

VARIABLE ALEATORIA

Dado un experimento aleatorio cualquiera cuyos sucesos elementales posibles pueden identificarse fácilmente mediante un número real, se denomina *Variable Aleatoria*, X , al conjunto de estos números.

También se le llama variable de azar o variable estocástica, y significa cantidad que puede tomar varios valores imprevistos.

Ejemplo 1.– Sea el experimento aleatorio de lanzar un dado al aire. Los posibles resultados del experimento (sucesos elementales) son los siguientes: <<que salga 1>>, <<que salga 2>>, <<que salga 3>>, <<que salga 4>>, <<que salga 5>> y <<que salga 6>>. Resulta sencillo asociar a cada suceso elemental el número correspondiente a la cara del dado que haya salido. Por tanto, la variable aleatoria, X , será:

$$X = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Por el contrario, si dado un experimento aleatorio cualquiera no resulta inmediata la asociación de un número para cada uno de los posibles sucesos elementales, se establece una correspondencia entre el conjunto de los posibles sucesos elementales y el conjunto de los números reales, de manera que a cada suceso elemental le corresponda un número real arbitrario y que a sucesos elementales distintos les correspondan números distintos.

Se denomina variable aleatoria al conjunto imagen de esta correspondencia, es decir, al conjunto de los números reales que se hayan hecho corresponder a cada uno de los sucesos elementales.

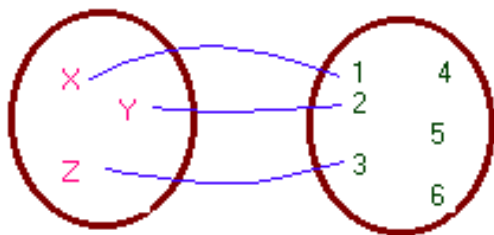
Ejemplo 2.– Sea el experimento aleatorio de averiguar la marca de tabaco que preferirá un individuo entre las posibles marcas: << X >>, << Y >>, << Z >>.

En este caso la asociación de un número para cada suceso elemental posible del experimento no es inmediata. En consecuencia, se establece una correspondencia entre el conjunto de los sucesos elementales posibles y el conjunto de los números reales, del modo siguiente:

Al suceso elemental <<preferir la marca X >> se le hace corresponder el número 1; al suceso elemental <<preferir la marca Y >> se le hace corresponder el número 2; al suceso elemental <<preferir la marca Z >> se le hace corresponder el número 3.

La variable aleatoria X será: $X = (1, 2, 3)$.

El número asociado a cada suceso elemental puede ser cualquiera dentro del conjunto de los números reales, con la condición única de que a sucesos elementales distintos le correspondan números también distintos. Se comprueba fácilmente que la correspondencia así definida entre el conjunto de los posibles sucesos elementales de un experimento aleatorio y el conjunto de los números reales es una aplicación inyectiva.



CLASIFICACIÓN DE LAS

VARIABLES ALEATORIAS

Las variables aleatorias pueden ser continuas o discontinuas. En este último caso se denomina también discretas.

a) VARIABLE ALEATORIA CONTINUA.-

Si X es una *Variable aleatoria continua*, puede tomar cualquier valor de un intervalo continuo o dentro de un campo de variación dado. Las probabilidades de que ocurra un valor dado x están dadas por una función de densidad de probabilidad de que X quede entre a y b . El área total bajo la curva es 1.

Ejemplo. – Sea el experimento aleatorio consistente en medir la altura que es capaz de saltar cada miembro de un conjunto de personas. En este experimento, cada miembro del conjunto observado da lugar a un número, por lo que se toma como variable aleatoria el conjunto de las medidas de las alturas que son capaces de saltar las distintas personas.

En el supuesto que una persona hubiera saltado 105 cm y otra 106 cm, no existiría ninguna razón para que otra no hubiera saltado un valor intermedio cualquiera entre las dos anteriores, como 105.5 cm. Se trata de una variable aleatoria continua.

