

Números Complejos

- Números concretos
- Unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$
- Representación gráfica de un número complejo
- Formas de expresar un número complejo
- Números conjugados y opuestos de otro complejo
- Potencias de la unidad imaginaria
- Operaciones con números complejos
- Números concretos

Un número complejo Z es un par ordenado de números reales (a,b) **a,b**

!

a=1ª componente o componente real

b=2ª componente o componente imaginaria

Z1= (a,0) es un número real

Z2= (0,b) es un número imaginario

Z3=(a,b) es un número complejo

- Unidad imaginaria

La unidad imaginaria es $\sqrt{-1} = i$

- Representación gráfica de un número complejo

Un número complejo Z=(a,b) se representa por un vector $\overrightarrow{OP}$
siendo P=(a,b)

El eje horizontal es el eje real. El eje vertical es el eje imaginario.

- Formas de expresar un número complejo
 - Forma vectorial o par ordenado Z=(a,b)
 - Forma binómica $Z = a + b$
 - Forma polar $Z = r_{\alpha}$

El módulo de un número complejo Z es r y es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la componente real y la componente imaginaria.

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

El argumento del número complejo Z es θ y es el ángulo que forma el número complejo Z con el eje real (en sentido positivo).

$$Z = r_{\alpha}$$

- Forma trigonométrica o módulo argumental $Z = r(\cos\alpha + i \operatorname{sen}\alpha)$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

- Números conjugados y opuestos de otro complejo

Dado un complejo $Z = a + b$, su conjugado ($\bar{Z}$) tiene la misma parte real y opuesta la parte imaginaria.

$$\bar{Z} = a - b$$

El complejo opuesto de $Z = a + b$ es $-Z$ y tiene opuestas las componentes real e imaginaria de Z .

$$-Z = -a - b$$

- Potencias de la unidad imaginaria

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$i^4 = 1$$

Cuando el exponente es superior a 4 se divide entre 4, igualando el enunciado a i elevado al resto de la división.

$$i^n = i^{4c+r} = i^{4c} i^r = (i^4)^c i^r = i^r$$

n

$r \in \{0, 1, 2, 3\}$

- Operaciones con números complejos
- En forma binómica
- Suma

$$Z_1 + Z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

- Resta

$$Z_1 - Z_2 = (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

- Producto

$$Z_1 Z_2 = (a + b i) (c + d i) = (ac - bd) + (bc + ad) i$$

- Producto de un número real por un número complejo

k

!

$$k Z_1 = k (a + b i) = K a + K b i$$

- Cociente

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{a + b i}{c + d i} = \frac{(a + b i) (c - d i)}{(c + d i) (c - d i)} = \frac{(ac + bd) + (-ad + bc) i}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) + (-ad + bc) i}{c^2 + d^2}$$

- Inverso de un número complejo

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{a + b i} = \frac{1 (a - b i)}{a^2 + b^2} = \frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i$$

- Potencia de un complejo

$$Z_1^2 = (a + b i)^2 = a^2 + (b i)^2 + 2a b i = a^2 + b^2 i^2 + 2a b i = (a^2 - b^2) + 2a b i$$

- En forma polar
- Producto de complejos

$$Z_1 Z_2 = (r_1)_{\theta_1} (r_2)_{\theta_2} = r_1 r_2_{\theta_1 + \theta_2}$$

- Cociente de complejos

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{(r_1)_{\theta_1}}{(r_2)_{\theta_2}} = \frac{r_1}{r_2}_{\theta_1 - \theta_2}$$

- Potencia de un complejo

$$Z_1^n = (r)_{\theta}^n = r^n_{n\theta}$$

- Radicación de un complejo

La raíz enésima de un complejo $Z = r_{\theta}$

tiene por módulo la raíz enésima de su módulo. Su argumento es $\frac{\theta + 360 k}{n}$

.

El número de raíces es n para k=0; k=1; k=n-1.

$$\sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{r} = \sqrt[n]{r \frac{+360k}{n}}$$

$$P(a,b)$$

$$b \cdot i$$

$$a$$

$$O$$

$$Z$$

$$Z$$

$$Z=(a,b)=a+b\,i=OP^{\rightarrow}$$

$$4$$