

## ÁLGEBRA (GESTIÓN Y SISTEMAS). EXÁMENES DE FEBRERO-98

### 2ª SEMANA

#### EJERCICIO 1.

Sabiendo que  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}$ , son vectores de un espacio vectorial, de entre las siguientes afirmaciones, se pide elegir las correctas, si existen: a)  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$  es un sistema libre!  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$  es un sistema libre. b)  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$  es un sistema libre!  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$  es un sistema ligado. c)  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$  es libre!  $\{\mathbf{x}, \mathbf{y}\}$  es un sistema libre.

#### EJERCICIO 2.

Calcúlese  $A^3$  sabiendo que  $A$  es la matriz cuyas filas son:  $(0, \cos x, \sin x)$ ,  $(\cos x, 0, -1)$ ,  $(\sin x, 1, 0)$ .

#### EJERCICIO 3.

En  $\mathbb{R}^3$ , el vector  $\mathbf{x} = 6\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2 + 7\mathbf{e}_3$ , tiene por componentes  $(2, 3, 4)$  respecto a la base  $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ . Sabiendo que  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ ,  $\mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3$ , calcúlese  $\mathbf{v}_3$  en función de la base  $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ .

#### EJERCICIO 4.

Determínese una base del núcleo de la aplicación lineal  $f$  de  $\mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ :  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 - x_3, x_1 + x_3 - x_4)$ .

#### EJERCICIO 5.

Determínese el valor de  $a$ , si existe, para que la recta:  $x + ay + z = -2$ ;  $4x + 2y + az = -1$ , tenga por vector director unitario:  $(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}})$ .

#### EJERCICIO 6.

Clasifíquese la forma cuadrática  $q$ :  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por:  $q(x, y, z) = ax^2 + ay^2 + (a-1)z^2 + 2xy$  cuando  $a = -1$ .

#### EJERCICIO 7.

En el siguiente problema de programación lineal: Calcular el  $\max z = 5x_1 + 2x_2$  con las restricciones:  $3x_1 + 5x_2 \leq 15$ ;  $10x_1 + 4x_2 \leq 20$ ;  $x_1 \geq 0$ ;  $x_2 \geq 0$ . Convertimos las desigualdades en igualdades mediante las variables de holgura  $x_3, x_4$ . Se pide elegir las afirmaciones correctas, si existen, de entre las siguientes:

a)  $(2, 0, 0, 0)$  es una solución factible básica. b)  $(3, 1, 2, 0)$  es una solución factible básica. c) Cualquier punto que pertenezca al segmento  $[(20/19, 45/19), (2, 0)]$ , es solución óptima.

#### EJERCICIO 8.

a) Una matriz  $M$ , tiene por filas:  $(0, 1, -1)$ ,  $(1, 2, -1)$ ,  $(-1, -1, 2)$ . Dígase si es diagonalizable, y si lo es, defínase el tipo de matrices que la diagonalizan.

b) Dada la matriz A, cuyas filas son :  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, \cos x, \sin x)$ ,  $(0, -\sin x, \cos x)$ , aplíquese la definición dada en el apartado a para comprobar si esta matriz es ortogonal o no.

c) Determínese si la matriz A, dada en el apartado b, diagonaliza a la matriz M, dada en el apartado a, para algún valor de x, y si es posible, determínese dicho valor.

## **SOLUCIONES**

### **EJERCICIO 1**

a: falsa, basta hacer  $\mathbf{z}=\mathbf{x}+\mathbf{y}$ ; b: falsa,  $\mathbf{z}$  puede ser independiente; c: cierta.

### **EJERCICIO 2**

$$A^3 = 0$$

### **EJERCICIO 3**

$$6\mathbf{e}_1+5\mathbf{e}_2+7\mathbf{e}_3=2(\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2)+3(\mathbf{e}_1+\mathbf{e}_2)+4(x\mathbf{e}_1+y\mathbf{e}_2+z\mathbf{e}_3) \quad 6=2+4x; \quad 5=5+4y; \quad 7=3+4z;$$

$$x=1 \quad y=0 \quad z=1$$

También se podía haber hecho utilizando la fórmula del cambio de base:  $\mathbf{XU}=\mathbf{U}^{-1}\mathbf{XU}$