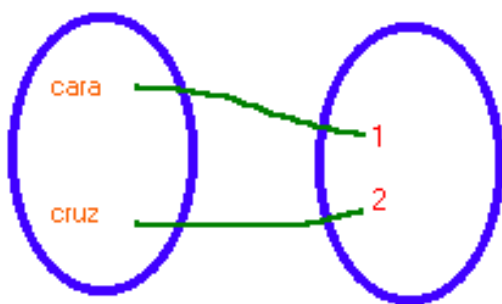
b) VARIABLE ALEATORIA DISCONTINUA O DISCRETA.

Se dice que una *Variable aleatoria Discreta o Discontinua* X , tiene un conjunto definido de valores posibles $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ con probabilidades respectivas $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$. Es decir que sólo puede tomar ciertos valores dentro de un campo de variación dado. Como X ha de tomar uno de los valores de este conjunto, entonces $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$.

En general, una variable aleatoria *discreta* X representa los resultados de un espacio muestral en forma tal que por $P(X = x)$ se entenderá la probabilidad de que X tome el valor de x . De esta forma, al considerar los valores de una variable aleatoria es posible desarrollar una función matemática que asigne una probabilidad a cada realización x de la variable aleatoria X . Esta función recibe el nombre de *función de la probabilidad*.

Ejemplo. – Sea el experimento aleatorio consistente en lanzar una moneda al aire. Los sucesos elementales del experimento, <<que salga cara>>, <<que salga cruz>>, no vienen representados por los números, por lo que cada suceso elemental se le hace corresponder un número real. Así al suceso elemental <<que salga cara>> se le hace corresponder el número 1 y al suceso elemental <<que salga cruz>> se le hace corresponder el número 2.

La variable aleatoria será: $X = (1, 2)$.



Se trata de una variable aleatoria discontinua o discreta, ya que únicamente puede adoptar los valores 1 y 2.

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

DEFINICIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

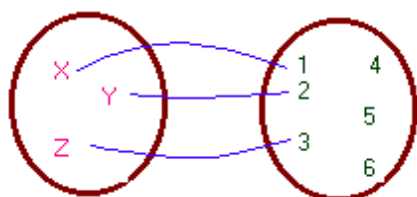
Supongamos que una urna contiene A bolas rojas y B azules. Supóngase también que se seleccionan al azar sin reemplazo n bolas de la urna y sea X el número de bolas rojas que se obtienen. Lógicamente, el valor de X no puede exceder de n ni de A . Por tanto, se debe verificar que $X < \min(n, A)$. Análogamente, puesto que el número de bolas azules $n - X$ que se obtienen no puede exceder de B , el valor de X debe ser al menos $n - B$. Puesto que el valor de X no puede ser menor que 0, se debe verificar que $X \geq \max(0, n - B)$. Por tanto, el valor de X debe ser un entero en el intervalo.

$$\max(0, n - B) < x < \min(n, A).$$

Sea $f(x|A, B, n)$ la f.p. de X . Entonces, para cualquier entero x en el intervalo (1), la probabilidad de obtener exactamente x bolas rojas.

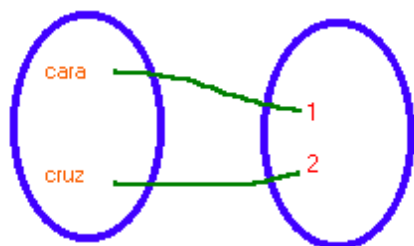
$$\text{Sea } f(x|A, B, n) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Además, $f(x|A, B, n) = 0$ para los restantes valores de x . I una variable aleatoria x tiene una distribución discreta con esta f. p., entonces se dice que X tiene una distribución hipergeométrica con parámetros A, B y n .



Conjunto de los sucesos elementales de un experimento aleatorio.

Conjunto de los números reales



Conjunto de Números Reales)

Conjunto de sucesos elementales del experimento aleatorio

$$X = (1, 2)$$

$$(A/x) (B/n-x)$$

$$A + B/n$$