centro de simetría de la cuerda.
- El diámetro divide la circunferencia y el círculo en dos partes iguales, llamadas respectivamente semicircunferencia y semicírculo.

3. Relaciones Métricas.

3.1 Definición : Cuando en una figura es posible relacionar de alguna manera las medidas de sus distintos elementos tales como : lados, alturas, diagonales, etc. Se ha obtenido una relación métrica en dicha figura.

3.1.1 Proyección ortogonal : Para estudiar las relaciones métricas entre los elementos de los triángulos es necesario tener un concepto de proyección ortogonal.

La proyección ortogonal de un punto sobre un plano es el pie de la perpendicular que va del punto al plano.

En la siguiente figura P' es la proyección P sobre el plano.

La proyección ortogonal de un segmento sobre una recta es un segmento cuyos extremos, son las proyecciones de los extremos del segmento dado sobre la recta, así en la siguiente figura cada segmento $A'B'$ es la proyección de cada segmento AB sobre la recta R .

3.2 Clasificación.

3.2.1 Relaciones métricas en el triángulo rectángulo.

- Al trazar una altura sobre la hipotenusa se forman dos triángulos semejantes al lado.
- Si se aumentan los catetos la hipotenusa aumenta proporcionalmente.
- En un triángulo rectángulo la altura trazada sobre la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos que dicha altura determina sobre la hipotenusa.
- Teorema de pitágoras : En todo triángulo rectángulo se cumple . la longitud de la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos.

3.2.2 Relaciones métricas en circunferencia.

- Relaciones entre los segmentos de la cuerda : Si dos cuerdas se cortan en un punto interior de la circunferencia, entonces el producto de los segmentos de una cuerda es igual al de los segmentos de otra cuerda
- Relación entre los segmentos de dos secantes : Si trazamos dos secantes desde un punto exterior a una circunferencia, entonces el producto de una de las secantes por su segmento exterior es igual al producto de la otra secante por su segmento exterior.
- Relación entre una secante y una tangente : Si desde un punto exterior a una circunferencia trazamos una secante y una tangente, se cumple que la tangente al cuadrado es igual al producto de la secante por su segmento exterior.

3.2.3 Relaciones entre los polígonos regulares.

- Lado del cuadrado inscrito : El lado del cuadrado inscrito en una circunferencia de radio es igual al producto de R por la raíz cuadrada de dos, es decir : $L_4 = R \sqrt{2}$
- lado del hexágono regular inscrito : El lado del hexágono inscrito en una circunferencia es igual al radio : $L_6 = R$
- Lado del triángulo equilátero inscrito : El lado equilátero inscrito en una circunferencia de radio R es igual al producto de radio por raíz cuadrada de tres : $L_3 = R \sqrt{3}$

3.4 Geometría Del Espacio.

4.1 Definición.

- Geometría del espacio : A diferencia de la geometría plana, o de dos dimensiones, que estudia las figuras cuyas partes están todas en mismo plano, la geometría del espacio o de tres dimensiones trata las propiedades de las figuras cuyas partes no están todas en un mismo plano.
 - Plano : es toda superficie indefinida que contiene enteramente cualquier recta que pasa por dos de sus puntos. El plano es ilimitado pero en la práctica suele representarse por un paralelogramo.
 - Angulo poliedro : Es la figura formada por tres o más planos que concurren en un punto.
 - Pirámide : Es un poliedro que tiene como base un polígono cualquiera y por caras laterales tres o más triángulos que tienen un vértice común.

4.2 Clasificación.

4.2.1 Rectas y planos en el espacio

4.2.1.1 Posición de dos planos : Si dos planos tienen tres puntos no alineados en común, entonces son el mismo plano ya que por los tres puntos no alineados pasa un plano y solo uno ; decidimos pues que los planos son coincidentes.

4.2.1.2 Posición de una recta y un plano :

- Si una recta tiene dos puntos en un plano, entonces la recta está contenida en el plano.
- Si la recta y el plano tienen un punto A en común, entonces la recta y el plano se cortan.
- Si la recta y el plano no tienen ningún punto en común, entonces la recta y el plano son paralelas.

4.2.1.3 Posición de dos rectas : Dos rectas en un espacio pueden ocupar distintas posiciones.

- Las dos rectas pueden tener un solo punto en común, en cuyo caso son coplanarias y se llaman secantes.
- Las dos rectas pueden no tener ningún punto en común y ser coplanarias en cuyo caso se llaman paralelas.
- Finalmente dos rectas pueden no tener ningún punto en común y no pertenecer al mismo plano, en

cuyo caso se dicen que se cruzan o que son alabeadas.

4.2.2.4 Subconjuntos de puntos notables del espacio :

- **Semiespacios** : Un plano se divide al espacio en dos regiones llamadas Semiespacios. El plano se dice que es el origen de ambos semiplanos.
- **Ángulo diedro** : Dos planos que se cortan dividen el espacio en cuatro regiones llamadas ángulos directos. La recta en que se cortan las caras se llama arista de diedro.
- **Ángulos poliedro** : Si todos los puntos de un polígono convexo se unen con un punto exterior a su plano se obtienen diferentes semirectas, cuya unión recibe el nombre del ángulo poliedro. Cuando el polígono es un triángulo se obtiene un triedro.

4.2.3 Los poliedros : Cuerpo físico limitado en su superficie por polígonos planos.

- **Prismas** : Es un poliedro limitado por varios paralelogramos y dos polígonos congruentes cuyos planos son paralelos. Los dos polígonos congruentes y paralelos se llaman bases y los paralelogramos se llaman caras laterales.

Los prismas se clasifican de acuerdo con el número de los lados que tengan los polígonos de las bases, así : triangulares, cuadrangulares, pentagonales, hexagonales, etc. Atendiendo estas clasificaciones los prismas también pueden ser :

- **Prisma recto** : Es la que tiene las aristas perpendiculares a las bases.
- **Prisma oblicuo** : Es el que no tiene las aristas laterales a los planos de la base.
- **Prisma regular** : Es el que tiene por base un polígono regular.

4.3 Axiomas.

- Toda recta trazada en un plano lo divide en dos semiplanos.
- Si dos planos se cortan su intersección es una recta.
- En un plano se puede trazar una infinidad de rectas y viceversa.
- Toda recta paralela a una recta de un plano es paralela a este plano.

Glosario

Arista. Línea de intersección de dos planos.

Axioma. Proposición evidente que se admite sin demostración.

Catetos. Cada uno de los lados que forma el ángulo recto de un triángulo rectángulo.

Hipotenusa. Lado de un triángulo rectángulo opuesto al ángulo recto, y que es el mayor de los tres lados.

Magnitudes. Grandeza o importancia de algo en tamaño.

Perpendicular. Dicese a la recta, plano, etc. que forman ángulos rectos con otros.

Polígono. Línea cerrada que forma varios ángulos y porción de plano limitada por ella : en un polígono hay tantos vértices como lados.

Porción. Cantidad separada de otra mayor.

Punto. Dibujo o relieve redondeado muy pequeño. Intersección de dos líneas.

Secante. Recta que corta una figura dada.

Vértice. Punto donde se unen los lados de un ángulo. Punto donde concurren tres o mas ángulos.

Conclusión

Con este trabajo aprendí y adquirí un mayor conocimiento de lo general de la geometría analítica.

Pude repasar así lo aprendido de los años anteriores y recordar conocimientos básicos.

Otra de las conclusiones que he llegado con este trabajo es que lo esencial en la matemática son sus axiomas.

Bibliografía

Hemerning, Ediwn M. Geometría elemental.

8.edicion. Editorial. Luminosa S.A.

Moise, Edwin y Downs. Geometría moderna.

Editorial. Fondo educativo Latinoamericano.

Editorial Planeta. S.A., 1.982. Edición Colombia.

Diccionario Planeta de la lengua española usual.

Paginas, 1.352.

23

23

22